IOAN IOVIȚ POPESCU
DUMITRU ȘT. CIOBOTARU

BAZELE FIZICII PLASMEI

168090
B.C.U. - IASI

EDITURA TEHNICĂ
BUCUREȘTI, 1987

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

I. 34.356
Univ. „Al. I. Cuza" Iași
Bibl. Facultății de fizică
T. III 8519

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Autorii dedică această lucrare memoriei acad. prof. EUGEN BĂDĂRĂU, cu prilejul centenarului nașterii sale (1887–1987).

PREFAȚĂ

Fizica plasmei reprezintă unul din cele mai dinamice domenii ale științei și tehnicii contemporane. Depășind etapa în care studiul ei coincidea cu fizica descărcărilor în gaze, fizica plasmei s-a impus în ultimii ani ca un obiect de sine stătător, îndeosebi după joncțiunea cu dinamica fluidelor electroconductoare și alte ramuri, ca fizica statistică și termodinamica gazelor ionizate etc. Dar importanța domeniului este evidențiată mai ales de multiplele aplicații ale plasmei în industria și tehnologiile contemporane și viitoare și în viața de toate zilele. Pe lîngă aplicațiile mai vechi, cum sînt cele din iluminatul public și industrial, din electrotehnică și alte domenii industriale și științifice, plasma a pătruns cu vigoare într-o serie de ramuri de mare actualitate, aflate în plină dezvoltare. Printre realizările din aceste ramuri amintim instalațiile de tip plasmatron pentru tăieri, suduri, topiri, depuneri etc., laserii cu plasmă, dispozitivele de transformare directă a energiei termice în energie electrică de tipul convertizoarelor termoionice cu plasmă sau al celor magnetohidrodinamice, precum și diversele dispozitive folosite în tehnica de calcul și în alte ramuri de vîrf ale electronicii. Sînt, de asemenea, cunoscute sursele de ioni, de electroni sau de particule neutre rapide care folosesc plasma, tunurile (injectoarele) cu plasmă și acceleratoarele colective cu plasmă, precum și cercetările privind perspectivele acestora în domeniul propulsiei (rachetele ionice) și, în general, în tehnica rachetelor și a acceleratoarelor de ioni grei. O perspectivă cu totul remarcabilă este oferită de dezvoltarea plasmelor termonucleare în direcția realizării unei surse durabile de energie, mai avantajoasă decît toate sursele de energie cunoscute pînă în prezent. Menționăm rezultatele încurajatoare obținute în instalațiile de fuziune termonucleară, de exemplu în cele de tip Tokamak, vizînd transformarea controlată a energiei de fuziune termonucleară în energie utilă. În afară de aceste variate direcții cu implicații nemijlocite în industrie și economie, o importanță de interes general o au și plasmele sau gazele ionizate din straturile înalte ale atmosferei Pămîntului sau ale stelelor, plasmele interstelare și cele din nucleele incandescente ale unor stele sau planete, inclusiv din nucleul Pămîntului (plasme lichide).

Toate aceste aplicații actuale și de perspectivă impun răspîndirea tot mai largă a cunoștințelor, fundamentate științific, despre plasmă, dar mai ales impun formarea de specialiști în domeniul plasmei, bine pregătiți, capabili să desfășoare activități de producție și de creație științifică în această direcție importantă pentru economia națională.

Cartea de față are în vedere punerea la dispoziția cititorului a cunoștințelor introductive de bază în domeniul fizicii plasmei. Prin conținutul ei, bazat în parte pe fundamentele cursului general de fizica plasmei ținut de autori la Facultatea de Fizică a Universității din București, se adresează celor care doresc a se introduce în acest domeniu, ea reprezentînd etapa inițială necesară în abordarea de către cititor a altor capitole sau cărți de specialitate din domeniul plasmei, cum ar fi : aplicațiile plasmei, magnetohidrodinamica plasmei, fuziunea termonucleară controlată, radiația și spectroscopia plasmei, plasma ca mediu activ laser, convertizoare de energie cu plasmă, metode de diagnostică a plasmei etc. Prin nivelul de tratare, lucrarea este accesibilă celor care au o pregătire de cel puțin 2—3 ani de facultate (tehnică sau de fizică). Conține, în principal, noțiunile necesare înțelegerii conceptului de plasmă și a proprietăților ei, metode de studiu și modele de calcul în fizica plasmei, mijloace și instalații de producere a plasmelor și, în general, informațiile necesare cititorului pentru însușirea bazelor fizicii plasmei.

Autorii aduc un omagiu regretatului acad. prof. Eugen Bădărău, întemeietorul cursului și a cercetărilor de fizica plasmei din țara noastră, creatorul școlii românești de fizica plasmei.

Scopul cărții și volumul necesar impus de un asemenea scop au determinat o serie de limite firești în dezvoltarea unor capitole și neincluderea altora, pe care cititorul le poate studia în lucrările de specialitate existente în literatura tehnică respectivă. Autorii sînt conștienți de faptul că efortul lor este susceptibil de perfecționări și de aceea vor primi cu recunoștință orice sugestie din partea cititorilor acestei cărți.

AUTORII

BCU IAȘI / CENTRAL

CUPRINS

apitolul I. *Noțiuni fundamentale* 7

I.1. Definiția plasmei 7
I.2. Cvasineutralitatea plasmei. Cîmpul electric restaurator 10
I.3. Distribuția potențialului în stratul de perturbare. Lungimea Debye, sfera Debye 13
I.4. Variația locală a densității de sarcină. Oscilațiile plasmei; frecvența Langmuir 15
I.5. Ecranarea potențialului coulombian în plasmă. Ecuația generală a stratului dublu 19
I.6. Aproximația gazului ideal. Lungimea Landau 26

apitolul II. *Plasma ca mediu continuu. Modelul magnetohidrodinamic* (MHD) 31

II.1. Ecuația Navier-Stokes și forța magnetică 31
II.2. Ecuațiile de bază MHD. Reprezentarea Lagrange, reprezentarea Euler 35
II.3. Fluidul conductor ideal. Presiunea magnetică 39
II.4. Diamagnetismul plasmei staționare. Coeficientul diamagnetic al instalațiilor termonucleare 40
II.5. Aproximația conductibilității ideale (aproximația de drift) 43
II.6. Ecuația inducției cîmpului magnetic din plasmă 45
II.7. Conceptul de cîmp magnetic „înghețat" în plasmă 47
II.8. Difuzia cîmpului magnetic în plasmă 51
II.9. Parametri de similitudine în magnetohidrodinamică 52

Capitolul III. *Modelul statistic. Noțiuni de teoria cinetică a plasmei* 55

III.1. Funcția de distribuție și ecuația Boltzmann în fizica plasmei 55
III.2. Valori medii, mărimi de transport 60
III.3. Ecuația generală de transport pentru o mărime oarecare 66
III.4. Ecuația de transport a impulsului. Modelul a două fluide ionizate. Modelul unifluid sau magnetohidrodinamic 67
III.5. Legea lui Ohm generalizată 71

Capitolul IV. *Mișcarea particulelor individuale în plasma „fără ciocniri". Modelul uniparticulă* 75

IV.1. Plasma ca sistem de particule independente 75
IV.2. Mișcarea particulelor încărcate electric în cîmp electric static și omogen .. 77
IV.3. Mișcarea particulelor încărcate în cîmp electric alternativ 78
IV.4. Mișcarea particulelor încărcate în cîmp magnetic static și omogen 79
IV.5. Driftul particulelor în cîmpuri magnetice 83
IV.6. Driftul electric 87
IV.7. Invarianța adiabatică spațială. Oglinda magnetică, capcana magnetică 89
IV.8. Driftul de gradient și driftul centrifugal 94
IV.9. Invarianța adiabatică temporală 96

Capitolul V. *Procese fundamentale în plasmă* ... 98

V. 1. Clasificarea ciocnirilor ... 98
V. 2. Atenuarea fasciculului incident. Secțiunea eficace, coeficientul de absorbție, drumul liber mediu ... 102
V. 3. Îmbogățirea fasciculului incident. Coeficientul de ionizare în volum (primul coeficient Townsend) ... 113
V. 4. Interacția binară și legile de conservare ... 115
V. 5. Efecte cuantice la interacția particulelor ... 120
V. 6. Principiul echilibrului detaliat între procesele directe și inverse. Relația Klein-Rossland ... 123
V. 7. Excitarea, ionizarea și disocierea termică. Ecuația lui Saha ... 126
V. 8. Procese de excitare în plasmă ... 136
V. 9. Procese de ionizare în plasmă ... 141
V. 10. Recombinarea în volum ... 145
V. 11. Procese elementare la interfața plasmă-solid ... 148

Capitolul VI. *Metode de producere a plasmelor. Noțiuni de fizica descărcărilor în gaze* ... 164

VI. 1. Trecerea curentului electric prin gaze rarefiate ... 164
VI. 2. Puterea disipată de curentul electric în gaze; rolul ciocnirilor ... 168
VI. 3. Creșterea ionizării în cîmpuri omogene; descărcarea Townsend ... 170
VI. 4. Condiții de staționaritate, străpungerea gazelor ... 173
VI. 5. Determinarea experimentală a coeficientului α. Constanta lui Stoletov ... 173
VI. 6. Studiul avalanșei electronice ... 181
VI. 7. Străpungerea gazelor în condiții speciale ... 183
VI. 8. Descărcarea luminiscentă. Criteriul de stabilitate a descărcării ... 194
VI. 9. Părțile principale ale descărcării luminiscente. Bazele fizice ale mecanismului de întreținere ... 198
VI. 10. Aspecte experimentale ... 202
VI. 11. Teoria căderii catodice. Ecuația parametrilor de similitudine ... 207
VI. 12. Descărcarea cu catod dublu (cavitar) ... 218
VI. 13. Tunul electronic cu plasmă ... 222
VI. 14. Arcul electric. Plasmatronul ... 224
VI. 15. Descărcarea în coroană ... 241
VI. 16. Scînteia electrică. Fulgerul ... 245
VI. 17. Producerea plasmelor prin descărcări în impulsuri de mare putere ... 250

Capitolul VII. *Proprietăți ale plasmelor. Plasme termonucleare* ... 257

VII. 1. Proprietăți magnetice. Susceptibilitatea magnetică a plasmei coloanei pozitive 257
VII. 2. Plasma la echilibru termic în prezența unui cîmp electric. Teoria sondelor Langmuir ... 261
VII. 3. Plasma slab ionizată în regim staționar ... 264
VII. 4. Difuzia ambipolară. Teoria de difuzie a coloanei pozitive ... 268
VII. 5. Plasmă slab ionizată în cîmp electric variabil în timp și cîmp magnetic constant ... 273
VII. 6. Plasmă puternic ionizată în regim staționar. Autoconfinarea ... 279
VII. 7. Unde în plasmă ... 283

Capitolul VIII. *Fuziunea termonucleară controlată. Reactorul termonuclear* ... 294

VIII. 1. Introducere ... 294
VIII. 2. Bariera de potențial ... 295
VIII. 3. Cicluri de fuziune nucleară ... 297
VIII. 4. Secțiunea eficace totală σ, Rata de reacție g ... 300
VIII. 5. Rolul pierderilor în zona activă a reactorului. Izolarea magnetică a plasmei termonucleare ... 303
VIII. 6. Randamentul reactorului termonuclear. Criteriul lui Lawson ... 310
Aplicații ... 314
Anexe ... 331
Bibliografie ... 339

I

NOȚIUNI FUNDAMENTALE

I.1. DEFINIȚIA PLASMEI

Plasma, ca formă de manifestare a materiei, s-a aflat dintotdeauna în ură. Pe Pămînt, omul a luat pentru prima dată cunoștință de existența rivind fulgerele ce săgetau aerul atmosferei, pădurile în flăcări sau erup- incandescente (gazoase sau lichide), ale vulcanilor încinși. Însuși Soarele o imensă sferă de plasmă. În prezent știm că în tuburile și baloanele iniscente din sticlă, folosite la iluminatul public, se află plasme (produse descărcări electrice în gaze) și că în tehnică se folosesc pe larg dispozitive plasmă, cum ar fi ignitroanele (redresoare cu vapori de mercur), gazo- nele, tiratroanele etc. Jeturile incandescente ale motoarelor ce propul- ă avioanele „cu reacție" sau ale rachetelor purtătoare de „obiecte cosmice" sînt altceva decît jeturi de plasmă. Tehnica contemporană ne-a familia- t deja cu noțiuni ca plasmatron, tăierea și sudarea cu plasmă, plasma nediu activ, laser etc. În plus, este cunoscut faptul că plasma, ca sursă energie a viitorului, constituie una din speranțele apropiate ale omeni- intrată deja în alertă în legătură cu viața limitată a resurselor ener- ce clasice folosite pînă acum.

Vom defini plasma ca un sistem (sau corp) fizic cvasineutru din punct vedere electric, în componența căruia intră particule pozitive, negative, tre și fotoni. Particulele pozitive sînt întotdeauna ionii atomici sau mo- lari, iar cele negative, de obicei, electronii. Ionii negativi, formați în a atașării electronilor la atomi sau molecule, se întîlnesc mai rar și au nportanță secundară. Particulele neutre sînt atomii sau moleculele care pot afla fie în starea fundamentală, fie în diferite stări excitate. Dez- area acestora conduce la formarea fotonilor din volumul plasmei.

Raportul α, dintre numărul de particule ionizate din unitatea de volum umărul total de particule din aceeași unitate de volum, așa-numitul grad ionizare a plasmei,

$$\alpha = \frac{n_i}{n_i + n_n} \tag{I.1}$$

diferă foarte mult de la o plasmă la alta. El este foarte mic pentru plasme „reci", de laborator, obținute în unele descărcări luminiscente și foarte aproape de unitate pentru plasmele fierbinți, puternic ionizate, în care concentrația particulelor neutre n_n este foarte mică față de concentrația ionilor n_i.

Plasma complet ionizată se caracterizează prin absența totală a particulelor neutre ($n_n = 0$), adică printr-un grad de ionizare egal cu unitatea (ionizare sută la sută).

Termenul de plasmă a fost introdus prin anul 1928 de către Irving Langmuir, care studia, pe atunci, diversele tipuri de descărcări electrice în gaze, la presiuni joase. În aceste descărcări se întîmplă deseori ca gazul luminos să ocupe nu numai spațiul dintre electrozi, ci să se răspîndească peste tot în tuburile și canalele de sticlă ale sistemului vidat, analog fluidelor biologice (plasmatice) care se află răspîndite peste tot în organism, putînd fi extrase din orice parte a lui. Din această analogie, pur formală, s-a născut denumirea de plasmă, dată de Langmuir gazului ionizat și luminos din tuburile de descărcare. Termenul, luat din limba greacă (plassein), descrie, în parte, atît proprietatea gazului ionizat de a fi luminiscent, asemănător unor specii de corpuri mucegăite, cît și pe aceea de a se „modela" după conturul (forma) tubului de descărcare. El are însă aceeași soartă ca mulți alți termeni din fizică: a intrat în folosirea curentă înainte de a i se preciza foarte clar conținutul științific. Întîmplător, se apropie totuși întrucîtva de realitatea fizică.

Astăzi, denumirea de plasmă cuprinde o gamă foarte largă de gaze electroconductoare, de la descărcările electrice de joasă presiune, aflate la temperaturi de cîteva sute grade Kelvin, pînă la plasmele complet ionizate, aflate a temperaturi de zeci și sute de milioane de grade. Mai mult, termenul de plasmă nici nu presupune obligatoriu ca ambele grupe de purtători (pozitivi și negativi) să fie libere, cum se întîlnește în formele gazoase; un grup poate fi staționar, cum este cazul, de exemplu, al ionilor pozitivi din rețeaua cristalină a unui metal. Acești ioni pozitivi împreună cu „gazul" electronilor mobili (colectivizați) formează un sistem neutru din punct de vedere electric. În acest caz vorbim de *plasma stării solide*. Există desigur și stări lichide cu proprietăți de plasmă. De exemplu, ionii pozitivi de sodiu (Na^+) împreună cu cei negativi de clor (Cl^-), disociați într-o soluție de NaCl în apă, formează un sistem neutru electric, la scară macroscopică, deci o *plasmă în stare lichidă*, la temperatura mediului înconjurător. Dar și nucleul incandescent al Pămîntului sau al Soarelui constituie plasme lichide, iar atunci cînd aducem un metal la temperatura de topire, deci cînd îl lichefiem, îl transformăm, de fapt, într-o plasmă lichidă.

Așadar, substanța poate căpăta proprietăți de plasmă în oricare din cele trei stări de agregare: solidă, lichidă sau gazoasă. Conform acestor precizări, se consideră că mai mult de 99,9% din materia cunoscută în Univers se află în stare de plasmă.

Se spune totuși, deseori, că plasma ar reprezenta a patra stare de agregare a materiei. Această clasificare își are originea mai ales în deosebirile esențiale dintre gazul obișnuit și gazul ionizat (plasmă). S-a ajuns la ea în urma unui raționament simplu și anume: încălzind un corp, aflat în faza solidă, pînă la temperatura de topire, el trece în faza lichidă. Încălzind mai departe lichidul pînă la temperatura de fierbere, el trece în faza gazoasă.

Încălzind în continuare gazul rezultat pînă la temperaturi destul de mari, încît, prin ciocniri, se pot produce excitări, ionizări și disocieri, spunem că gazul a trecut într-o a patra stare de agregare: starea de plasmă, adică un gaz care, pe lîngă particule neutre, conține și electroni, ioni, fotoni. Observația, deci, că starea de plasmă se poate obține prin simpla încălzire a corpurilor pînă la temperaturi corespunzătoare ionizării termice a dat naștere conceptului de plasmă ca a patra stare de agregare a materiei. Dacă ne gîndim că, în urmă cu peste 2300 ani, Aristotel avea în vedere patru stări de agregare: pămîntul, apa, aerul și focul, am putea considera plasma ca echivalentul modern a ceea ce grecii antici numeau foc.

Aportul energetic din exterior, necesar trecerii din faza solidă în faza lichidă, este aproximativ de același ordin de mărime cu cel necesar trecerii lichid-gaz și anume, cam de 10^{-2} eV/particulă, în timp ce trecerea gaz-plasmă necesită 1—30 eV/particulă. Plasma reprezintă deci și cea mai înaltă stare energetică. Evident că la temperaturi corespunzătoare unei energii de ordinul energiei de legătură a nucleonilor în nucleu (în medie, $\sim$ 8 MeV/nucleon) s-ar putea obține o a „cincea stare de agregare a substanței" — gazul nucleonic („nugas").

Pe scurt, putem descrie comportarea unui gaz adus în starea de plasmă astfel:

a) Pe lîngă ciocnirile elastice dintre moleculele individuale (ca în orice gaz neutru), în plasmă are loc și un mare număr de ciocniri neelastice, care conduc la formarea de molecule excitate în diferite stări cuantice, precum și la ionizări și disocieri ale moleculelor.

b) Aceste procese elementare determină transformarea gazului dintr-un gaz omogen într-un amestec de particule diferite: particule neutre, ioni pozitivi, ioni negativi, electroni, fotoni.

c) Existența ionilor și electronilor conferă plasmei proprietatea de a putea interacționa cu cîmpuri electrice și magnetice exterioare.

d) Între particulele încărcate (purtătorii de sarcină) forțele de interacție sînt de tip coulombian, adică forțe ce descresc destul de lent cu distanța ($F \sim 1/r^2$), ceea ce face ca orice particulă încărcată să interacționeze simultan cu un număr mare de particule încărcate din jurul ei, teoretic — cu toate.

Așadar, în plasmă, pe lîngă interacțiile dintre particule neutre (dacă plasma nu este complet ionizată), interacții individuale cunoscute în fizica gazului obișnuit, neionizat, au loc și interacții „colective". Se mai spune, uneori, că în afară de interacțiile de tip rază de acțiune scurtă („short range") (neutru-neutru, ion-neutru, electron-neutru), în plasmă domină interacțiile de tip rază de acțiune lungă („long range"), adică cele coulombiene, dintre purtătorii de sarcină (ion-electron, electron-electron). Acest din urmă tip de interacție constituie, de fapt, și noutatea principală pe care o aduce plasma față de gazul obișnuit, neutru. Ca urmare, orbitele particulelor încărcate din plasmă nu vor mai fi rectiiinii sau linii frînte, ci linii curbe, cu un mers sinuos, ondulat.

Cum vom vedea în paragrafele următoare, nu orice gaz ionizat este o plasmă, deoarece nu întotdeauna o colecție de particule ionizate (pozitive și negative) pot alcătui un sistem neutru din punct de vedere electric. Va

trebui să precizăm volumul minim ocupat de un gaz ionizat pentru ca acesta să poată fi considerat plasmă (sfera Debye), numărul particulelor din acest volum, precum și intervalul de timp minim în care se poate spune că evoluează o plasmă.

I.2. CVASINEUTRALITATEA PLASMEI. CÎMPUL ELECTRIC RESTAURATOR (DE RESTABILIRE A NEUTRALITĂȚII PLASMEI)

Pentru ca un gaz ionizat să fie neutru la scară macroscopică, densitățile de sarcină pozitivă și negativă trebuie să fie egale:

$$\rho_i = \rho_e. \tag{I.2}$$

Notînd cu n_e și n_k numărul electronilor și, respectiv, ionilor multiplu ionizați (cu sarcina $+ke$) din unitatea de volum, condiția de neutralitate se poate scrie și sub forma

$$n_1(+e) + n_2(+e) + n_3(+e) + \ldots + n_k(+e) = n_e e$$

sau

$$\sum_{k=1}^{z} k n_k = n_e \tag{I.3}$$

Z fiind ordinul maxim de ionizare. În cazul ionilor simpli ($k = 1$) avem, evident

$$n_1 = n_i = n_e. \tag{I.4}$$

Gradul de ionizare a plasmei cu ioni multiplu ionizați are expresia

$$\alpha = \frac{n_i}{n_n + n_i} \equiv \frac{\sum\limits_k n_k}{n_n + \sum\limits_k n_k}. \tag{I.5}$$

Trebuie însă să ținem seama de faptul că în orice gaz, ionizat sau nu, există fluctuații și perturbații. În gazele ionizate, fluctuațiile pot provoca separări locale și aproape instantanee ale sarcinilor pozitive și negative, violîndu-se astfel neutralitatea. Apar deci fenomene de polarizare locală a plasmei, ceea ce face ca în acele locuri să nu mai existe neutralitate electrică. Plasma nu poate fi deci riguros neutră pe distanțe sau în volume oricît de mici și, de aceea, se vorbește nu de neutralitatea ci de *cvasineutralitatea plasmei*. Această ultimă noțiune se justifică în primul rînd prin faptul că plasma are posibilitatea de a reface rapid neutralitatea acolo unde ea a fost, întîmplător, afectată, astfel că, în medie, pe un volum suficient de mare, ea apare, practic, neutră. Pentru a înțelege acest fenomen, vom evalua mai întîi forțele locale care se împotrivesc separării sarcinilor de semne contrare și care reușesc, într-un timp scurt, să refacă neutralitatea electrică. Vom folosi cîteva modele simple de calcul.

Modelul sarcinilor complet separate. Presupunem că, la un moment dat, sarcinile pozitive și negative dintr-o mică zonă din plasmă s-au separat complet unele de altele, cu care ocazie s-a format un mic condensator plan (fig. I.1), cu distanța x între „plăcile" sale de arie S. Dacă n_e este concentrația electronilor din plasmă, atunci, ca urmare a separării totale, cantitatea de electricitate de pe „armătura" negativă va fi dată de numărul total de electroni ce fuseseră în volumul Sx înainte de separare

$$Q = en_eSx. \tag{I.6}$$

Fig. I.1. Modelul separării complete a sarcinilor.

Folosind expresia capacității

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{x} \tag{I.7}$$

putem exprima intensitatea cîmpului electric din spațiul acestui „condensator"

$$E_r = \frac{Q}{Cx} = \frac{en_e}{\varepsilon_0} x. \tag{I.8}$$

Acest cîmp electric de restaurare a neutralității în zona perturbată este deci cu atît mai intens cu cît concentrația plasmei este mai mare și cu cît separarea x este mai mare.

Un exemplu va fi edificator. Considerăm o plasmă de laborator, de concentrație $n_e \simeq 10^{20}$ m^{-3}, în care s-a produs la un moment dat o separare totală pe distanța $x = 1$ mm. Cîmpul electric restaurator va fi în acest caz $E \simeq 10^9$ V/m. Acesta este un cîmp foarte intens care, acționînd asupra particulelor respective, va reface rapid neutralitatea. Comparat cu cîmpul gravitațional, de aproximativ 9,8 N/kg, cîmpul restaurator, în condițiile de mai sus, este $E/m_e \simeq 10^{20}$ N/kg.

Modelul stratului electric dublu. În acest model, considerăm o separare parțială a norului electronic (fig. I.2) care formează un strat de sarcină spațială de grosime x. În partea opusă va apare un strat ionic de aceeași grosime x. Densitatea σ a sarcinii superficiale fiind en_ex, intensitatea cîmpului electric de dublu strat va fi tocmai intensitatea cîmpului electric restaurator, care va avea expresia

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{en_e}{\varepsilon_0} x. \tag{I.9}$$

Fig. I.2. Modelul stratului electric dublu.

Modelul perturbației sferice. În modelele anterioare am folosit o geometrie plan-paralelă a perturbației. Ne putem, însă, imagina și cazul în care, prin deplasarea electronilor, se formează un surplus de ioni pozitivi ΔN, uniform distribuiți într-un mic volum sferic de rază r (fig. I.3).

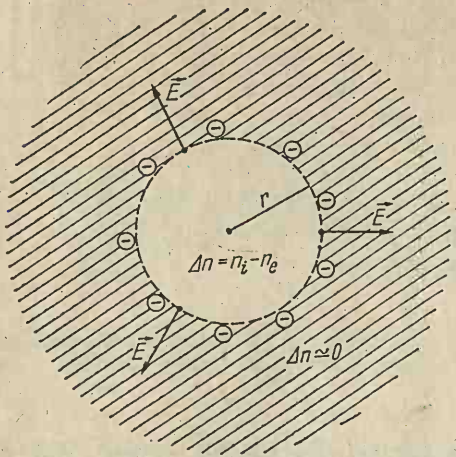


Fig. I.3. Zonă sferică perturbată

Dacă Δn este variația concentrației (surplusul de sarcină pozitivă din unitatea de volum), atunci evident

$$\Delta N = \frac{4}{3}\pi r^3 \Delta n. \qquad (I.10)$$

Pe suprafața acestei sfere se află un strat uniform de electroni excedentari, numărul cărora este, evident, egal cu ΔN. În afara zonei, plasma este neperturbată ($\Delta n \simeq 0$).

În aceste condiții, notînd cu Q cantitatea de electricitate negativă de pe suprafața sferei (numeric egală cu cea pozitivă din volumul ei) cîmpul electric restaurator $E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$ va fi

$$E = \frac{e\Delta n}{3\varepsilon_0} r \qquad (I.11)$$

unde am folosit pentru Q expresia

$$Q = \frac{4}{3}\pi r^3 e \Delta n. \qquad (I.12)$$

Evident, putem scrie

$$E = \frac{enr}{3\varepsilon_0}\frac{\Delta n}{n} \qquad (I.13)$$

în care Δn este abaterea absolută de la neutralitate în unitatea de volum, iar $\Delta n/n$ abaterea relativă, n fiind concentrația plasmei, adică $n = n_e \simeq n_i$.

Ca o aplicație numerică, să considerăm o perturbație de $1\%\left(\frac{\Delta n}{n} = 0{,}01\right)$ într-un volum sferic de rază $r = 0{,}01$ m din interiorul unei plasme de concentrație $n = 10^{25}$ particule/m^3. Intensitatea cîmpului electric restaurator ce va lua naștere în aceste împrejurări va fi $E = 6 \cdot 10^{12}$ V/m.

Aceste valori mari ale intensității cîmpului electric, ce apare în urma unei separări (polarizări) locale a plasmei, ne ajută să vedem limpede cît de reale sînt posibilitățile plasmei de a redresa rapid orice abatere de la neutralitate. Aceste separări și redresări locale sînt extrem de numeroase și distribuite complet întîmplător în volumul ocupat de o plasmă. Chiar dacă într-o anumită zonă a plasmei neutralitatea a fost complet restabilită, aceasta nu poate dăinui mult timp, datorită fluctuațiilor. În plus, situația va fi foarte diversă în celelalte zone, astfel că plasma, ca un întreg, nu va fi niciodată riguros neutră și de aceea este corect să folosim termenul de „cvasineutra-

litatea plasmei", așa cum am spus mai sus. De exemplu, noțiunea de „abatere de la cvasineutralitate" exprimă mai bine realitatea fizică decît „abaterea de la neutralitate".

Ne putem însă întreba cît de mari sînt aceste zone de perturbare în plasmă și cît timp poate dura separarea sarcinilor în aceste zone?

În paragrafele următoare ne vom ocupa pe scurt cu aceste probleme.

I.3. DISTRIBUȚIA POTENȚIALULUI ÎN STRATUL DE PERTURBARE. LUNGIMEA DEBYE, SFERA DEBYE

Să considerăm o regiune plan paralelă (porțiunea B din fig. I.4) părăsită momentan de o parte din electroni, deci pozitivă, de concentrație Δn. Electronii fiind mult mai mobili, vom admite că ionii pozitivi din strat rămîn, practic, în repaus. Cîmpul electric care va obliga electronii să revină în zona B va fi, în conformitate cu (I.8),

$$E(x) = \frac{-e\Delta n}{\varepsilon_0} x. \tag{I.14}$$

Introducînd această expresie în ecuația

$$dV = -E(x)\, dx \tag{I.15}$$

și, integrînd, obținem distribuția potențialului $V(x)$ în strat

$$V(x) = \frac{e\Delta n}{2\varepsilon_0} x^2. \tag{I.16}$$

Așadar, stratul pozitiv reprezintă pentru electroni o groapă de potențial de formă parabolică. Dacă gazul electronic este caracterizat prin temperatura T_e, putem atribui fiecărui electron energia cinetică $kT_e/2$, corespunzătoare mișcării unidimensionale în direcția x. Avînd această energie, electronul se poate depărta de centrul gropii de potențial împotriva forțelor de restaurare doar pînă la o distanță maximă $x = \lambda_D$, dată de egalitatea

$$eV = \frac{1}{2} kT_e \tag{I.17}$$

sau, înlocuind potențialul V din (I.16),

$$e \frac{e\Delta n}{2\varepsilon_0} \lambda_D^2 = \frac{1}{2} kT_e. \tag{I.18}$$

De aici putem exprima pe λ_D care poartă numele de lungime Debye sau rază Debye

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT_e}{e^2 \Delta n}}. \tag{I.19}$$

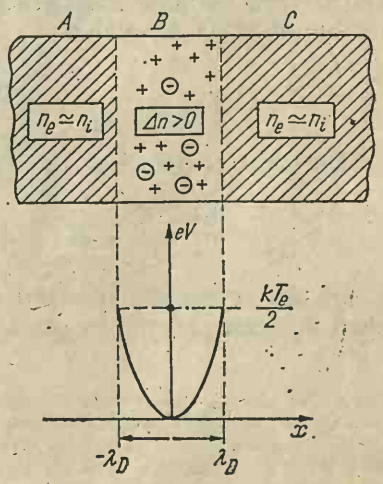


Fig. I.4. Distribuția energiei potențiale în strat.

În cazul frecvent folosit în practică, în care sarcina electronică este în întregime separată de cea ionică, concentrația ionilor din strat va fi $n_i = n_e$ și relația (I.19) se folosește sub forma

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_e}{e^2 n_e}}. \tag{I.20}$$

În Sistemul Internațional de unități de măsură (SI) ea devine

$$\lambda_D \simeq 69 \sqrt{\frac{T_e}{n_e}}. \tag{I.21}$$

Din cele spuse mai sus reiese că raza Debye ne dă ordinul de mărime, pentru grosimea maximă a unui strat de sarcină spațială ce mai poate fi traversat de electronii din plasmă împotriva cîmpului electric restaurator. Ea reprezintă, deci, lungimea maximă de-a lungul căreia pot avea loc abateri de la cvasineutralitatea plasmei. Desigur, pentru ca un gaz ionizat să satisfacă proprietatea de cvasineutralitate, adică de plasmă, el va trebui să ocupe un volum mult mai mare decît λ_D^3.

După cum ne arată relația (I.21), lungimea Debye depinde de proprietățile plasmei date și anume, de concentrația ei și de temperatura electronică a ei. Pentru edificare, să luăm două tipuri de plasmă: plasma unui arc electric și plasma interstelară. Pentru primul caz, vom lua $n_e = 10^{20}$ m^{-3}, $T_e = 10^4$ K și vom obține $\lambda_D \simeq 10^{-6}$ m, în timp ce pentru plasma interstelară, $n_e = 10^6$ m^{-3}, $T_e = 10^4$ K, iar lungimea Debye va fi $\lambda_D \simeq 10$ m. Gazul ionizat al arcului din acest exemplu se comportă deci ca o plasmă pe domenii mai mari decît aproximativ 1 μm, pe cînd gazul din spațiul cosmic manifestă proprietăți de plasmă pe dimensiuni abia de la 10 m în sus.

Așadar, putem spune că o colecție de particule pozitive și negative poartă numele de plasmă dacă ocupă un volum mult mai mare decît volumul unei sfere de rază egală cu lungimea Debye. Această sferă se numește sferă Debye și volumul ei va fi, evident,

$$V_D = \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3. \tag{I.22}$$

Numărul particulelor purtătoare de sarcină dintr-o sferă Debye va fi

$$N_D = \frac{4}{3} \pi \Delta n \lambda_D^3 \tag{I.23}$$

în care Δn reprezintă numărul de particule necompensate din unitatea de volum a sferei Debye. În cazul mai simplu al separării totale a sarcinilor

$$N_D = \frac{4}{3} \pi n_e \lambda_D^3 \tag{I.24}$$

sau, în SI,

$$N_D \simeq 1{,}375 \cdot 10^6 \frac{T_e^{3/2}}{n^{1/2}} \tag{I.25}$$

unde $n = n_i \simeq n_e$ este concentrația purtătorilor în plasma neperturbată*, alcătuită din electroni și ioni simplu ionizați.

Acest număr N_D fiind numeric egal cu numărul electronilor fluctuanți din sfera Debye, este desigur mic în comparație cu numărul total al electronilor din volumul ocupat de plasmă. El trebuie însă să fie destul de mare, pentru a satisface condițiile statistice în care a fost stabilită lungimea Debye, adică valabilitatea relației (I.17). Se cere deci îndeplinirea condiției

$$N_D \gg 1, \tag{I.26}$$

sau

$$1{,}375 \cdot 10^6 \frac{T_e^{3/2}}{n_e^{1/2}} \gg 1. \tag{I.27}$$

Să luăm ca exemplu gazul ionizat dintr-un tub obișnuit de descărcare, în condiții de laborator, cu concentrația electronilor de 10^{20} m^{-3}. Relația (I.27) ne arată că în acest caz T_e trebuie să fie mult mai mare decît 300—400 K. Determinările experimentale ne dau T_e de ordinul 10^4 K. Putem fi siguri deci că în tubul respectiv evoluează o plasmă.

I.4. VARIAȚIA LOCALĂ A DENSITĂȚII DE SARCINĂ. OSCILAȚIILE PLASMEI; FRECVENȚA LANGMUIR.

Mai sus am căutat să răspundem întîi la întrebarea cît de mari sînt forțele ce se opun separării locale a sarcinilor, iar apoi cît de mari sînt dimensiunile regiunii în care pot apărea astfel de separări. În prezentul paragraf vom afla cît timp poate dura acest fenomen de „alterare" a neutralității plasmei.

Vom porni de la observația că separarea locală a sarcinilor electrice echivalează, de fapt, cu o perturbare locală a densității de sarcină spațială. Să luăm o zonă A din plasmă (fig. I.5). În mod normal plasma este și aici, ca peste tot dealtfel, cvasineutră, adică $\rho \simeq 0$. Dacă sarcinile pozitive și negative

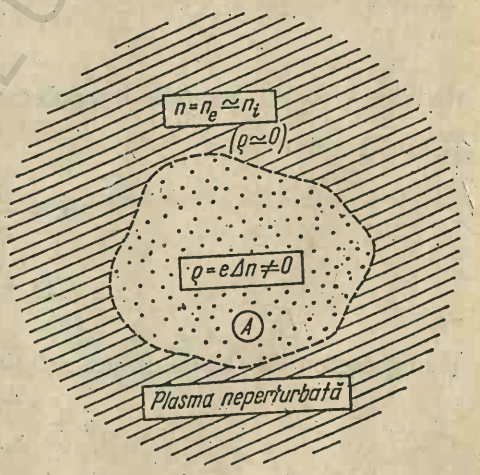


Fig. I.5. Variația locală a densității de sarcină.

* Să admitem că din zona perturbată a evadat numai o parte din electroni, astfel că în unitatea de volum au rămas n'. Considerăm că ionii pozitivi nu s-au deplasat, concentrația lor în această zonă va fi egală cu cea din plasma neperturbată $n_i \simeq n_e = n$. Numărul sarcinilor rămase necompensate din unitatea de volum va fi deci $\Delta n = n_i - n' \equiv n - n'$. Dacă toți electronii au evadat (cazul sarcinilor complet separate), adică $n' = 0$, atunci, numeric, vom avea $\Delta n = n \equiv n_i \simeq n_e$.

din regiunea A s-au separat, aceasta echivalează cu apariția unei densități de sarcină $\rho \neq 0$. Se înțelege însă că, datorită fluctuațiilor, densitatea sarcinii electrice va fi variabilă în timp. Pentru a exprima cantitativ această variație, putem porni de la ecuația de continuitate

$$\nabla \mathbf{j} = -\frac{d\rho}{dt} \tag{I.28}$$

unde $\mathbf{j}$ este densitatea curentului electric ce apare o dată cu deplasarea sarcinilor (electronilor) din zonă, cu viteza $\mathbf{v}$

$$\mathbf{j} = -en_e\mathbf{v}. \tag{I.29}$$

În această relație, n_e nu depinde de timp, fiind concentrația electronilor din plasma neperturbată. Viteza, însă, va suferi variații, datorită apariției în zonă a unui cîmp electric $\mathbf{E}$. Ea va satisface legea de mișcare

$$-e\mathbf{E} = m_e \frac{d\mathbf{v}}{dt} \tag{I.30}$$

unde m_e este masa electronului. Cîmpul $\mathbf{E}$ se va supune, desigur, ecuației Poisson

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}. \tag{I.31}$$

Introducînd $\mathbf{j}$ din (I.29) în (I.28)

$$en_e \nabla \mathbf{v} = \frac{d\rho}{dt}$$

derivăm această expresie în raport cu timpul și înlocuind în ea pe $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ din (I.30), rezultă

$$en_e \nabla \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\rho}{dt^2}$$

$$-\frac{e^2 n_e}{m_e} \nabla \mathbf{E} = \frac{d^2\rho}{dt^2}.$$

Ținînd seama de (I.31), ultima relație devine

$$\ddot{\rho} + \frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0} \rho = 0.$$

Aceasta este ecuația unei variații armonice, în timp, a densității de sarcină ρ, în zona de perturbare,

$$\ddot{\rho} + \omega_p^2 \rho = 0 \tag{I.32}$$

unde ω_p este pulsația acestei mișcări oscilatorii

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}. \tag{I.33}$$

Putem spune deci că orice perturbație locală a concentrației plasmei va da naștere unor oscilații întreținute ale electronilor, de frecvență

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}} \tag{I.34}$$

numită frecvența plasmei sau frecvență Langmuir. Oscilația astfel stabilită poartă numele de oscilația plasmei sau oscilație Langmuir.

Expresia pulsației (I.33) poate fi găsită și pe o cale mult mai simplă, într-un model „uniparticulă". Pornind de la expresia forței de restaurare ce acționează asupra electronului $F = -eE$ și folosind expresia cîmpului electric restaurator, vom avea

$$F = -\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0} x. \tag{I.35}$$

Forța de restaurare se comportă deci ca o forță elastică de tipul

$$F = -kx \tag{I.36}$$

care produce o mișcare oscilatorie armonică a electronului, cu pulsația ω dată de

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_e}} \tag{I.37}$$

Din identificarea coeficienților lui x în relațiile (I.35) și (I.36), se determină k și de aici

$$\omega = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}}$$

adică pulsația mișcărilor oscilatorii ale plasmei.

Pe aceleași căi se poate obține și expresia pulsației oscilațiilor ionice

$$\omega_i = \sqrt{\frac{e^2 n_i}{\varepsilon_0 m_i}} \tag{I.38}$$

unde am considerat ionul simplu ionizat, adică de sarcină $+e$.

Mai general, pulsația oscilațiilor plasmei (oscilații electronice și ionice) se scrie astfel

$$\Omega_p = (\omega_p^2 + \omega_i^2)^{1/2}, \tag{I.39}$$

Practic, însă, $\omega_i \ll \omega_p$, astfel că

$$\Omega_p \simeq \omega_p = \left(\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}\right)^{1/2}. \tag{I.40}$$

În plasmă pot exista multe tipuri de oscilații, mai ales dacă plasma se află sub influența unor cîmpuri magnetice. Termenul de *oscilațiile plasmei* sau *oscilațiile Langmuir* cu care ne-am ocupat mai sus nu desemnează toate

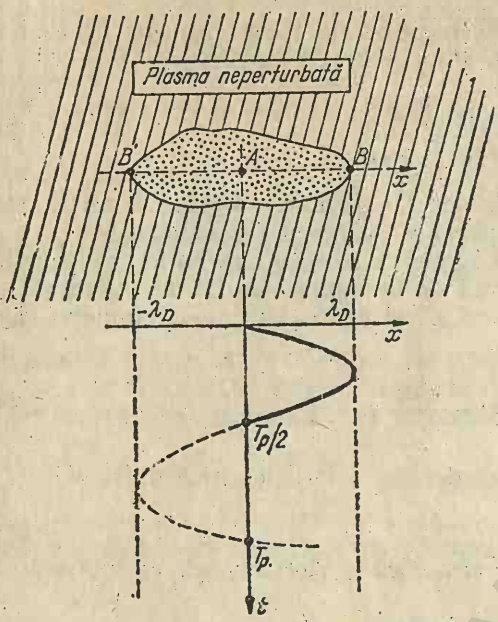


Fig. I.6. Evoluția în timp a abaterii de la cvasineutralitate.

tipurile de oscilații posibile, ci numai pe cele datorate forțelor electrostatice apărute în urma separării locale a sarcinilor. De aceea se și insistă uneori asupra deosebirii ce trebuie făcută între termenul de oscilațiile plasmei (Langmuir sau electrostatice) și termenul de *oscilații ale plasmei*, ultimul fiind mult mai cuprinzător.

Calculînd constantele din expresia (I.34), obținem formula „de lucru" pentru frecvența plasmei

$$\nu_p \simeq 9\sqrt{n_e}. \qquad \text{(I.41)}$$

Perioada oscilațiilor plasmei, adică timpul în care electronul, sub acțiunea forțelor de restaurare, execută o oscilație completă va fi

$$T_p = \frac{1}{\nu_p} = 2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_0 m_e}{e^2 n_e}} \simeq \frac{1}{9\sqrt{n_e}}. \qquad \text{(I.42)}$$

Privind mai simplu lucrurile, putem spune următoarele (vezi fig. I.6): dacă, la un moment dat, electronul pleacă din A (unde era „neutralizat") în direcția x, cîmpul întîrzietor ce apare în jurul lui A îi va limita deplasarea pînă la valoarea maximă $x = \lambda_D$, astfel că, după un timp $T_p/2$, el se întoarce în A, refăcînd astfel neutralitatea plasmei în acest punct. Electronul poate efectua mai multe oscilații în zona respectivă, dar de fiecare dată cînd trece prin A, neutralitatea plasmei este refăcută. În concluzie, se poate spune că perioada T_p a oscilațiilor Langmuir reprezintă ordinul de mărime al timpului maxim de separare locală a sarcinilor; pentru intervale mai mici decît T_p sarcinile pozitive și negative se pot afla, local, separate, iar pentru intervale mai mari decît T_p plasma va fi cvasineutră.

Desigur aceste oscilații locale ale cîmpurilor electrice se vor propaga mai departe în volumul plasmei formînd unde electromagnetice, care, în vid, au lungimea de undă

$$\lambda_p = \frac{c}{\nu_p} = 2\pi c\sqrt{\frac{\varepsilon_0 m_e}{e^2 n_e}} \qquad \text{(I.43)}$$

sau

$$\lambda_p \simeq \frac{10^8}{3\sqrt{n_e}} \qquad \text{(I.44)}$$

Frecvența Langmuir variază în limite largi în funcție de concentrația plasmei. Pentru plasma unei descărcări intense de laborator ($n = 10^{20} - 10^{22} m^{-3}$) rezultă $\nu_p \simeq 10^{11} - 10^{12}$ Hz, intervalul spectral corespunzător fiind în domeniul microundelor și al infraroșului îndepărtat ($\lambda_p = 0{,}03 - 0{,}3$ cm). Remarcăm deci că, în general, oscilațiile electronice ale plasmei sînt de înaltă frecvență, astfel că, în medie, pe intervale de timp mari în comparație cu perioada de timp a oscilațiilor, cvasineutralitatea plasmei se conservă.

Cum se vede, atît intervalele spațiale λ_D, cît și cele temporale $T_p = 1/\nu_p$, în care are loc o separare sensibilă a sarcinilor electrice în plasmă, sînt cu atît mai mici cu cît este mai mare concentrația n a plasmei.

O plasmă total ionizată, densă, este, practic, întotdeauna neutră, gazul electronic împreună cu cel ionic evoluînd împreună, într-un amestec inseparabil, ca un gaz electrono-ionic, într-o formă specifică de mișcare colectivă. Dimpotrivă, în gazele prea slab ionizate (n mic) mărimile λ_D și $1/\nu_p$ pot fi prea mari față de dimensiunile spațiale, respectiv, durata evoluției temporale a ansamblului de particule, astfel că acesta încetează de a mai fi un colectiv „închegat", îndepărtîndu-se de starea de plasmă pe măsură ce n este tot mai mic; gazul devine o colecție de particule încărcate care evoluează independent unele de altele, practic fără interacțiuni între ele.

Conform acestor observații, condiția de cvasineutralitate $n = n_e \simeq n_i$ trebuie înțeleasă sub forma mediată

$$\langle n \rangle = \langle n_e \rangle \simeq \langle n_i \rangle \tag{I.45}$$

unde medierea se face atît pe intervale de spațiu, cît și de timp, mari în comparație cu lungimea caracteristică λ_D, respectiv, cu timpul caracteristic T_p.

I.5. ECRANAREA POTENȚIALULUI COULOMBIAN ÎN PLASMĂ. ECUAȚIA GENERALĂ A STRATULUI DUBLU

Vom înțelege mai bine fenomenul de separare a sarcinilor, precum și alte proprietăți ale plasmei, dacă vom examina potențialul electrostatic din jurul unei particule individuale din plasmă (fig. I.7). În vid, după cum știm, acest potențial este

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \tag{I.46}$$

unde Q este sarcina particulei. În plasmă, însă, va trebui să ținem seama de fenomenul de ecranare a particulei respective de către cîmpurile particulelor cu sarcină de semn contrar din vecinătatea ei. Pentru mai multă claritate, să considerăm o plasmă total ionizată, adică formată numai din particule încărcate. Presupunem că am „introdus" în această plasmă o sarcină punctiformă, Q. În imediata vecinătate a ei, particulele de același semn sînt respinse, iar cele de semn contrar atrase. Ca urmare, are loc o ușoară creștere a concentrației particulelor de semn contrar în jurul ei. Se formează o zonă sferică a cărei întindere (rază) depinde, cum vom vedea, de concentrația și temperatura particulelor din plasmă.

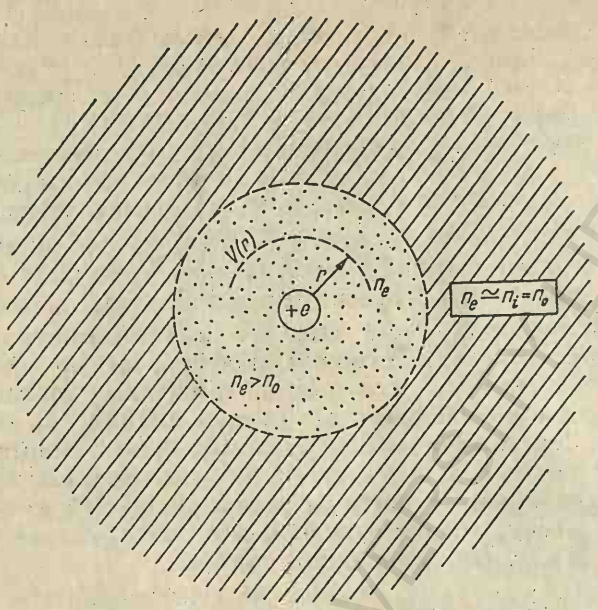


Fig. I.7. Distribuția potențialului $V(r)$ în stratul de ecranare din jurul unui ion pozitiv din plasmă.

Cum am spus, ne vom interesa de distribuția potențialului $V(r)$, căutînd să stabilim ce apare nou față de cazul în care Q se afla „singură" în spațiul vid. Pentru aceasta, vom examina V ca soluție a ecuației Poisson

$$\Delta^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{I.47}$$

unde ρ este densitatea sarcinii spațiale în vecinătatea purtătorului de sarcină Q. Notînd cu n_j concentrația particulelor de tipul j și cu $z_j e$ sarcina fiecăreia din ele, atunci

$$\rho = e \sum_j n_j z_j \tag{I.48}$$

$n_j(r)$ va fi descris de distribuția Boltzmann a particulelor j ce pot pătrunde în zona de perturbare în care domnește potențialul $V(r)$

$$n_j(r) = n_{0j} e^{-\frac{z_j e V(r)}{kT_j}} \tag{I.49}$$

unde n_{0j} este concentrația particulelor j în plasma neperturbată, iar T_j temperatura gazului de tip j. $V(r)$ va fi, în cazul nostru, potențialul la distanța r de particula Q, creat atît de această particulă, cît și de celelalte din jurul ei. Vom scrie, deci, ecuația Poisson sub forma

$$\nabla^2 V = -\frac{e}{\varepsilon_0} \sum z_j n_{0j} e^{-\frac{z_j e V}{kT_j}} . \tag{I.50}$$

Admițînd că energia de interacțiune coulombiană între particulele plasmei este mult mai mică decît energia de agitație termică a lor (aproximația gazo-cinetică sau a statisticii clasice), $z_j e \ll kT_j$, vom putea scrie ecuația (I.50) sub formă liniarizată cu bună aproximație

$$\nabla^2 V = -\frac{e}{\varepsilon_0} \sum_j z_j n_{0j} \left(1 - \frac{z_j e V}{kT_j}\right). \tag{I.51}$$

Ținînd seama de cvasineutralitatea plasmei,

$$\sum_j z_j n_{0j} \simeq 0, \tag{I.52}$$

vom obține

$$\nabla^2 V = \left(\frac{e^2}{\varepsilon_0 k} \sum_j \frac{z_j^2 n_{0j}}{T_j}\right) V. \tag{I.53}$$

În cazul simetriei sferice, laplaceianul poate fi scris sub forma

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r^2 \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\right) = \frac{1}{r} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2} (rV). \tag{I.54}$$

În acest caz, ecuația (I.53) se reduce la următoarea ecuație omogenă cu coeficienți constanți

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2} (rV) - \varkappa^2 (rV) = 0 \tag{I.55}$$

unde

$$\varkappa = \sqrt{\frac{e^2}{\varepsilon_0 k} \sum \frac{z_j^2 n_{0j}}{T_j}}. \tag{I.56}$$

Soluția ei este de forma

$$rV = Ae^{\varkappa r} + Be^{-\varkappa r} \tag{I.57}$$

de unde

$$V(r) = \frac{A}{r} e^{\varkappa r} + \frac{B}{r} e^{-\varkappa r}. \tag{I.58}$$

Primul termen nu are sens fizic întrucît pentru $r \to \infty$ potențialul trebuie să se anuleze. Așadar,

$$V = \frac{B}{r} \mathrm{e}^{-\varkappa r}. \tag{I.59}$$

În imediata vecinătate a sarcinii punctiforme Q, adică formal, pentru $r \to 0$, soluția (I.59) trebuie să coincidă cu potențialul coulombian al acestei sarcini, condiție care ni-l va determina pe B, astfel că vom obține în final

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-\varkappa r}. \tag{I.60}$$

BCU ȘI CENTRU UNIVERSITY LIBRARY

Cum se vede, $\varkappa$ este inversul unei lungimi, de aceea vom scrie

$$h = \frac{1}{\varkappa} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k}{e^2 \sum_j \frac{z_j^2 n_{0j}}{T_j}}} \tag{I.61}$$

Relația (I.60) scrisă sub forma

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-\frac{r}{h}} \tag{I.62}$$

exprimă mai clar faptul că există o lungime h astfel că, pentru distanțe $r \ll h$, potențialul $V(r)$ este, practic, coulombian, iar pentru $r \gg h$, el tinde mult mai repede către zero decît potențialul coulombian neecranat (I.46). Așadar, o sarcină Q, aflată într-un mediu plasmatic, acționează asupra plasmei printr-un potențial coulombian „corectat" cu factorul exponențial $\exp(-r/h)$ (factor de ecranare), care îi diminuează drastic efectul perturbator pe o distanță de ordinul h, numită lungime (distanță) de ecranare.

În cazul unei plasme care are numai două componente cu sarcini de semn opus sarcinii particulei Q, lungimea de ecranare va fi

$$h = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k}{e^2 \left(\frac{z_1^2 n_{01}}{T_1} + \frac{z_2^2 n_{02}}{T_2} \right)}}. \tag{I.63}$$

Un model simplificat este acela cu ioni „simpli", care au $z_1 = z_2 = 1$. Dacă ei au și concentrații egale în afara stratului de perturbare, adică $n_{01} = n_{02} = n_0$, atunci

$$h = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k}{e^2 n_0 \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)}}. \tag{I.64}$$

Dacă una din componentele ionice are o temperatură mult mai mică decît cealaltă, de exemplu $T_1 \ll T_2$, atunci

$$h \simeq \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_1}{e^2 n_0}}. \tag{I.65}$$

Acest exemplu reprezintă cazul în care ionii de tip „1" sînt mult mai grei decît cei de tip „2" (adică $m_1 \gg m_2$). Și, în general, componenta mai „rece" are o contribuție mai mare la ecranare, cum se poate vedea din relația (I.64).

Dacă avem N componente de ioni simpli ($z_1 = z_2 = \ldots = 1$), cu concentrații egale ($n_{01} = n_{02} = \ldots = n_0$) și în echilibru termic ($T_1 = T_2 = \ldots = T$), vom avea

$$h = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T}{N e^2 n_0}} \tag{I.66}$$

Referindu-ne acum la un ion pozitiv oarecare din plasmă, înconjurat de un singur tip de particule de semn contrar ($N = 1$) și anume, de electroni, considerat practic în repaus față de aceștia din urmă, relația (I. 66) ne dă, formal, expresia

$$h = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_e}{e^2 n_e}} \tag{I.67}$$

care este chiar lungimea Debye, λ_D. Acest caz merită însă o discuție aparte, pe care o vom face ceva mai jos.

În concluzie, putem afirma că orice particulă electrizată, în repaus, din plasmă, nu poate acționa pe o distanță prea mare din jurul ei; distribuția potențialului coulombian este puternic afectată de factorul de ecranare care face ca influența acestui potențial să scadă pînă la valori neglijabile pe o distanță mult mai mică decît în vid. Plasma are deci această proprietate remarcabilă de a nu permite extinderea în tot volumul ei a acțiunii perturbatoare a unui „corp străin". Ea va „izola" rapid acest corp perturbator printr-o anumită „reorganizare" în imediata vecinătate a lui, reușind să creeze aici un mic strat „protector" de sarcină spațială, a cărei grosime este de ordinul distanței de ecranare h^*.

Cele spuse mai sus sînt valabile și pentru un conductor oarecare introdus în plasmă, aflat la un potențial pozitiv (strat negativ) sau negativ (strat pozitiv) față de ea. Aceasta este și cazul așa-numitelor sonde Langmuir.

Ecuația generală a stratului din plasmă. În cele discutate pînă acum, am considerat că stratul de sarcină spațială este unipolar. Aceasta se întîmplă atunci cînd particula sau corpul străin din plasmă are un potențial dat sau care poate fi „comandat" cu mijloace exterioare plasmei.

Situația cea mai generală este, însă, cea în care stratul este populat de particule de ambele semne provenite din plasmă. Acesta este, de exemplu, cazul stratului ce se formează în vecinătatea peretelui izolator al tubului de descărcare: electronii, fiind mai mobili decît ionii pozitivi, încarcă suprafața peretelui cu o sarcină negativă. Ca urmare, se formează un strat adiacent peretelui în care există un cîmp electric ușor retardant pentru electroni și accelerator pentru ionii pozitivi. Acest strat va fi străbătut atît de ioni cît și de electroni, care se vor recombina la suprafața peretelui. La fel se petrec lucrurile la joncțiunea plasmei cu orice suprafață dielectrică sau conductoare, mai izolată (flotantă). Într-un astfel de strat, distribuția potențialului se află pornind de la existența sarcinii bipolare, în care densitatea de sarcină spațială este

$$\rho = -en_e + zen_i \tag{I.68}$$

în care e, ze, n_e, n_i sînt sarcinile și concentrațiile electronilor, respectiv, ionilor pozitivi din strat. Teoria straturilor ca zone de trecere la joncțiunea plasmă-electrod sau plasmă-perete a fost elaborată, mai ales pentru plasme slab ioni-

* Un fenomen asemănător s-a examinat la fizica atomică în cazul ecranării cîmpului coulombian al nucleului de către norul electronic al atomului respectiv. În fizica plasmei este vorba de ecranarea cîmpului coulombian al unui ion (de regulă, pozitiv) de către norul excedentar de particule libere de semn contrar (de regulă, electroni) provenite din plasmă și care populează vecinătatea ionului pe o întindere de ordinul razei Debye.

zate (în care $T_e \gg T_i$), de către Tonks și Langmuir. Presupunînd o distribuție maxwelliană a electronilor în plasmă, concentrația electronilor în strat va fi dată de distribuția Boltzmann.

Dacă f_i este funcția de distribuție după viteze a ionilor din strat, atunci ecuația generală a stratului bipolar va fi

$$\nabla^2 V - \frac{en_0}{\varepsilon_0} e^{-\frac{eV}{kT_e}} + \frac{ze}{\varepsilon_0} \int_{(v_i)} f_i \, dv_i = 0 \tag{I.69}$$

în care $dv_i = dv_x dv_y dv_z$.

Notînd

$$\eta = -\frac{eV}{kT_e} \tag{I.70}$$

vom avea

$$-\frac{kT_e}{e} \Delta^2 \eta - \frac{en_0}{\varepsilon_0} e^{-\eta} + \frac{ze}{\varepsilon_0} \int_{(v_i)} f_i \, dv_i = 0.$$

Înmulțind ecuația cu ε_0/en_0, obținem

$$\frac{\varepsilon_0 kT_e}{e^2 n_0} \nabla^2 \eta + e^{-\eta} - \frac{z}{n_0} \int_{(v_i)} f_i \, dv_i = 0.$$

Ținînd seama de relația (I.20) care definește lungimea Debye, ecuația stratului devine

$$\lambda_D^2 \nabla^2 \eta + e^{-\eta} - \frac{z}{n_0} \int_{(v_i)} f_i \, dv_i = 0. \tag{I.71}$$

Aceasta este ecuația generală de strat, scrisă în variabila adimensională η numită și „potențial redus", în care lungimea Debye apare ca un important factor de proporționalitate. Potențialul redus η nu este altceva decît energia potențială a electronului exprimată în unități de kT_e, conform relației (I.70). Cunoscînd distribuția f_i a ionilor în strat, soluția ecuației (I.69) sau (I.71) ne va da distribuția potențialului V în toată grosimea stratului.

Cazul ionului oarecare din plasmă. Vom lua în discuție acum situația în care sarcina Q nu este a unei particule „străine", ci a unui ion pozitiv obișnuit, component al plasmei date. Îl vom considera simplu ionizat și, practic, în repaus față de electroni. În vecinătatea lui se va produce o ușoară creștere a concentrației electronilor, n_e, în timp ce concentrația ionilor, identici cu cel n cauză, *o considerăm nemodificată*. În acest caz, sarcina spațială netă din trat este negativă. Potențialul $V(r)$ ce se stabilește în strat va retarda electronii, astfel că concentrația lor n_e va fi controlată de distribuția Boltzmann

$$n_e = ne^{-\frac{|e|V}{kT_e}} \simeq n\left(1 - \frac{|e|V}{kT_e}\right) \tag{I.72}$$

unde n este concentrația electronilor din exteriorul stratului (egală cu a ionilor din strat!). Electronii fiind în exces, densitatea de sarcină din strat va fi

$$\rho = |e|\,(n_e - n). \tag{I.73}$$

Ținînd seama de (I.72) și (I.73), ecuația Poisson în vecinătatea ionului pozitiv se va scrie

$$\nabla^2 V - \frac{e^2 n}{\varepsilon_0 k T_e} V = 0. \tag{I.74}$$

Avînd în vedere simetria sferică a problemei, vom putea scrie

$$\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}(rV) - \frac{e^2 n}{\varepsilon_0 k T_e} V = 0$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}(rV) - \frac{e^2 n}{\varepsilon_0 k T_e} rV = 0. \tag{I.75}$$

Soluția acestei ecuații ne dă pentru $V(r)$ expresia de forma (I.59), cum am văzut mai sus

$$V(r) = \frac{B}{r} e^{-\varkappa r}$$

unde

$$\varkappa = \sqrt{\frac{e^2 n}{\varepsilon_0 k T_e}}. \tag{I.76}$$

Inversul lui $\varkappa$ este, cum se vede, chiar expresia lungimii Debye

$$\frac{1}{\varkappa} = \lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_e}{e^2 n}}. \tag{I.76'}$$

Punînd condiția ca pentru distanțe mici ($r \to 0$) sarcina $Q = ze$ a ionului să acționeze prin potențialul coulombian obișnuit, vom avea, în final

$$V(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}}, \tag{I.77}$$

expresie asemănătoare cu (I.62), care ne arată că orice ion pozitiv din plasmă acționează asupra celorlalte particule printr-un potențial coulombian ecranat, factorul de ecranare $\exp(-r/\lambda_D)$ impunîndu-i o scădere rapidă pe o distanță de ordinul razei Debye. Considerînd deci acest potențial ca fiind nul la distanțe mai mari decît λ_D, conchidem că particulele plasmei nu se „simt" reciproc dacă distanța dintre ele este mai mare decît λ_D, ca ordin de mărime. Așadar, putem considera un model „gazo-cinetic" al plasmei, în care componentele ei se mișcă haotic și, practic, independent unele de altele, atît timp cît nu se apropie între ele la distanțe mai mici decît λ_D. Aceasta este așa-numita aproxi-

mație gazo-cinetică a plasmei, în cadrul căreia se pot face evaluări cantitative cu bună aproximație, folosind unele noțiuni și metode de calcul din teoria cinetică a gazelor. Astfel se justifică, de exemplu, folosirea noțiunilor de gaz electronic, gaz ionic, temperatură electronică T_e, presiune parțială a gazului electronic $p_e = n_e k T_e$, etc. Sensul fizic al acestei aproximații este cuprins în relația (I.72) care spune că ionul acționează asupra electronilor printr-un potențial $|e|V$ destul de mic (în electron-volți) față de energia medie de agitație termică a acestor electroni, kT_e. Cu alte cuvinte, energia potențială a ionului pozitiv nu perturbă, deci, practic, energia mișcării de agitație termică a electronilor din volumul ocupat de plasmă.

I.6. APROXIMAȚIA GAZULUI IDEAL. LUNGIMEA LANDAU

Să analizăm mai îndeaproape cele spuse mai sus. Pentru o plasmă obișnuită, de laborator, λ_D este de ordinul 10^{-4} m sau mai mică. Energia potențială a unei particule de sarcină e, la distanța λ_D va fi

$$eV_D = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\lambda_D} = 9 \cdot 10^9 \frac{e^2}{\lambda_D} \simeq 10^{-5}\ \text{eV}.$$

Energia medie de agitație termică este, pentru electroni, $kT_e \simeq 1$ eV, iar pentru ioni, de sute de ori mai mică decît a electronilor. Este deci justificată afirmația că energia potențială a unei sfere Debye este mică față de energia de agitație termică

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\lambda_D} \ll kT \tag{I.78}$$

unde T este temperatura electronică sau ionică, iar în cazul unei plasme izoterme $T_e \simeq T_i = T$.

Dar condiția (I.78) ne mai furnizează o importantă informație, pe care o vom releva în cele ce urmează. Mai întîi, folosind expresia lungimii Debye I.76) înlocuim pe kT din partea dreaptă a inegalității (I. 78),

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\lambda_D} \ll \frac{e^2 n}{\varepsilon_0}\lambda_D^2.$$

De aici urmează imediat

$$\lambda_D^3 \gg \frac{1}{4\pi n}.$$

Să exprimăm λ_D prin numărul electronilor necompensați din sfera Debye,

$$N_D = \frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 n_D$$

unde n_D este numărul electronilor fluctuanți (necompensați) din unitatea de volum din sfera Debye. Vom obține condiția

$$N_D \gg \frac{1}{3}\frac{n_D}{n}. \tag{I.78'}$$

Însă, conform relației (I. 72),

$$n_D \simeq n\left(1 - \frac{|e|V_D}{kT}\right)$$

unde V_D este potențialul pe sfera Debye. Inegalitatea (I.78) va deveni

$$N_D \gg \frac{1}{3}\left(1 - \frac{|e|V_D}{kT}\right), \tag{I.79}$$

în care, paranteza este totdeauna subunitară. Inegalitatea (I.79) va fi cu atît mai mult satisfăcută, dacă vom scrie

$$N_D \gg 1 \tag{I.80}$$

care nu reprezintă altceva decît condiția (I.26) ca numărul particulelor din sfera Debye să fie suficient de mare. Este acum clar că cerința impusă de folosirea statisticii clasice în domeniul plasmei este echivalentă cu condiția ca volumul unei sfere Debye să cuprindă un număr destul de mare de electroni.

O altă mărime caracteristică importantă în plasmă este lungimea Landau (sau distanța critică) λ_L care reprezintă distanța dintre particulele electrizate la care energia de interacție electrostatică, în vid, este egală cu energia cinetică medie a particulelor,

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\lambda_L} = kT \tag{I.81}$$

deci

$$\lambda_L = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 kT}. \tag{I.82}$$

În această expresie particulele sînt electroni sau ioni simpli ($q = e$).

Lungimea Landau (I.82) ne ajută să precizăm cînd putem aproxima un gaz ionizat (plasmă) cu un gaz perfect (ideal). Dacă d este distanța medie dintre particulele încărcate, plasma se va comporta ca un gaz ideal cînd energia de interacție (coulombiană) este neglijabilă față de energia de agitație termică

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 d} \ll kT. \tag{I.83}$$

Ținînd seama de (I.81), inegalitatea (I.83) ne va da

$$\lambda_L \ll d. \tag{I.84}$$

Revenind acum la inegalitatea (I.78), aceasta va fi echivalentă cu

$$\lambda_L \ll \lambda_D. \tag{I.85}$$

Înlocuind (I.82) în (I.85), obținem

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 kT} \ll \lambda_D \tag{I.86}$$

sau

$$\frac{1}{4\pi n} \cdot \frac{e^2 n}{\varepsilon_0 kT} \ll \lambda_D.$$

Ținînd seama de (I.76') și luînd* $d^3 \sim 1/n$

$$\frac{d^3}{4\pi} \ll \lambda_D^3 \tag{I.87}$$

sau, în general,

$$d \ll \lambda_D. \tag{I.88}$$

Reunind condițiile (I.84), (I.85), (I.88) vom obține expresia

$$\lambda_L \ll d \ll \lambda_D \tag{I.89}$$

care ne arată condițiile în care un gaz ionizat are proprietățile unei plasme ($\lambda_D \gg d$, adică sfera Debye conține un număr destul de mare de particule încărcate), iar plasma respectivă se comportă cu un gaz ideal ($\lambda_L \ll d$), astfel încît pot fi folosite, de exemplu, ecuații de stare de tipul $p_e = n_e kT_e$, sau $p_i = n_i kT_i$ ș.a.m.d.

Sînt interesante două cazuri extreme: plasme superdense și gaze ionizate ultrarareﬁate. Astfel, expresia lungimii Debye (I.76) ne arată că, dacă la o emperatură T dată, crește foarte mult concentrația n a plasmei , λ_D poate deveni atît de mică, încît numărul particulelor de semn contrar N_D din sfera Debye să fie insuficient pentru o ecranare efectivă. Lipsind ecranarea, asupra fiecărei particule pot acționa practic nestînjenit cîmpurile tuturor celorlalte particule; plasma nu mai poate fi asimilată, în acest caz, unui gaz ideal. Avem de-a face cu o plasmă „colectivă", unde noțiunea de ciocnire binară își pierde sensul, noțiune care oricum este folosită cu multe rezerve în fizica plasmei. Examinarea teoretică a acestor plasme superdense („colective") se face cu mijloace matematice mai perfecționate decît cele oferite de teoria cinetică a gazului ideal.

Cazul limită complementar este acela în care concentrația particulelor încărcate este foarte mică sau, conform aceleiași relații (I.76), cînd energia cinetică medie a lor, kT, este foarte mare.

În această situație, raza Debye, λ_D poate deveni mai mare decît dimensiunile plasmei. Ca urmare, particulele se vor mișca aproape independent unele față de altele. În volumul gazului va evolua nu o plasmă, ci un gaz ionizat format din particule independente și lipsit de proprietatea de cvasineutralitate.

Ciocnirea binară între particule ecranate. Să examinăm reprezentarea grafică din fig. I.8. Aici este dată distribuția potențialului ecranat V_e, alături de distribuția potențialului coulombian obișnuit V, în vecinătatea unui ion pozitiv de sarcină $z_i e$. Cum am văzut, în interiorul unei sfere de rază λ_D sarcina este ușor negativă față de restul plasmei. Faptul că pentru $r > \lambda_D$ potențialul V_e tinde către zero mult mai rapid decît cel coulombian V, ne îndrep-

* Expresia mai riguroasă este $d = 0{,}554\ n^{-1/3}$ (R. Țițeica, I. Popescu, *Fizica generală*, vol. III, Ed. Tehnică, București, 1975, pag. 277).

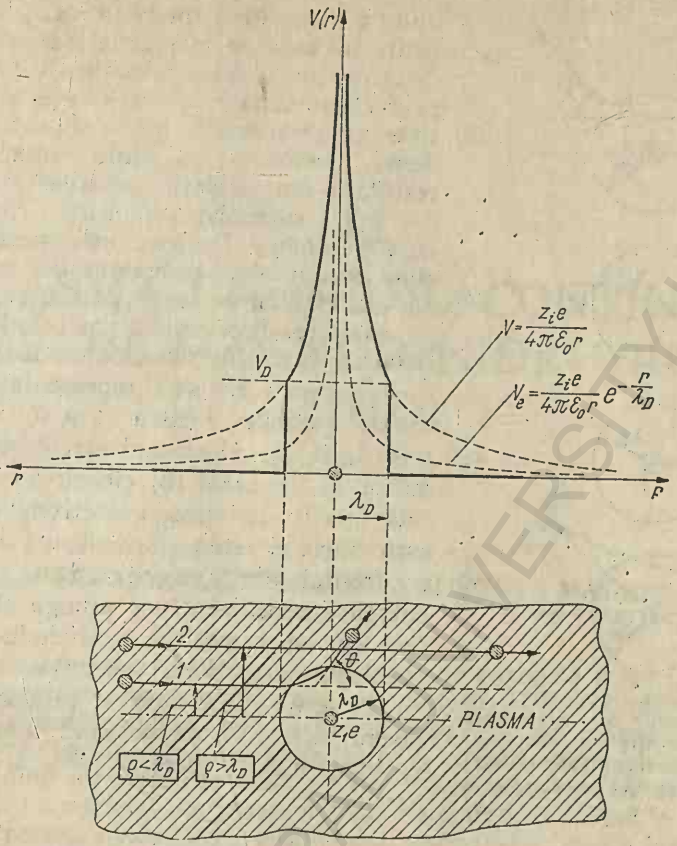


Fig.1.8. „Tăierea potențialului coloumbian în plasmă.

tățește să procedăm la o „tăiere" bruscă a potențialului coulombian la distanța $r = \lambda_D$. Admitem deci că realitatea este destul de bine reprezentată prin linia continuă de pe grafic. Aceasta înseamnă că admitem pentru particula noastră un parametru de șoc

$$\rho_{max} = \lambda_D \tag{I.90}$$

dincolo de care deviația θ este neglijabilă (traiectoria 2 din partea de jos a figurii). Dacă, de exemplu, un electron se apropie de particula dată, la un parametru de șoc $\rho < \lambda_D$, el va fi deviat sub unghiul θ, așa cum se vede în figură. În concluzie, dacă în vid deviația θ este diferită de zero pentru orice valoare (rezonabilă) a parametrului de șoc ρ, în plasmă orice interacție coulombiană nu se manifestă la distanțe mai mari de $\rho_{max} \simeq \lambda_D$ și nu durează mai mult decît

$$t_c \simeq \frac{\lambda_D}{v} \tag{I.91}$$

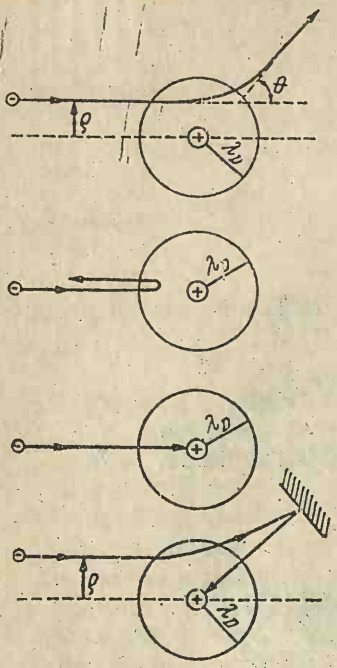


Fig. I.9. Ciocnirea electronului cu particula ecranată: a — ciocnire elastică; b — ciocnire frontală, elastică; c — ciocnire frontală neelastică; d — ciocnire neelastică în vecinătatea peretelui sau a unei terțe particule,

unde v este viteza medie a particulei incidente în zona de interacție, iar t_c timpul de ciocnire (durata ciocnirii). Așadar, o primă aproximație a traiectoriei unui electron nu prea rapid, într-o plasmă nu prea densă, poate fi o linie întortocheată, rezultată din deviații „elastice" succesive, de tip coulombian, în urma „ciocnirilor" cu sfere Debye. Desigur, cele spuse nu exclud posibilitatea interacțiunilor neelastice ale electronului cu ionul pozitiv (recombinare, excitare, disociere), atunci cînd sînt satisfăcute condițiile fizice corespunzătoare.

În figura I.9 sînt reprezentate cîteva cazuri posibile. Pentru $\rho \neq 0$, dar mai mic decît λ_D, electronul este deviat elastic (cazul a). În cazul (b) ciocnirea este frontală ($\rho=0$), dar energia electronului—mică, astfel încît el este respins elastic. În ciocnirea frontală din (c) electronul are suficientă energie cinetică pentru a ajunge să ia contact cu ionul pozitiv, realizîndu-se astfel condițiile unei ciocniri neelastice. În cazul (d) se arată posibilitatea producerii unei ciocniri neelastice, atunci cînd interacția are loc în vecinătatea peretelui sau a unei terțe particule.

BCU IASI / CENTRAL

II

PLASMA CA MEDIU CONTINUU MODELUL MAGNETOHIDRODINAMIC (MHD)

II.1. ECUAȚIA NAVIER-STOKES ȘI FORȚA MAGNETICĂ

Deoarece mediile continue sînt sisteme de particule legate, iar plasmele sînt caracterizate, în general, prin interacțiuni colective, putem considera starea de plasmă ca starea unui fluid continuu. În cele ce urmează vom trata deci plasma ca un fluid (compresibil sau incompresibil) electroconductor. În teoria fluidelor obișnuite se adoptă fie modelul structurii discrete (mecanica statistică), fie modelul continuumului (hidrodinamica), în care se face abstracție de structura discontinuă a lichidului sau gazului respectiv. Evident, și în fizica plasmei se poate folosi unul sau altul din aceste două modele de calcul. În cele ce urmează vom expune modelul fluidului continuu. Pentru început să luăm cazul simplu în care o forță **F** acționează asupra unui corp de masă m. Mișcarea corpului m va fi guvernată de legea a doua a dinamicii newtoniene

$$m\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t}=\mathbf{F} \tag{II.1}$$

unde **u** este viteza masei m.

Considerînd masa uniform distribuită într-un volum V, mecanica mediilor continuue introduce noțiunea de densitate masică ρ_m (masa unității de volum). Ecuația lui Newton se va scrie în acest caz sub forma

$$\rho_m\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathbf{F}}{V}.$$

Notînd cu **f** forța ce acționează asupra unității de volum (măsurată în N/m^3), vom avea

$$\rho_m\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t}=\mathbf{f}. \tag{II.2}$$

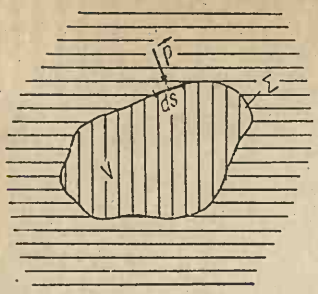


Fig. II.1. Forțe de interacție în fluidul în mișcare.

Ecuația (II.2) reprezintă legea de mișcare a „elementului de masă" (a masei unității de volum) sub acțiunea unei forțe de densitate (volumică) **f**. Luînd în considerație și forțele pe care straturile vecine unui volum V, în mișcare, le exercită asupra masei de fluid din acest volum, ecuația (II.2) trebuie să mai conțină încă un termen de forță. Pentru a-l găsi, să pornim de la forța dF' exercitată de restul fluidului asupra elementului de arie dS al suprafeței Σ ce delimitează volumul V (fig. II.1). Dacă **p** este presiunea, atunci

$$dF' = -\mathbf{p}\, dS.$$

Forța totală ce va acționa asupra masei din volumul V va fi

$$F' = -\int_{\Sigma} \mathbf{p}\, dS. \tag{II.3}$$

Semnul minus este luat pentru a arăta că F' este spre interiorul suprafeței Σ. Transformînd (II.3) într-o integrală de volum prin formula flux-divergență (Gauss-Ostrogradski), vom avea

$$F' = -\int (\operatorname{div} \mathbf{p})\, dV. \tag{II.4}$$

Notînd cu dF cantitatea de sub semnul integrală, care reprezintă forța exercitată asupra unui element de volum dV,

$$dF_V = -(\nabla \mathbf{p})\, dV,$$

atunci forța asupra unității de volum $f' = dF'/dV'$, va fi dată de relația scalară

$$f' = -\operatorname{div} \mathbf{p}. \tag{II.5}$$

Înțelegînd prin p presiunea normală la suprafața ($\mathbf{p} \cdot \mathbf{n} = p$) și înmulțind scalar (II.5) cu vectorul unitar, normal la suprafață, **n**, vom obține vectorul *

$$\mathbf{f}' = -\operatorname{grad} \mathbf{p}$$

și ecuația (II.2) va deveni

$$\rho_m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{f} - \Delta p. \tag{II.6}$$

---

* Avînd în vedere că $\operatorname{div} \mathbf{p} = \left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\mathbf{p}$, vom avea $(\operatorname{div} \mathbf{p})\,\mathbf{n} = \left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}$. Deoarece **p** este colinear cu **n**, $(\vec{p} \cdot \vec{n} = p$, vom obține $(\operatorname{div} \vec{p}) \cdot \vec{n} = \operatorname{grad} p$.

Dacă între straturi există frecare (fluide reale), atunci, pe lîngă forțele de tip f′ normale, apar și forțe tangențiale la suprafața de contact între straturi, forțe date de relația lui Newton

$$F'' = \eta A \frac{du}{dx}, \tag{II.7}$$

în care A este aria suprafeței de contact, dx distanța dintre straturile adiacente, iar u viteza relativă a unui strat față de celălalt sau față de perete. Factorul η se numește coeficient de vîscozitate dinamică a fluidului, dimensiunile lui rezultînd din relația (II.7). Mărimea

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_m} \tag{II.8}$$

poartă numele de vîscozitate cinematică.

În dinamica fluidelor se demonstrează că forța ce acționează asupra unității de volum din partea frecărilor (vîscozității) este

$$f'' = \eta \nabla^2 u \tag{II.9}$$

astfel că ecuația (II.6) completată cu forța de vîscozitate va fi

$$\rho_m \frac{du}{dt} = f - \nabla p + \eta \nabla^2 u \tag{II.10}$$

care este, de fapt, cunoscuta ecuație Navier-Stokes*.

Cele spuse pînă acum se referă la un fluid obișnuit, neionizat, deci neconductor. Plasma, însă, fiind un mediu ionizat, va „simți" acțiunea oricăror forțe electrice sau magnetice ce se exercită asupra ei. Considerînd-o ca un mediu continuu, ea poate fi studiată cu ajutorul relațiilor din dinamica mediului continuu completate cu relații specifice interacțiunii cu cîmpuri electromagnetice. Astfel a luat naștere, prin anii '50 un nou și important domeniu al fizicii: magnetohidrodinamica. Fundamentele teoretice ale acestui domeniu

---

* Putem da o justificare a expresiei (II.9). Scriind (II.7) sub forma finită

$$F'' = \eta A \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

și considerînd o porțiune de volum $V = A\Delta x$, forța pe unitatea de volum va fi

$$f'' = \eta \frac{A}{A\Delta x} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

adică

$$f'' = \eta \frac{\Delta u}{(\Delta x)^2}$$

sau, la limită,

$$f'' = \eta \frac{d^2u}{dx^2}.$$

Trecînd de la derivata unidimensională d^2/dx^2 la cea tridimensională, adică grad^2 (sau ∇^2), obținem: $f'' = \eta \nabla^2 u$.

sînt constituite din legile (și ecuațiile) hidrodinamicii împreună cu legile (și ecuațiile) electromagnetismului. De aici provine și denumirea de magnetohidrodinamică (prescurtat MHD). Se mai întîlnesc și alte denumiri ca: hidrodinamica plasmei, hidrodinamica gazelor ionizate, magnetodinamica fluidelor, dinamica fluidelor electroconductoare etc., care desemnează însă unul și același domeniu.

Deși unele fenomene de tip magnetohidrodinamic au fost abordate mai demult (Faraday a încercat să măsoare tensiunea electromotoare indusă de mișcarea apelor Tamisei, sărate din cauza mareelor, în cîmpul magnetic terestru, iar Hartmann, în 1937, studiază mișcarea mercurului în cîmp magnetic), magnetohidrodinamica s-a constituit ca ramură de sine stătătoare a fizicii o dată cu lucrările științifice ale suedezului Alfvén, în 1942, din domeniul astrofizicii. El a arătat că substanța din interiorul stelelor, atmosfera stelelor, gazul interstelar sînt medii puternic ionizate și a studiat comportarea acestor medii electroconductoare în cîmpuri magnetice, contopind într-o teorie nouă hidrodinamica și electromagnetismul. Printre altele, a demonstrat că în plasma supusă acțiunii cîmpului magnetic se pot propaga unde de un tip necunoscut atît în electromagneitism, cît și în hidrodinamică, numite în prezent *unde Alfvén*.

Să stabilim expresia forței exercitate asupra unității de volum ca urmare a faptului că plasma se deplasează într-un cîmp magnetic cu inducția B. Vom considera o plasmă total ionizată — în cadrul modelului MHD — ca alcătuită din două fluide continue: fluidul electronic de densitate ρ_e și viteză u_e și fluidul ionic de densitate ρ_i și viteză u_i. Asupra unității de volum vor acționa forțele Lorenz

$$f_e = -\rho_e u_e \times B, \quad f_i = \rho_i u_i \times B,$$

sau

$$f_e = -j_e \times B, \quad f_i = j_i \times B.$$

unde j_e și j_i sînt densitățile locale ale curenților electronic și ionic ce iau naștere ca urmare a deplasării acestor două „fluide" în cîmpul magnetic. Forța rezultantă f_m, de natură magnetică, ce acționează asupra unității de volum, va fi deci

$$f_m = j \times B \tag{II.11}$$

unde $j = j_i - j_e$ este densitatea totală de curent electric. În concluzie, avînd în vedere faptul că fiecare particulă din plasmă este caracterizată nu numai prin masa ei, ci și prin sarcina electrică pe care o „poartă", în modelul mediului continuu ecuația Navier-Stokes rămîne perfect valabilă, însă „completată" cu un nou termen de forță f_m

$$\rho_m \frac{du}{dt} = j \times B - \nabla p + \eta \nabla^2 u + f. \tag{II.12}$$

Aceasta constituie una din ecuațiile fundamentale ale teoriei magnetohidrodinamice a plasmei, cum vom vedea în paragraful următor.

II.2. ECUAȚIILE DE BAZĂ MHD. REPREZENTAREA LAGRANGE, REPREZENTAREA EULER

Conform celor spuse mai sus, la baza studiului plasmei în modelul MHD stă un sistem de ecuații alcătuit din ecuațiile electromagnetismului și ecuațiile hidrodinamicii. Aceste ecuații vor fi următoarele:

a) Legea circuitului magnetic (Ampère) și relația fundamentală a electrostaticii

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu(\mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}}). \tag{II.13}$$

$$\nabla \mathbf{D} = \rho_{el}. \tag{II.14}$$

unde ρ_{el} este densitatea sarcinii electrice „purtată" de particulele fluidului conductor a cărui densitate masică este ρ_m. În cazul unor procese relativ lente (plasme în regim cvasistaționar), cînd lipsesc oscilațiile de înaltă frecvență, curenții de deplasare pot fi neglijați ($\dot{\mathbf{D}} = 0$).

b) Legea inducției electromagnetice și legea fluxului magnetic

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{II.15}$$

$$\nabla \mathbf{B} = 0. \tag{II.16}$$

c) Legea lui Ohm, pe care o vom scrie sub formă locală

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \tag{II.17}$$

unde σ este conductivitatea plasmei. Ea este un scalar în cazul plasmei omogene și izotrope. Cînd plasma este anizotropă, anizotropie condiționată, îndeosebi, de prezența cîmpurilor magnetice, σ are o expresie tensorială.

d) Ecuația de continuitate a fluidului

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla(\rho_m \mathbf{u}) = \left(\frac{\delta \rho_m}{\delta t}\right)_{sursă} \tag{II.18}$$

e) Ecuația de continuitate a sarcinii electrice în mișcare

$$\frac{\partial \rho_{el}}{\partial t} + \nabla(\rho_{el} \mathbf{u}) = \left(\frac{\delta \rho_{el}}{\delta t}\right)_{sursă} \tag{II.19}$$

În cazul în care nu există surse locale în fluid, termenii din dreapta ecuațiilor (II.18) și (II.19) sînt nuli.

f) Ecuația de mișcare a elementului de masă (a masei din unitatea de volum)

$$\rho_m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \rho_m \mathbf{g} + \mathbf{f} \tag{II.20}$$

unde $\rho_m \mathbf{g}$ este forța de greutate proprie a masei unității de volum, iar $\mathbf{f}$ înglobează alte forțe exterioare ce mai pot acționa asupra plasmei respective. Dacă singura forță este greutatea proprie, atunci $\mathbf{f} = 0$, iar dacă forța gravi-

tațională este neglijabil de mică, atunci $\rho_m g = 0$. Această ultimă forță este importantă mai ales în cazul plasmelor la scară cosmică.

g) Ecuația conservării energiei. Notînd cu U energia internă a unității de masă (în J/kg) și cu q_T căldura primită de unitatea de volum în unitatea de timp (în J/s·m^3), putem scrie

$$\rho_m V \, dU = V q_T \, dt - p \, dV \tag{II.21}$$

Termenul din stînga egalității ne arată cu cît variază energia internă a masei fluidului cuprins într-un volum V, într-un interval de timp dt. În dreapta avem diferența dintre energia primită de volumul V pe cale termică și energia cedată ca urmare a lucrului mecanic efectuat de fluid, în același interval de timp dt.

Ecuația (II.21) poate fi pusă și sub alte forme sub care se folosește în diverse aplicații. De exemplu, dacă ținem seama de legea conservării masei

$$\rho_m V = (\rho_m + d\rho_m)(V - dV) \tag{II.22}$$

vom obține, neglijînd infiniții mici de ordin superior

$$dV = V \frac{d\rho_m}{\rho_m}. \tag{II.23}$$

Înlocuind (II.23) în (II.21), vom obține ecuația

$$\rho_m \frac{dU}{dt} = q_T - \frac{p}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} \tag{II.24}$$

iar dacă q_T este căldura primită numai prin conductibilitate termică, atunci

$$q_T = \lambda \nabla^2 T \tag{II.25}$$

și ecuația (II.24) devine

$$\rho_m \frac{dU}{dt} = \lambda \nabla^2 T - \frac{p}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} \tag{II.26}$$

Ținînd seama de faptul că entalpia H a unității de masă ($\rho_m V_1 = 1$) este

$$H = U + pV_1 \tag{II.27}$$

unde V_1 este volumul unității de masă (în m^3/kg), vom putea obține o altă formă utilă a ecuației conservării energiei. Mai întîi derivăm total expresia entalpiei

$$dH = dU + p \, dV_1 + V_1 \, dp$$

cu ajutorul căreia eliminăm dU din (II.21), înlocuindu-l cu dH

$$\rho_m V_1 (dH - p \, dV_1 - V_1 \, dp) = V_1 q_T \, dt - p \, dV_1.$$

Ținînd seama de relația

$$\rho_m V_1 = 1 \tag{II.28}$$

ecuația precedentă devine, după simplificări,

$$\frac{dH}{dt} = V_1\left(\frac{dp}{dt} + q_T\right).$$

Înlocuind V_1 din (II.27), această ecuație (a entalpiei) va deveni

$$\rho_m \frac{dH}{dt} = \frac{dp}{dt} + q_T. \tag{II.29}$$

h) Ecuația de stare a gazului perfect este

$$pV_M = kT\sum_i N_i \tag{II.30}$$

unde p, V_M, k, T, N_i sînt respectiv presiunea, volumul molar, constanta Boltzmann, temperatura și numărul de particule de tipul i dintr-un mol de amestec. Această ecuație, deși aparține mai mult fizicii statistice decît dinamicii mediului continuu, este deseori luată în considerație și în modelul MHD pentru ușurința cu care se obțin — cu ajutorul ei — valori ale unor parametri de stare. Este folosită îndeosebi în cazul stărilor de echilibru sau staționare și dă rezultate bune pentru plasme de temperaturi moderate ($T \simeq 10^4 K$) și la presiuni între 10^{-3} atm și 10^3 atm.

Sistemul de ecuații (II.13) — (II.30) ale magnetohidrodinamicii oferă posibilitatea rezolvării unei serii de probleme teoretice și practice de importanță fundamentală pentru cunoașterea proprietăților plasmei, a modalităților de folosire a ei în practica industrială. De asemenea aceste ecuații stau la baza diverselor teorii care își propun să explice procesele fizice complexe ce au loc la scară cosmică (astrofizica).

Menționăm că toate ecuațiile de mai sus sînt scrise în sistemul laboratorului. Notînd cu $\mathbf{E}^*$ intensitatea cîmpului electric în sistemul mobil ce se deplasează o dată cu fluidul, cu viteza $\mathbf{u}$, electrodinamica mediilor în mișcare ne furnizează relația

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} \tag{II.31}$$

unde $\mathbf{E}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{B}$ sînt scrise în sistemul de referință fix (al laboratorului). Pentru claritate putem spune că $\mathbf{E}^*$ reprezintă raportul dintre forța ce acționează asupra unei sarcini în mișcare cu viteza $\mathbf{u}$ și valoarea acestei sarcini, iar $\mathbf{E}$ este raportul dintre forța ce acționează asupra unei sarcini fixe și valoarea acestei sarcini. Evident, legea lui Ohm (II.17) va avea, în sistemul mobil, forma

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}^*. \tag{II.32}$$

Vom mai face observația că derivata $d\mathbf{u}/dt$ din ecuația (II.20) reprezintă accelerația elementului de substanță, deci a oricăreia dintre particulele ionizate (sau nu) din acest element. În acest caz, în care este urmărită evoluția accelerației de-a lungul traiectoriei particulei, derivata respectivă se numește *derivată Lagrange* sau „substanțială" (pentru a se sublinia că se referă la un element dat de substanță). Modelul în care se examinează ce se petrece cu particulele separate ale fluidului în decursul timpului, ce traiectorii descriu ele, cum variază vitezele, sau accelerațiile lor de-a lungul traiectoriilor se numește *reprezentarea Lagrange*. În cazul în care urmărim variația cu timpul a diverselor mărimi într-un punct dat din spațiul ocupat

de plasma în mișcare, fără să ne interesăm de soarta fiecărei particule ce a trecut prin acel punct, spunem că am adoptat *reprezentarea Euler*. În timp ce reprezentarea Lagrange ne informează asupra comportării particulelor individuale în decursul timpului (traiectoriile), reprezentarea Euler ne arată ce se petrece în anumite puncte ale spațiului, în decursul timpului. Ea pune în evidență cum variază în timp cîmpul de viteze, dîndu-ne o imagine intuitivă *a liniilor de curent*, fără nici o relație între particulele individuale și aceste linii, deoarece, în cazul general, liniile de curent în diverse momente sînt alcătuite din diferite particule de fluid. Traiectoriile coincid cu liniile de curent doar în cazul mișcării staționare a fluidului.

Trecerea de la reprezentarea Lagrange la reprezentarea Euler se poate face relativ ușor. De exemplu, pentru viteză, dat fiind că ea este o funcție atît de timp, cît și de coordonate, derivata totală a ei în raport cu timpul derivata Lagrange) se va scrie

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

pe care o mai putem pune sub forma convențională

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial u}{\partial t} + \left(u_x\frac{\partial}{\partial x} + u_y\frac{\partial}{\partial y} + u_z\frac{\partial}{\partial z}\right)u$$

unde u_x etc. sînt $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ etc.

Simbolic, putem scrie

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}. \tag{II.33}$$

Așadar, derivata totală (Lagrange) a vitezei este alcătuită din doi termeni: primul corespunde variației cu timpul a vitezei într-un punct fix, adică derivata parțială $\partial/\partial t$, care poartă numele de *derivată Euler sau locală*, iar al doilea, un termen de convecție, corespunde variației spațiale a vitezei. Deși primul termen este o variație a vitezei în unitatea de timp, el nu are înțeles fizic de accelerație, ca în reprezentarea Lagrange.

Pe scurt, putem scrie, pentru un fluid ideal:

a) în hidrodinamică

$$\rho_m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\nabla p \quad \text{(Lagrange)} \tag{II.34}$$

$$\rho_m\left[\frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}\right] = -\nabla p \quad \text{(Euler)}; \tag{II.35}$$

b) în magnetohidrodinamică

$$\rho_m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \mathbf{j}\times\mathbf{B} - \nabla p \quad \text{(Lagrange)} \tag{II.36}$$

$$\rho_m\left[\frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}\right] = \mathbf{j}\times\mathbf{B} - \nabla p \quad \text{(Euler)}. \tag{II.37}$$

În aceste ultime relații am neglijat existența altor forțe în afară de cele datorate gradienților de presiune și acțiunii cîmpurilor electromagnetice.

II.3. FLUIDUL CONDUCTOR IDEAL. PRESIUNEA MAGNETICĂ

Ca și în hidrodinamica obișnuită (a fluidelor neconductoare), vom spune că avem un fluid conductor ideal atunci cînd forțele de vîscozitate sînt neglijabile ($\eta = 0$). Dacă forțele datorate propriei greutăți pot fi neglijate ($\rho_m g = 0$) și dacă asupra plasmei nu mai acționează alte forțe ($f = 0$) decît cele electromagnetice, atunci ecuația de mișcare a elementului de masă (II.20) va deveni

$$\rho_m \frac{du}{dt} = j \times B - \nabla p \tag{II.38}$$

Dar între curenții electrici locali, de densitate j și cîmpurile magnetice locale, cu inducția B, există o relație de condiționare reciprocă, dată de legea circuitului magnetic (II.13). Dacă vom lua cazul frecvent întîlnit în practică, al unei plasme în care procesele se desfășoară destul de lent în timp, astfel încît curenții de deplasare $\dot{D}$ pot fi neglijați, ecuația (II.13) devine

$$\nabla \times B = \mu_0 j. \tag{II.39}$$

Ne propunem să analizăm ecuația de mișcare în cazul în care termenul de forță este dat numai de gradientul presiunii cinetice și de cîmpul magnetic. Pentru aceasta, înlocuim j din (II.39) în (II.38)

$$\rho_m \frac{du}{dt} = \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times B) \times B - \nabla p. \tag{II.40}$$

Folosind formula vectorială

$$\nabla(A_1 A_2) = (A_1 \nabla) A_2 + (A_2 \nabla) A_1 + A_1 \times (\nabla \times A_2) + A_2 \times (\nabla \times A_1)$$

și notînd $A_1 = A_2 = B$, vom obține

$$\rho_m \frac{du}{dt} = \frac{1}{\mu_0} \left[(B\nabla)B - \frac{1}{2} \nabla(B^2) \right] - \nabla p.$$

Grupînd mărimile scalare din această relație sub semnul unui singur operator, obținem

$$\rho_m \frac{du}{dt} = \frac{1}{\mu_0} (B\nabla)B - \nabla \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right). \tag{II.41}$$

Cum se vede, termenul $B^2/2\mu_0$ are dimensiunile unei presiuni. Prin urmare, efectul cîmpului magnetic B se manifestă ca și cum asupra plasmei, pe lîngă presiunea „gazo-cinetică" p, mai acționează o presiune

$$p_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{II.42}$$

pe care o vom numi *presiune magnetică*. Acest termen este identic cu presiunea cîmpului magnetic în vid, din electrodinamică*. În plasmă el apare ca o consecință a interacțiunilor dintre curenții electrici ai plasmei și cîmpurile magnetice (proprii sau/și exterioare).

Dacă densitatea liniilor de forță magnetică, adică B, variază numai în direcția perpendiculară pe ele, de exemplu atunci cînd liniile de forță sînt drepte paralele între ele dar nu echidistante (cînd într-o secțiune transversală a tubului de forță densitatea liniilor variază în direcția radială); atunci termenul $(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}$ va fi nul (deoarece produsul scalar $\mathbf{B} \cdot \nabla = 0$) și ecuația (II.41) va deveni

$$\rho_m \frac{du_\perp}{dt} = -\nabla\left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) \qquad \text{(II.43)}$$

unde $du_\perp/dt$ este accelerația fluidului în direcția normală pe B. Această relație ne arată că putem acționa relativ simplu asupra deplasării plasmei în direcția perpendiculară pe B, creînd distribuții convenabile ale cîmpului magnetic. Putem construi astfel așa-numitele „capcane" magnetice care îngrădesc scurgerea laterală a particulelor plasmei din interiorul acestor capcane cu „pereți" magnetici. Tot astfel pot fi construite și dispozitive de tip „piston magnetic" sau așa-numitele „tunuri magnetice" cu ajutorul cărora plasma poate fi ejectată în direcții perpendiculare pe B.

În încheiere, notăm că, în timp ce $B^2/2\mu_0$ se măsoară în N/m^2, $\nabla(B^2/2\mu_0)$ se măsoară în N/m^3 și amintim că în sistemul CGS ε_0 presiunea magnetică se exprimă prin relația $p_{mag} = B^2/8\pi$ și se măsoară în dyn/cm^2.

II.4. DIAMAGNETISMUL PLASMEI STAȚIONARE. COEFICIENTUL DIAMAGNETIC AL INSTALAȚIILOR TERMONUCLEARE

Vom studia comportarea în cîmp magnetic a unei plasme neaccelerate, deci cu $du/dt = 0$. Acest caz cuprinde atît plasmele în mișcare uniformă ($\mathbf{u} = \text{const.}$), cît și pe cele aflate în repaus ($\mathbf{u} = 0$). Ecuația (II.43) ne va da

$$p + \frac{B^2}{2\mu_0} = \text{const.} \qquad \text{(II.44)}$$

sau

$$p + p_{mag} = \text{const.} \qquad \text{(II.45)}$$

Deci presiunea magnetică este astfel distribuită în volumul plasmei încît în punctele unde p este mare, p_{mag} este mic și invers. Ținînd seama de faptul

---

* Densitatea de energie a cîmpului magnetic în vid este $w = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0}$, și se măsoară în J/m^3. Dar densitatea de volum a energiei are aceleași dimensiuni ca și presiunea (densitatea de suprafață a forței): $J/m^3 = N \cdot m/m^3 = N/m^2$. Unitatea de presiune magnetică poate fi stabilită și direct din (II.42)

$$[p_{mag}] = \frac{(Wb/m^2)^2}{Hy/m} = \frac{Wb^2/m^3}{Wb/A} = \frac{WbA}{m^3} = \frac{V \cdot s \cdot A}{m^3} = \frac{W \cdot s}{m^3} = \frac{J}{m^3} = \frac{N}{m^2}.$$

că presiunea cinetică p a plasmei scade spre marginea ei (ionizarea particulelor scade spre margine pînă devine zero la frontiera plasmei), p_{mag} este mai mică în zona centrală a plasmei decît spre periferia ei. Conform relației (II.42), inducția magnetică B este mai mică în interiorul plasmei decît la marginea ei. Plasma „expulzează" deci o parte din liniile de forță magnetică din interiorul ei. În general, p este un tensor. Dar din cele spuse în § II.3, direcția de interes este deseori cea perpendiculară pe B, pentru care vom nota $p_\perp$. Dacă B_0 este inducția la frontiera plasmei unde practic, nu mai există particule ionizate (frontiera delimitează spațiul ionizat — plasma — de cel neionizat), deci unde $p = 0$, relația (II.43) ne va da

$$0 + \frac{B_0^2}{2\mu_0} = p_\perp + \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{II.46}$$

de unde

$$B^2 = B_0^2 - 2\mu_0 p_\perp. \tag{II.47}$$

Aceasta ne arată clar că inducția magnetică B din volumul plasmei este totdeauna mai mică decît cea de la marginea ei, B_0 (deoarece, în zona ocupată de plasmă, totdeauna $p \neq 0$).

În figura II.2 este dat, schematic, modul în care plasma expulzează o parte din liniile de forță a cîmpului magnetic B_0; în secțiunea transversală S a plasmei densitatea de flux B este mai mică decît B_0. Cu această ocazie mai facem observația că plasma, deplasînd lateral liniile de forță, produce o îndesire a acestora, tensionîndu-le totodată ca pe niște coarde. Ca urmare, apar forțe „elastice" de restabilire a cîmpului inițial B_0, care vor acționa asupra plasmei, comprimînd-o. În geometria tubului de forță cilindric din fig. II.2, aceste forțe sînt maxime după direcția MN, perpendiculară pe B_0. Acest efect de „confinare" a plasmei de către cîmpuri magnetice are o importanță practică deosebită: se pot obține relativ ușor plasme foarte dense (confinate) și cu un înalt grad de ionizare. Efectul de confinare stă la baza funcționării dispozitivelor termonucleare de tip „capcană magnetică".

Relația (II.47), scrisă sub forma

$$p_\perp = \frac{1}{2\mu_0}(B_0^2 - B^2), \tag{II.48}$$

arată că, în principiu, se poate găsi oricînd un cîmp magnetic exterior B_0 astfel încît presiunea magnetică $(B_0^2 - B^2)/2\mu_0$ să egaleze presiunea gazocinetică $p_\perp$, împiedicînd în felul acesta expansiunea laterală a plasmei. Pentru cazul ideal, al unei plasme ce expulzează complet orice linie de cîmp magnetic din interiorul ei ($B = 0$), cîmpul magnetic exterior necesar pentru compensarea presiunii termodinamice va fi dat de relația

$$B_0 = \sqrt{2\mu_0 p_\perp}. \tag{II.49}$$

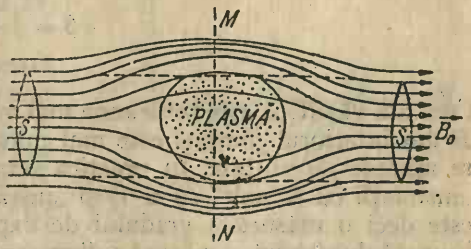


Fig. II.2. Expulzarea liniilor de cîmp magnetic din plasmă (diamagnetismul plasmei).

Pentru o plasmă termonucleară, în care $T_e = T_i = T$ (și desigur, $n_e = n_i = n$), presiunea termodinamică va fi

$$p = n_i k T_i + n_e k T_e = 2nkT$$

și (II.49) va deveni

$$B_0 = 2\sqrt{\mu_0 nkT}. \tag{II.50}$$

Dacă B_0 este dat, putem spune că valoarea maximă a presiunii interioare $p_\perp$ ce poate fi compensată de cîmpul magnetic exterior B_0 (în condițiile în care $B_{interior} = 0$) va fi

$$p_\perp = \frac{B_0^2}{2\mu_0}. \tag{II.51}$$

Pe de altă parte, relația (II.50) ne dă condiția

$$nT = \frac{1}{4\mu_0 k} B_0^2 \tag{II.52}$$

sau

$$nT \simeq 5{,}75 \cdot 10^{28} B_0^2 \tag{II.53}$$

care impune o corelație obligatorie între concentrația și temperatura unei plasme pentru ca presiunea ei să fie echilibrată de presiunea magnetică a cîmpului B_0.

Notăm că în sistemul CGSε_0 expresia (II.50) este

$$B_0 = 4\sqrt{\pi nkT}. \tag{II.54}$$

Dacă notăm cu β raportul dintre presiunea gazocinetică și cea magnetică exercitată din exterior asupra plasmei

$$\beta = \frac{p_\perp}{B_0^2/2\mu_0}, \tag{II.55}$$

relația (II.46) ne dă

$$\beta = 1 - \frac{B^2}{B_0^2} \tag{II.56}$$

Cum am văzut, B este totdeauna mai mic decît B_0, deci $\beta < 1$. Cu cît inducția B din interiorul plasmei este mai mică decît B_0 de la periferia ei, cu atît β se apropie de unitate. În practica termonucleară sînt cunoscute așa-numitele „instalații cu β înalt" ($\beta \simeq 1$) și „instalații cu β mic" ($\beta \ll 1$). Coeficientul β este deci o măsură a gradului de expulzare a cîmpului magnetic din zona ocupată de plasmă, o măsură a diamagnetismului ei, un „coeficient diamagnetic" al plasmei.

II.5. APROXIMAȚIA CONDUCTIBILITĂȚII IDEALE (APROXIMAȚIA DE DRIFT)

În acest paragraf va fi vorba despre modul în care se comportă, în cîmpuri electrice și magnetice, o plasmă de conductivitate electrică σ foarte mare, teoretic infinită ($\sigma = \infty$). Este desigur un caz limită, un model, numit aproximația conductibilității ideale, care aproximează în bună măsură comportarea plasmelor reale. Conductivitate infinită înseamnă rezistență egală cu zero, de aceea într-o astfel de plasmă un cîmp electric, oricît de mic, dacă ar exista, ar produce uu curent infinit, ceea ce ar necesita o cheltuială de energie infinit de mare, caz imposibil. Din acest motiv va trebui să admitem că în plasmele ideal conductoare nu există acest cîmp electric. Luînd cazul mai general al plasmei în mișcare, va trebui ca, în sistemul mobil, legat de plasma în mișcare intensitatea cîmpului electric să fie nulă

$$\mathbf{E}^* = 0. \tag{II.57}$$

Ținînd seama că

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

unde $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ este intensitatea cîmpului electric indus, vom avea

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = 0. \tag{II.58}$$

La această ultimă relație putem ajunge și pe baza observației că orice densitate de curent $\mathbf{j}$, finită, într-o plasmă cu $\sigma = \infty$, implică $\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = 0$, conform relației lui Ohm $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$, unde $\sigma\mathbf{E}$ este termenul de conducție (de conductibilitate electrică) iar $\sigma(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ este termenul de convecție, datorat deplasării plasmei în cîmpul magnetic $\mathbf{B}$. Mărimile $\mathbf{E}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{B}$ sînt în sistemul laboratorului. Relația (II.58) scrisă sub forma

$$\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

ne spune că $\mathbf{E}$ se află pe direcția produsului vectorial $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$. Descompunînd viteza $\mathbf{u}$ după direcția cîmpului magnetic, $\mathbf{u}_{\parallel}$ și perpendiculară pe el, $\mathbf{u}_{\perp}$ (fig. II.3) vom avea

$$\mathbf{E} = -(\mathbf{u}_{\perp} + \mathbf{u}_{\parallel}) \times \mathbf{B} = -\mathbf{u}_{\perp} \times \mathbf{B} \tag{II.59}$$

deoarece $\mathbf{u}_{\parallel} \times \mathbf{B} = 0$. Relația (II.59) arată că vectorul cîmp electric este perpendicular pe planul ce conține $\mathbf{u}_{\perp}$ și $\mathbf{B}$. Dacă $\mathbf{E}_{\perp}$ și $\mathbf{E}_{\parallel}$ sînt componentele cîmpului electric după direcțiile perpendiculară și paralelă cu $\mathbf{B}$, relația (II.59) arată că vectorul $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ este egal și de sens contrar cu $\mathbf{E}_{\perp}$

$$\mathbf{E}_{\perp} = -\mathbf{u}_{\perp} \times \mathbf{B}. \tag{II.60}$$

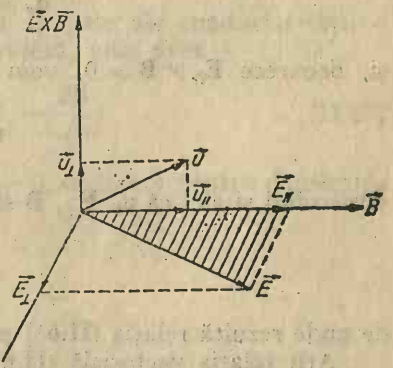


Fig. II.3. Driftul plasmei ideal conductoare în cîmpuri E și B încrucișate.

Cei trei vectori din (II.60) sînt reciproc perpendiculari, așa că putem scrie relația scalară

$$E_\perp = u_\perp \cdot B$$

de unde

$$u_\perp = \frac{E_\perp}{B}. \tag{II.61}$$

Așadar, în cîmpuri electrice și magnetice încrucișate, un mediu ionizat, ideal conductor se va deplasa, ca un tot, cu o mișcare de drift în direcția perpendiculară pe planul dat de **E** și **B**, cu o viteză de drift dată de relația (II.61). Din acest motiv aproximația conductibilității ideale se mai numește și *aproximație de drift*.

Putem stabili pentru viteza de drift $\mathbf{u}_\perp \equiv \mathbf{u}_d$ o expresie vectorială mai generală. Pentru aceasta, să înmulțim vectorial cu **B** relația (II.59) „de la dreapta", în scopul explicitării lui $\mathbf{u}_\perp$

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B} = -(\mathbf{u}_\perp \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$$

sau

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B} = \mathbf{B} \times (\mathbf{u}_\perp \times \mathbf{B}). \tag{II.62}$$

Folosind expresia dublului produs vectorial a trei vectori, relația (II.62) va deveni

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B} = \mathbf{u}_\perp(\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_\perp). \tag{II.63}$$

Ultimul termen este nul, deoarece $\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_\perp = 0$ și, în final, vom obține

$$\mathbf{u}_d = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}. \tag{II.64}$$

Viteza de drift a plasmei ideal conductoare va avea deci direcția și sensul produsului vectorial $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$; va fi, prin urmare perpendiculară pe planul ce conține vectorii **E** și **B**. Conform figurii II.3, putem scrie relația (II.64) sub forma

$$\mathbf{u}_d = \frac{(\mathbf{E}_\perp + \mathbf{E}_\parallel) \times \mathbf{B}}{B^2}$$

și, deoarece $\mathbf{E}_\parallel \times \mathbf{B} = 0$, vom avea

$$\mathbf{u}_d = \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2}. \tag{II.65}$$

Observînd și aici că u_d, $E_\perp$, **B** sînt reciproc perpendiculari, putem scrie scalar

$$u_d = \frac{E_\perp B}{B^2}$$

de unde rezultă relația (II.61) pentru modulul vitezei de drift.

Atît relația vectorială (II.65) cît și (II.61) nu conțin sarcina electrică a elementului de masă fluidă în mișcare. Aceasta înseamnă că toate componentele ionizate ale plasmei, indiferent de valoarea sau semnul sarcinii elec-

trice, se mișcă în aceeași direcție, același sens și cu aceeași viteză. Cum vom vedea într-un alt paragraf, pot exista diferite tipuri de drift. Însă numai pentru cîmpuri **E** și **B** încrucișate — cazul studiat în paragraful de față — viteza de drift a unei particule coincide cu viteza de drift a plasmei luată ca un întreg. Acesta se mai numește și *drift electric*, spre a-l deosebi de alte tipuri, cum ar fi cazul în care sarcinile de semne contrare „driftează" în sensuri opuse.

În încheiere să spunem cîteva cuvinte despre componentele paralele cu cîmpul magnetic $\mathbf{v}_{\parallel}$ și $\mathbf{E}_{\parallel}$. Componenta paralelă cu **B** a vitezei produce o deplasare a plasmei de-a lungul liniilor de forță, iar componenta $\mathbf{E}_{\parallel}$ o accelerare a plasmei de-a lungul lui **B** (dacă nu există frecări) și, în final, un curent electric în direcția cîmpului magnetic. Ambele componente însă, cum am văzut, nu influențează driftul plasmei, adică mișcarea ei în direcția perpendiculară pe cîmpul magnetic.

II.6. ECUAȚIA INDUCȚIEI CÎMPULUI MAGNETIC DIN PLASMĂ

Vom porni de la ecuația inducției electromagnetice (II.15) care exprimă interdependența dintre variația temporală a inducției magnetice **B** și variația spațială a intensității cîmpului electric **E**

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{II.15}$$

din care vom elimina pe **E** cu ajutorul expresiei legii lui Ohm (II.17), unde **j** este densitatea curentului electric din plasmă. Explicitînd cîmpul electric

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \mathbf{u} \times \mathbf{B} \tag{II.66}$$

și înlocuind în (II.15), obținem

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

Considerînd o plasmă izotropă, fără variații spațiale ale conductivității σ și aplicînd rotorul celor doi termeni din paranteză, vom avea

$$\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{j} - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \tag{II.67}$$

Dar, din (II.13), în cazul obișnuit, în care $\dot{\mathbf{D}} = 0$, deducem pentru densitatea de curent **j** expresia

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{B}$$

pe care o înlocuim în (II.67)

$$\frac{1}{\mu\sigma} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \tag{II.68}$$

Ținînd seama de expresia vectorială

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$$

și de legea fluxului magnetic (II.16) care spune că divergența lui B este nulă, ecuația (II.68) va deveni

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \mathbf{B}. \qquad \text{(II.69)}$$

Aceasta este ecuația diferențială a inducției magnetice în plasmă (permeabilitatea magnetică μ și conductivitatea electrică σ sînt ale plasmei). Este o ecuație de variație în timp și spațiu a vectorului inducție B. Ea ne arată că variația lui B în unitatea de timp este compensată de doi termeni „spațiali". Primul (din dreapta egalității) reprezintă aportul adus la variația lui B de mișcarea plasmei cu viteza u, iar al doilea este — cum se vede — un termen de „difuzie", a liniilor de cîmp magnetic în plasmă. Mai jos vom analiza două cazuri limită: o plasmă de conductibilitate ideală ($\sigma = \infty$) în mișcare cu viteza u și o plasmă reală (de conductivitate finită), aflată însă în repaus ($u = 0$).

Ecuația (II.69) este foarte asemănătoare, ca formă, cu așa-numita ecuație a turbionului din hidrodinamica obișnuită (neconductoare). Cum se știe, într-un fluid vîscos, incompresibil și neconductor din punct de vedere electric, ecuația turbionului este

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \Omega) + \tilde{\nu} \nabla^2 \Omega \qquad \text{(II.70)}$$

unde $\Omega = \nabla \times \mathbf{v}$ este „turbionul (vîrtejul) mișcării", v — cîmpul vitezelor din fluid, iar $\tilde{\nu}$ — vîscozitatea cinematică a fluidului (măsurată în m^2/s).

Revenind acum la ecuația inducției (II.69), putem spune că liniile de cîmp ale inducției magnetice B într-un fluid conductor de conductivitate σ finită sînt asemănătoare cu liniile de vîrtej (turbioanele) dintr-un fluid obișnuit, neconductor. Prin analogie, putem deci nota

$$\nu_m = \frac{1}{\mu\sigma} \qquad \text{(II.71)}$$

în care ν_m se va numi vîscozitate magnetică, ce se măsoară, de asemenea în m^2/s. Într-adevăr

$$[\nu_m] = \left[\frac{1}{\mu\sigma}\right] = \left(\frac{\mathrm{Wb/m^2}}{\mathrm{A/m}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\mathrm{A/m^2}}{\mathrm{V/m}}\right)^{-1} = \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}$$

unde am folosit relațiile de definiție $\mu = B/H$, $\sigma = j/E$, luînd B în Wb/m^2 ($Wb = V \cdot s$), H în A sp $\cdot$ /m, j în A/m^2 și E în V/m.

Putem deci scrie ecuația (II.69) și sub forma

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \nu_m \nabla^2 \mathbf{B} \qquad \text{(II.72)}$$

în care constantele de material μ și σ își manifestă prezența prin apariția unui coeficient de vîscozitate magnetică ν_m ce influențează difuzia liniilor de cîmp magnetic în plasmă.

II.7. CONCEPTUL DE CÎMP MAGNETIC „ÎNGHEȚAT" ÎN PLASMĂ

Vom considera o plasmă ideal conductoare (σ infinită), deci rezistivitate nulă. Dacă această plasmă se mișcă într-un cîmp magnetic, în interiorul ei vor lua naștere tensiuni electromotoare de inducție, care — în cazul conductibilității ideale — ar excita curenți infinit de mari, oricît de mici ar fi tensiunile electromotoare respective. Cum am mai văzut, producerea unor astfel de curenți infinit de mari este imposibilă, deoarece ar necesita un consum infinit de energie. De aceea o astfel de plasmă va trebui să se deplaseze în cîmpul magnetic în așa fel încît să nu apară tensiuni electromotoare induse, cu alte cuvinte, să nu apară fenomenul de intersectare a liniilor de cîmp magnetic de către liniile de fluid ale plasmei. Aceasta înseamnă că plasma va antrena total, în mișcarea ei, liniile de cîmp magnetic, care se vor deplasa o dată cu ea. Așadar, plasma ideal conductoare va antrena cu sine liniile de forță ale cîmpului magnetic, ca și cum aceste linii ar fi „înghețate" în ea. Particulele ionizate ale plasmei, în mișcarea lor, par a fi „lipite" de liniile de forță magnetice, care se deplasează o dată cu ele. Pentru a înțelege mai bine acest fenomen de „înghețare" a liniilor de cîmp magnetic în plasmă, să facem o evaluare cantitativă a lui plecînd de la ecuația inducției (II.69).

În cazul nostru, $\sigma = \infty$ (dar μ finit), ecuația (II.69) va deveni

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}). \tag{II.73}$$

Din analiza vectorială știm că rotorul aplicat unui produs vectorial poate fi scris astfel

$$\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = \mathbf{u} \cdot (\nabla \mathbf{B}) - \mathbf{B} \cdot (\nabla \mathbf{u}) + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\,\mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B}. \tag{II.74}$$

Ținînd seama că $\nabla \mathbf{B} = 0$, vom avea

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mathbf{B} \cdot (\nabla \mathbf{u}) + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\,\mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B}. \tag{II.75}$$

În această ecuație derivata parțială $\partial \mathbf{B}/\partial t$ este derivata locală (Euler) a inducției $\mathbf{B}$. Pentru a trece la derivata totală (substanțială), adică la reprezentarea Lagrange (în sistemul laboratorului), vom face uz de relația cunoscută

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)$$

și vom obține

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{B}}{\mathrm{d}t} = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \mathbf{B} \cdot (\nabla \mathbf{u}). \tag{II.76}$$

Să transformăm ecuația (II.76) astfel ca ea să poată pune în evidență modul în care depinde *densitatea liniilor de forță* $\mathbf{B}$ *de densitatea substanței* ρ_m. Pentru aceasta vom folosi faptul că divergența cîmpului de viteze $\nabla \mathbf{u}$ este corelată cu densitatea masică ρ_m prin ecuația de continuitate (II.18). Presu-

punînd că nu există surse suplimentare de substanță în volumul ocupat de plasmă, ecuația de continuitate va fi

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla(\rho_m \mathbf{u}) = 0 \tag{II.77}$$

sau

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \rho_m \nabla \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\rho_m = 0.$$

Primul și ultimul termen alcătuiesc derivata Lagrange a densității, $d\rho_m/dt$, așa încît vom avea

$$\nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_m}\frac{d\rho_m}{dt}. \tag{II.78}$$

Folosind $\nabla \mathbf{u}$ din această ultimă expresie, ecuația inducției (II.75) va deveni

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \frac{\mathbf{B}}{\rho_m}\frac{d\rho_m}{\rho_m}.$$

Trecem în stînga termenii derivați față de timp și împărțim ecuația rezultată cu ρ_m

$$\frac{1}{\rho_m}\frac{d\mathbf{B}}{dt} - \frac{\mathbf{B}}{\rho_m^2}\frac{d\rho_m}{dt} = \frac{(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}}{\rho_m}. \tag{II.79}$$

Se vede imediat că partea stîngă a ecuației (II.79) este derivata față de timp a raportului $(\mathbf{B}/\rho_m)$, așa că vom putea scrie

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\mathbf{B}}{\rho_m}\right) = \left(\frac{\mathbf{B}}{\rho_m} \cdot \nabla\right)\mathbf{u}. \tag{II.80}$$

Ecuația (II.80) are aceeași formă ca și ecuația lui Helmholtz pentru fluidul ideal din hidrodinamica obișnuită. Ea arată că liniile de vîrtej se deplasează împreună cu fluidul. Tot astfel, putem spune că ecuația (II.80) arată că liniile inducției magnetice B se mișcă împreună cu fluidul plasmatic, ca și cum ar fi „înghețate" în acest fluid.

Ne vom opri mai întîi asupra cazului în care viteza plasmei se modifică numai în direcția perpendiculară pe cîmpul magnetic ($\nabla \perp \mathbf{B}$). Termenul din dreapta ecuației (II.80) va fi nul, ceea ce va înseamna

$$\frac{\mathbf{B}}{\rho_m} = \text{const.} \tag{II.81}$$

Această relație ne arată că densitatea liniilor de forță (inducția B) variază direct proporțional cu densitatea masică. Cu alte cuvinte, prin comprimarea (de exemplu) a plasmei după direcția perpendiculară pe cîmpul magnetic, deci prin creșterea densității ρ_m după această direcție, inducția B crește proporțional cu ρ_m, ca și cum particulele ionizate ale plasmei ar fi „lipite" de

liniile de forță, sau, ca și cum liniile de forță ar fi „înghețate" în plasmă, deformîndu-se identic sau deplasîndu-se odată cu plasma. Presiunea magnetică $(B^2/2\mu)$ va varia evident proporțional cu pătratul densității de fluid

$$p_{mag} \sim \rho_m^2. \tag{II.82}$$

Presiunea magnetică crește deci mai repede cu creșterea densității decît presiunea gazului ideal (coeficientul compresiei adiabatice pentru presiunea magnetică este $\gamma_\perp = 2$).

Să presupunem cum o compresie a plasmei de-a lungul cîmpului magnetic. Notînd cu x coordonata curentă de-a lungul lui **B**, ecuația (II.80) va deveni

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{B}{\rho_m}\right) = \frac{B}{\rho_m}\frac{du}{dx}. \tag{II.83}$$

iar ecuația (II.77)

$$\frac{d\rho_m}{dt} + \rho\frac{du}{dx} = 0. \tag{II.84}$$

Introducînd în (II.83) derivata spațială du/dx din (II.84) vom avea

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{B}{\rho_m}\right) = \frac{B}{\rho_m}\left(-\frac{1}{\rho_m}\frac{d\rho_m}{dt}\right).$$

Dar

$$-\frac{1}{\rho_m}\frac{d\rho_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(\ln\rho_m) = \frac{d}{dt}\left(\ln\frac{1}{\rho_m}\right)$$

deci

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{B}{\rho_m}\right) = \frac{B}{\rho_m}\frac{d}{dt}\left(\ln\frac{1}{\rho_m}\right).$$

Putem scrie și sub formă scalară

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{B}{\rho_m}\right) = \frac{B}{\rho_m}\frac{d}{dt}\left(\ln\frac{1}{\rho_m}\right)$$

sau

$$\frac{1}{B/\rho_m}\frac{d}{dt}\left(\frac{B}{\rho_m}\right) = \frac{d}{dt}\left(\ln\frac{1}{\rho_m}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\ln\frac{B}{\rho_m}\right) = \frac{d}{dt}\left(\ln\frac{1}{\rho_m}\right)$$

și deci

$$\frac{B}{\rho_m} \sim \frac{1}{\rho_m} \tag{II.85}$$

ceea ce înseamnă B = const. Așadar, în urma compresiei plasmei (a creșterii densității de substanță ρ_m) de-a lungul cîmpului magnetic, densitatea liniilor de forță, adică inducția B și, de aici, presiunea magnetică rămîn neschim-

bate ($\gamma_{\parallel} = 0$). Totul se petrece ca și cum, în urma compresiei (sau dilatării) longitudinale, liniile de forță se „scurtează" (sau se „alungesc") o dată cu plasma, fără a suferi deformări. Mai intuitiv, putem spune că, dacă de-a lungul unei linii de forță magnetică există un anumit număr de particule încărcate ale plasmei, acest număr se conservă odată cu modificarea lungimii liniei de forță: „îndesirea" (respectiv, „rărirea") acestor particule este însoțită de „scurtarea" (respectiv „alungirea") liniei de forță, ca și cum particulele ar fi „lipite" de această linie.

Pentru examinarea cazului general, să luăm un element vectorial $\delta\mathbf{l}$ dintr-o linie formată din aceleași particule de fluid, pe care o numim *linie substanțială* sau linie *fluidă*. Admitem că un capăt al acestui element se deplasează cu viteza $\mathbf{u}$, iar celălalt capăt, cu viteza $\mathbf{u} + (\delta\mathbf{l} \cdot \nabla)\mathbf{u}$. Termenul al doilea din ultima expresie reprezintă variația totală a vitezei pe distanța $\delta\mathbf{l}$ (variația vitezei pe unitatea de lungime înmulțită cu lungimea $\delta\mathbf{l}$). Vom putea deci scrie

$$\mathrm{d}(\delta\mathbf{l}) = (\delta\mathbf{l} \cdot \nabla)\mathbf{u}\mathrm{d}t$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\delta\mathbf{l}) = (\delta\mathbf{l} \cdot \nabla)\mathbf{u} \tag{II.86}$$

Pentru a ușura interpretarea relației (II.86), să o comparăm cu (II.80). Această comparație ne arată că variația cu timpul a vectorilor $\mathbf{B}/\rho_m$ și $\delta\mathbf{l}$ este descrisă de un același tip de ecuație. Urmează că la mișcări arbitrare ale plasmei, vectorul $\mathbf{B}/\rho_m$ trebuie să varieze proporțional cu vectorul elementului de fluid $\delta\mathbf{l}$. În particular, dacă la un anumit moment acești vectori sînt paraleli, atunci ei vor rămîne și mai departe paraleli, lungimile lor modificîndu-se în așa fel încît ele rămîn proporționale, adică

$$\frac{\mathbf{B}}{\rho_m} \sim \delta\mathbf{l} \tag{II.87}$$

Deci, dacă, de exemplu, două particule de fluid se găsesc la un moment dat pe o linie de forță, ele vor rămîne în continuare pe această linie și vor evolua împreună cu ea. Aceasta înseamnă că orice linie de forță magnetică se deplasează împreună cu particulele din plasmă ce se găsesc pe ea, ca și cum liniile de forță sînt „înghețate" într-o astfel de plasmă ideal conductoare. În particular, relația (II.87) ne arată că dacă liniile de fluid se alungesc, adică $\delta\mathbf{l}$ crește, mărimea $\mathbf{B}/\rho_m$ crește, iar dacă ele se scurtează, $\mathbf{B}/\rho_m$ se micșorează. La comprimarea plană, de exemplu, perpendicular pe cîmp, lungimea liniilor de fluid, evident, nu se modifică ($\delta\mathbf{l}$ nu se modifică, deoarece compresia este perpendiculară pe $\delta\mathbf{l}$ și nu de-a lungul lui $\delta\mathbf{l}$), ceea ce înseamnă $\mathbf{B}/\rho_m = \text{const.}$, adică B variază proporțional cu ρ_m, cum am văzut mai sus. Dacă are loc o compresie plană de-a lungul lui B, atunci δl se va modifica invers proporțional cu densitatea liniară și deci B va rămîne constant.

Putem examina și cazul comprimării izotrope (sau sferice), pornind de la relația (II.87). În acest caz, toate lungimile liniilor de fluid vor varia după

legea conservării masei, adică $m = V\rho_m = \text{constant}$, unde volumul $V \sim (\delta l)^3$. Așadar $(\delta l)^3 \cdot \rho_m = \text{const.}$ sau

$$\delta l \sim \frac{1}{\rho_m^{1/3}}$$

ceea ce înseamnă

$$\frac{B}{\rho_m} \sim \frac{1}{\rho_m^{1/3}}$$

sau

$$B \sim \rho_m^{2/3} \tag{II.88}$$

iar presiunea magnetică

$$p_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0} \sim \rho_m^{4/3}. \tag{II.89}$$

Coeficientul adiabatic pentru presiunea magnetică la compresia sferică va fi deci $\gamma_m = 4/3$, ca și în cazul presiunii radiației electromagnetice.

Relația (II.88) ne arată că, la compresia sferică, densitatea liniilor de forță, adică B, nu variază liniar cu ρ_m, ci ceva „mai repede" (cu puterea 2/3 a lui ρ_m). Compresia sferică are o mare importanță mai ales în astrofizică, în probleme legate de formarea stelelor prin condensarea gravitațională a plasmei cosmice.

II.8. DIFUZIA CÎMPULUI MAGNETIC ÎN PLASMĂ

Vom analiza acum cazul real, al unei plasme avînd conductivitate σ finită. Pentru simplitate, vom neglija eventuale anizotropii ale conductivității, adică vom considera σ ca fiind un scalar și nu un tensor. În plus, ne vom referi la o plasmă în repaus ($u = 0$). Ecuația inducției (II.69) va deveni

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B}. \tag{II.90}$$

Ea are forma standard a unei ecuații de difuzie; este ecuația de difuzie a liniilor cîmpului magnetic în plasmă, al cărui coeficient de difuzie este identic cu ceea ce am numit mai sus vîscozitate magnetică (termen adaptat mai bine modelului fluidului continuu)

$$D_m = \nu_m = \frac{1}{\mu_0 \sigma}. \tag{II.91}$$

Așadar, într-o plasmă de conductivitate finită, cîmpul magnetic pătrunde după o lege de difuzie obișnuită. Folosind relațiile de definiție pentru μ_0 și σ ($\mu_0 = B/H$, $\sigma = j/E$), se poate stabili ușor unitatea de măsură pentru D_m. Aceasta este m^2/s, ca și pentru coeficientul de difuzie obișnuit. Dimensional, vom putea deci scrie

$$[D_m] = \frac{L^2}{T}. \tag{II.92}$$

Se poate spune deci că într-un interval de timp t, cîmpul magnetic pătrunde în plasmă pe o distanță L al cărei ordin de mărime este dat de

$$L \sim \sqrt{D_m t} \tag{II.93}$$

sau de

$$L \sim \sqrt{\frac{t}{\mu_0 \sigma}}. \tag{II.94}$$

În cazul în care cîmpul magnetic este periodic, cu pulsația ω, atunci, în timpul $t = T = 2\pi/\omega$, unde T este perioada, adîncimea de pătrundere va fi

$$L \sim \sqrt{\frac{T}{\mu_0 \sigma}} = \sqrt{\frac{2\pi}{\mu_0 \sigma \omega}}. \tag{II.95}$$

Această relație ne dă ordinul de mărime al „adîncimii skin" în cazul plasmei, adică grosimea stratului de plasmă prin care pot circula curenții produși de cîmpul alternativ de pulsație ω. Cu cît frecvența (pulsația) acestui cîmp este mai mare, cu atît grosimea skin este mai mică. De asemenea, cu cît conductivitatea plasmei, σ este mai mare, cu atît stratul skin este mai subțire. În plasme foarte puternic ionizate (σ foarte mare), cîmpul magnetic pătrunde foarte puțin. La limită ($\sigma \to \infty$), L tinde către zero. În general, timpul τ_{dif} în care B pătrunde în plasmă pe o lungimea L are ordinul de mărime dat de

$$\sigma_{dif} \sim \frac{L^2}{D_m} = \mu_0 \sigma L^2. \tag{II.96}$$

El se mai numește „interval de skin" sau „timp de skin". Dacă pe distanța L cîmpul magnetic se amortizează complet, atunci τ_{dif} reprezintă o constantă pentru plasma dată. Într-o plasmă de temperatură $T = 10^6$ K, avînd dimensiunea $L = 1$ cm, timpul de difuzie este de ordinul 10^{-4} s, iar pentru un conductor sferic din cupru cu raza de 1 m nu depășește 10 s. În astrofizică, pentru plasmele de dimensiuni cosmice, cîmpul magnetic se amortizează pe durate lungi. Considerîndu-se nucleul Pămîntului ca fiind format din fier topit, timpul de amortizare a cîmpului magnetic este de aproximativ 15 000 ani. Pentru Soare s-a găsit aproximația 10^{10} ani, timp mai mare decît vîrsta Soarelui evaluată de astrofizicieni, ceea ce pare să arate că o mare parte din cîmpul magnetic actual al Soarelui provine din cel existent în perioada de formare a lui.

II.9. PARAMETRI DE SIMILITUDINE ÎN MAGNETOHIDRODINAMICĂ

Ca și în hidrodinamica obișnuită, în magnetohidrodinamică se poate aplica teoria generală a similitudinii, conform căreia unele mărimi rămîn invariante la trecerea prin diferite stări ale sistemului (plasmei), stări definite ca similare sau identice. O astfel de *mărime invariantă* sau *parametru de similitudine* este numărul magnetic al lui Reynolds, Re_m, definit ca raportul dintre forțele de inerție locale din fluidul conductor și forțele ce tensionează cîmpul magnetic în procesul de difuzie a liniilor sale. În ecuația inducției

(II.69) cei trei termeni au dimensiunile unei forțe pe unitatea de sarcină și unitatea de lungime (N/C · m). Însă, în timp ce termenul $\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ reprezintă o forță inerțială, datorată mișcării liniilor de cîmp cu viteza locală u a plasmei (ca urmare a fenomenului de „înghețare"), fiind deci un termen de „convecție", termenul $\frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \mathbf{B}$ este un termen de difuzie, reprezentînd o forță de vîscozitate sau o forță de deformare a liniilor de cîmp datorată pătrunderii (difuziei) acestora în volumul plasmei. Raportul acestor doi termeni definește numărul Reynolds magnetic

$$\mathrm{Re}_m = \frac{[\text{convecție}]}{[\text{difuzie}]} = \frac{[\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})]}{[\nabla^2 \mathbf{B}/\mu\sigma]} = \frac{uBL^{-1}}{BL^{-2}/\mu\sigma}. \tag{II.97}$$

Prin urmare,

$$\mathrm{Re}_m = \mu\sigma u L = \frac{uL}{D_m}. \tag{II.98}$$

Amintim că numărul Reynolds din hidrodinamica obișnuită are expresia

$$\mathrm{Re} = \frac{uL}{D} \tag{II.99}$$

unde D este coeficientul de difuzie (sau vîscozitatea cinematică) a fluidului neconductor respectiv. Evident, Re_m este adimensional și reprezintă un criteriu privind importanța relativă a două fenomene: înghețarea cîmpului în plasmă și difuzia lui în volumul ei. Cînd $\mathrm{Re}_m \gg 1$ (conductivitate σ, viteză u sau dimensiuni L mari), predomină fenomenul de înghețare, adică convecția sau antrenarea liniilor de cîmp, în timp ce la $\mathrm{Re}_m \ll 1$ predomină difuzia lor în plasmă. Primul caz se întîlnește, de regulă, la plasmele cosmice, iar cel de al doilea, la plasmele de laborator.

Făcînd raportul dintre forța magnetică $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ și forța de inerție $\rho_m(\mathrm{d}\mathbf{u}/\mathrm{d}t)$ din ecuația de mișcare (II.38), obținem un alt parametru de similitudine, numit numărul lui Alfvén

$$\mathrm{A} = \frac{[\mathbf{j} \times \mathbf{B}]}{[\rho_m(\mathrm{d}\mathbf{u}/\mathrm{d}t)]} = \frac{[(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}]}{[\mu\rho_m(\mathrm{d}\mathbf{u}/\mathrm{d}t)]}. \tag{II.100}$$

Vom obține

$$\mathrm{A} = \frac{B^2}{\mu\rho_m u^2}. \tag{II.101}$$

O valoare mare a numărului lui Alfvén indică o predominare a forțelor de natură magnetică față de cele inerțiale, ceea ce înseamnă o dominare a fenomenelor de turbulență magnetică. Relația (II.101) arată că acest caz are loc la cîmpuri magnetice B, mari, densități de masă ρ_m mici sau viteze macroscopice u mici.

Raportul dintre forța dată de gradientul presiunii gazo-cinetice ∇p și forța magnetică $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$

$$\beta = \frac{p/L}{B^2/\mu L} = \mu \frac{p}{B^2}. \tag{II.102}$$

este de asemenea un parametru de similitudine important: la valori mari ale lui β se pot lua în considerare numai forțele de presiune gazo-cinetică.

Aceasta are loc nu numai în cazul presiunilor p mari, ci după cum arată relația (II.102) și la B destul de mici.

Dacă în (II.100) înlocuim pe j din legea lui Ohm (II.32), obținem o nouă, formă, numită numărul lui Stuart

$$S = \frac{\sigma B^2 L}{\rho_m u} \tag{II.103}$$

care constituie, de asemenea, un criteriu de apreciere a gradului de turbulență: la valori mari ale numărului lui Stuart predomină fenomenele de turbulență.

Raportînd forța magnetică $\mathbf{j} \times \mathbf{B} \equiv \sigma(\mathbf{E}^* \times \mathbf{B})$ din (II.20) la forța de viscozitate $\eta \nabla^2 \mathbf{u}$, obținem expresia

$$\frac{\sigma u B^2}{\eta u / L^2} \equiv B^2 L^2 \frac{\sigma}{\eta}. \tag{II.104}$$

Notînd

$$H = BL \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \tag{II.105}$$

expresie ce se numește numărul lui Hartmann, putem spune că raportul celor două forțe definește pătratul numărului Hartmann

$$H^2 = B^2 L^2 \frac{\sigma}{\eta}. \tag{II.106}$$

O valoare mare a numărului Hartmann indică deci o preponderență a forțelor magnetice față de cele de viscozitate.

Se poate vedea ușor că

$$Re_m = \frac{S}{A} \tag{II.107}$$

$$Re = \frac{H^2}{S}. \tag{II.108}$$

Parametrii de similitudine permit obținerea de informații privind amploarea unor fenomene, într-un mod direct, înaintea altor analize mai amănunțite. Ei sînt utili îndeosebi atunci cînd teoria fizică nu este elaborată în cele mai mici detalii, ceea ce se întîmplă deseori în domeniul plasmelor în mișcare.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

III

MODELUL STATISTIC. NOȚIUNI DE TEORIA CINETICĂ A PLASMEI

III.1. FUNCȚIA DE DISTRIBUȚIE ȘI ECUAȚIA BOLTZMANN ÎN FIZICA PLASMEI

În capitolul precedent am considerat plasma ca un fluid continuu, făcînd abstracție de structura microscopică a ei, de faptul că, în realitate, plasma este alcătuită din particule individuale, fiecare particulă fiind caracterizată prin masă și sarcină electrică proprie, precum și prin alte mărimi proprii ca impuls, energie cinetică, stare cuantică etc. În studiul ei am folosit metoda teoriei continuumului.

Un punct de vedere mai apropiat de realitate este acela în care nu mai neglijăm structura fizică a plasmei, ci privim plasma ca un colectiv statistic, format din particule în general electrizate. În studiul ei se va folosi în acest caz un model statistic de reprezentare a plasmei, iar metodele de calcul vor fi metodele mecanicii statistice. Dacă, în cadrul acestui model, putem cunoaște, de exemplu, concentrația medie n a unor particule de masă individuală m, atunci „particula fluidă" sau „elementul de masă" ρ_m din modelul MHD este

$$\rho_m = nm. \tag{III.1}$$

De asemenea, densitatea de sarcină electrică ρ_{el} din modelul distribuției continue a sarcinii, este legată de imaginea statistică prin relația

$$\rho_{el} = nq \tag{III.2}$$

q fiind sarcina electrică „purtată" de fiecare particulă de masă m. Termenul de vîscozitate poate fi transcris și el în modelul statistic pornind de la observația că la o ciocnire binară particula de tip i va schimba cu particula de tip j impulsul $m_i(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j)$, unde $\mathbf{u}_i$ și $\mathbf{u}_j$ sînt vitezele celor două particule,

în sistemul laboratorului. Dacă fiecare particulă de tip i suferă ν_c ciocniri în unitatea de timp (ν_c — frecvența de ciocnire), atunci impulsul schimbat de particulele i cu particulele j din unitatea de volum în unitatea de timp în urma acestor „frecări" ale particulelor gazului i de particulele gazului j va reprezenta o forță de frecare în unitatea de volum, de tipul celei din (II.9) și va avea forma $f'' = -\nu_c n_i m_i(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j)$.

În măsura în care modelul statistic ne poate oferi valori medii pentru n_i, ν_c, $\mathbf{u}_i$, $\mathbf{u}_j$ etc., ecuația MHD de mișcare a „elementului de masă" din teoria continuumului poate fi scrisă în reprezentarea dată de modelul statistic în felul următor

$$n_i m_i \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_i}{\mathrm{d}t} = n_i q_i(\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i - \nu_c n_i m_i(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) \qquad \text{(III.3)}$$

unde am neglijat forțele gravitaționale și altele ce ar mai putea exista.

Prin urmare, una din problemele importante ale modelului statistic este aceea de a ne putea face accesibile valorile medii (macroscopice) ale diferitelor mărimi ce caracterizează comportarea ansamblului de particule microscopice care alcătuiesc plasma. Acestea se obțin prin mijloacele fizicii statistice în care se ia în considerație și sarcina electrică „purtată" de fiecare particulă. Evident, ecuația principală va fi cunoscuta ecuație a lui Boltzmann care stă la baza teoriei cinetice a gazelor ionizate.

Considerînd deci plasma ca un amestec de gaze ideale, vom putea descrie stările ei fizice prin metodele teoriei cinetice a gazelor. Conceptul de bază al acestei teorii îl constituie funcția de distribuție $f_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ pentru fiecare din diferitele specii, i, de particule. Considerînd punctele reprezentative din spațiul șase-dimensional $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$, funcția de distribuție este definită ca o concentrație în acest spațiu

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}^3r\,\mathrm{d}^3v} \qquad \text{(III.4)}$$

unde $\mathrm{d}N$ este numărul de particule care la momentul t se găsesc în elementul de volum d^3r centrat pe punctul $\mathbf{r}$ din spațiul configurațiilor și care au vitezele în elementul de volum d^3v, centrat pe punctul $\mathbf{v}$ din spațiul vitezelor.

Concentrația particulelor ce au vitezele cuprinse în intervalul $(\mathbf{v}, \mathbf{v} + \mathrm{d}\mathbf{v})$ este

$$\mathrm{d}n = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}^3r} = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\,\mathrm{d}^3v \qquad \text{(III.5)}$$

iar concentrația particulelor în sens fizic, obișnuit va fi

$$n(\mathbf{r}, t) = \int_{(\mathbf{v})} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\,\mathrm{d}^3v. \qquad \text{(III.6)}$$

Semnificația notațiilor simbolice pentru cele două elemente diferențiale este

$$\mathrm{d}^3r = \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \qquad \text{(III.7)}$$
$$\mathrm{d}^3v = \mathrm{d}v_x\,\mathrm{d}v_y\,\mathrm{d}v_z.$$

Funcția de distribuție se obține ca soluție a ecuației cinetice a gazelor (ecuația Boltzmann). Această ecuație se poate stabili pornind de la formularea unei legi generale de conservare a particulelor în spațiul șase-dimensional $(\mathbf{r},\mathbf{v})$. Astfel, derivata totală a funcției de distribuției Df/Dt va trebui să fie egală cu diferența dintre numărul Γ^+ de particule ce „intră" în elementul $d^3\mathbf{r}\,d^3v$ în urma ciocnirilor și numărul Γ^- de particule care părăsesc acest element de „volum"

$$\frac{Df}{Dt} = \Gamma^+ - \Gamma^- \tag{III.8}$$

sau

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_x}\frac{dv_x}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_y}\frac{dv_y}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_z}\frac{dv_z}{dt} = \Gamma^+ - \Gamma^-. \tag{III.9}$$

Dacă $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z)$ este forța ce acționează asupra particulei de masă m, atunci putem scrie

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{F_x}{m}, \quad \frac{dv_y}{dt} = \frac{F_y}{m}, \quad \frac{dv_z}{dt} = \frac{F_z}{m} \tag{III.10}$$

și ecuația (III.9) se poate scrie sub forma concentrată

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla_r f + \frac{\mathbf{F}}{m}\cdot\nabla_v f = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_c \tag{III.11}$$

unde ∇_r este gradientul în spațiul configurațiilor, ∇_v gradientul în spațiul vitezelor, variabilele r și v fiind independente. Simbolul $(\delta f/\delta t)_c$ are semnificația din (III.9). Ecuația (III.11) este euația Boltzmann, care uneori se scrie sub o formă convențională astfel

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{a}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_c \tag{III.12}$$

$\mathbf{a}$ fiind accelerația particulei, $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$.

În lipsa interacțiilor, cînd termenul de ciocnire $(\delta f/\delta t)_c$ este nul, avem de-a face cu ecuația Boltzmann fără termen de ciocnire sau *ecuația Vlasov*

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla_r f + \frac{\mathbf{F}}{m}\cdot\nabla_v \mathbf{f} = 0. \tag{III.13}$$

Aceasta reprezintă, de fapt, cunoscuta teoremă a lui Liouville care spune că pentru un sistem conservativ, densitatea particulelor în spațiul $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$, adică f, este o constantă de-a lungul unei traiectorii dinamice.

Forța $\mathbf{F}$ reprezintă o rezultantă a forțelor electrice, magnetice, gravitaționale etc., ce acționează asupra particulei de masă m și sarcină q. De obicei, aceste forțe nu depind de viteză și de aceea sînt situate în afara operatorului ∇_v. Dacă $\mathbf{F}$ depinde de viteză, cum ar fi forța de frecare, atunci vom scrie

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla_r f + \nabla_v\left(\frac{\mathbf{F}}{m}f\right) = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c. \tag{III.14}$$

Aceasta se întîmplă mai rar în fizica gazelor ionizate, cu excepția cazului în care influența particulelor neutre asupra purtătorilor de sarcină poate fi tratată, convențional, ca o forță de frecare, dependentă de viteză.

Ecuația Boltzmann ne arată că variația lui f de-a lungul direcției de curgere este cauzată de ciocnirile dintre particule. Noțiunea de „ciocnire" presupune însă că particulele se mișcă liber în cîmpul de forțe respectiv, cu excepția unui scurt timp cît durează interacția, „contactul" dintre particule. Se admite deci, implicit, că „timpul de ciocnire" binară (l/v) este mic în comparație cu „timpul mediu de ciocnire" $\tau_c = 1/\nu_c$

$$\frac{l}{v} \ll \frac{1}{\nu_c} \tag{III.15}$$

unde l, v sînt respectiv dimensiunea și viteza relativă a particulelor. Această condiție face ca ecuația lui Boltzmann să fie valabilă numai în gaze slab ionizate, de concentrație relativ joasă, în care „sfera de interacție" dintre particule este de rază mică (interacții de tip „short range"), cum sînt ciocnirile electron-neutru, ion-neutru, neutru-neutru. În gaze puternic ionizate predomină însă interacțiile coulombiene, de rază mare de acțiune („long range"), cum sînt interacțiile electron-ion, electron-electron, ion-ion. Cinetica gazelor puternic ionizate are la bază ecuații de tip Fokker-Planck, în care se consideră comportarea particulei ca efect al multor acțiuni coulombiene *simultane* și nu a multor interacții *succesive* de scurtă rază de acțiune, ca în ecuația Blotzmann.

Pentru cele trei componente principale ale plasmei (electroni, ioni și particule neutre, cu concentrațiile n_e, n_i, n_n) ecuațiile Boltzmann vor fi

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla_r f_e - \frac{|e|}{m_e} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_v f_e = \left(\frac{\delta f_e}{\delta t}\right)_{ce} \tag{III.16}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \nabla_r f_i + \frac{z|e|}{m_i} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_v f_i = \left(\frac{\delta f_i}{\delta t}\right)_{ci} \tag{III.17}$$

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} + \mathbf{v}_n \cdot \nabla_r f_n = \left(\frac{\delta f_n}{\delta t}\right)_{cn} \cdot \tag{III.18}$$

Forțele gravitaționale au fost neglijate în aceste ecuații. În cazul plasmelor la scară cosmică, aceste forțe nu mai pot fi neglijate.

Termenii de ciocnire din dreapta egalităților pot reprezenta ciocniri atît între particule identice (electron-electron etc.) cît și între particule de tipuri diferite. Din acest motiv ecuațiile de mai sus nu sînt, în general, independente; ele sînt cuplate prin intermediul termenilor de ciocnire și rezolvarea lor nu este chiar simplă. Cum am spus mai sus, un caz mai accesibil este acela al gazelor slab ionizate ($n_e, n_i \ll n_n$) și nu prea dense.

În acest caz, termenii de ciocnire electronic și ionic vor reprezenta ciocniri doar cu atomii neutri, fiind deci practic independenți, încît ecuațiile pot fi rezolvate separat.

Așadar, în cazul plasmelor „reci" în care domină ciocnirile electron-neutru și ion-neutru, metoda ecuației Boltzmann dă bune rezultate. Ea dă rezultate bune în general, în cazurile în care fenomenul de ciocnire, în sensul obișnuit al cuvîntului, poate fi bine precizat. În aceste cazuri se poate

spune că orice particulă părăsește brusc elementul de „volum" ($dr' \cdot dv'$) și reapare instantaneu într-un alt element ($dr \cdot dv$). În spațiul coordonatelor, particula va avea o traiectorie discontinuă (fig. III.1). În aceste cazuri, atît noțiunea de ciocnire cît și alte noțiuni din teoria cinetică a gazelor ca drum mediu liber, timp de zbor liber, timp de interacție etc., au sens bine determinat.

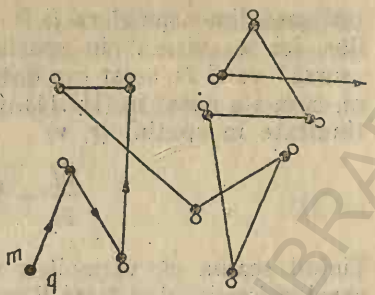


Fig. III.1. Traiectoria unei particule de masă m și sarcină q în plasme dominate de interacții de rază mică de acțiune:
● particula — proiectil,
○ particule — țintă.

În cazul plasmelor „fierbinți", caracterul de rază mare de acțiune al interacțiilor dintre particule încărcate face ca modelul conform căruia particula parcurge drumuri libere distincte, ca urmare a unor ciocniri discrete, să nu mai fie realist. În acest caz este mai adecvat tabloul conform căruia o particulă încărcată din plasmă interacționează simultan și permanent cu cu toate celelalte particule încărcate, mai apropiate sau mai îndepărtate, din volumul ocupat de plasmă (interacții coulombiene colective). Chiar în cazurile în care deflexiile ar mai putea fi considerate aproximativ discrete, efectul cumulativ a numeroase deviații de unghiuri mici devine mult mai probabil decît efectul unor puține deviații de unghiuri mari (efect Gvosdover). Rezultatul va fi deci un drum sinuos, fără deviații drastice (fig. III. 2). Cu alte cuvinte, în plasme fierbinți, dense, este mult mai probabil ca o particula încărcată să ajungă la devieri mari în urma a numeroase deflexii de unghiuri mici, decît printr-o singură deflexie de unghi mare. Noțiunea de ciocnire își pierde sensul și, ca urmare, termenul de ciocnire din ecuația Boltzmann devine inadecvat. Cum s-a arătat mai sus, metoda de calcul cea mai cunoscută în acest caz este metoda ecuației Fokker-Planck. În această ecuație partea din stînga semnului de egalitate este identică cu cea a ecuației Boltzmann, în timp ce în dreapta apare, în locul termenului de ciocnire, dispersia statistică a vitezelor particulelor dată de un termen vectorial și unul tensorial.

În încheiere, notăm că ecuația Boltzmann poate fi ușor formulată și cu ajutorul ecuației de continuitate care guvernează evoluția „fluidului" de puncte din spațiul șase-dimensional (r, v), în care concentrația este f. Forma acestei ecuații este cea din (II.18). Precizăm însă că ecuația de continuitate (II.18) se va scrie, în reprezentarea statistică,

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\mathbf{u}) = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_{sursă} \qquad \text{(III.19)}$$

unde n este concentrația, iar $\mathbf{u}$ viteza în spațiul tridimensional; $(n\mathbf{u})$ densitatea fluxului de particule (în: particule/m$^2 \cdot$s). Densitatea fluxului de particule în spa-

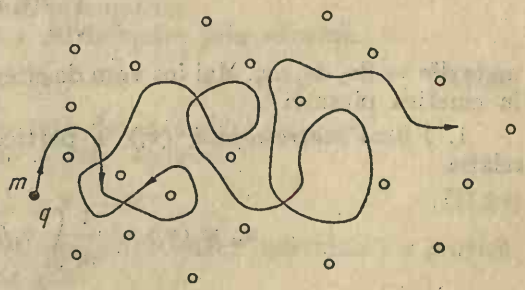


Fig. III.2. Traiectoria unei particule încărcate în plasme dominante de interacții cu rază mare de acțiune (coulombiene):
● particule — proiectil,
○ particule — țintă.

țiul șase-dimensional va fi $fv + fa$, unde v este viteza în spațiul configurațiilor, iar a „viteza" în spațiul vitezelor ($a = dv/dt = F/m$). Termenul de „sursă" va fi în acest caz datorat ciocnirilor, deci va fi un termen de ciocnire, cum s-a notat în (III.11). Cu aceste precizări, putem scrie ecuația de continuitate în spațiul (r, v)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_r(fv) + \nabla_v(fa) = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_c . \tag{III.20}$$

Ținînd seama că variabilele r și v sînt independente ($\nabla_r fv = v\nabla_r f$), luînd cazul obișnuit, cînd forța F care accelerează particulele nu depinde de viteză ($\nabla_v fF = F\nabla_v f$) și considerînd plasmele nerelativiste, deoarece, în general este satisfăcută condiția $kT \ll mc^2$ (caz în care ∇_v nu operează supra masei m), vom putea scrie

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \nabla_r f + \frac{F}{m} \cdot \nabla_v f = \left(\frac{\delta f}{\delta t}\right)_c ,$$

relație identică cu (III.11).

III.2. VALORI MEDII; MĂRIMI DE TRANSPORT

Cum am văzut, fundamentele ecuației Boltzmann sînt microprocesele, care descriu interacțiuni ce se petrec la scară microscopică între particulele ce alcătuiesc colectivul statistic dat. Soluția ei, funcția de distribuție $f(r, v, t)$, ne poate ajuta însă să definim o serie de mărimi macroscopice care sînt mai utile în practică, fiind mai accesibile determinărilor directe. Notînd cu $g(r, v, t)$ o distribuție oarecare (distribuția vitezei, a impulsului, a energiei etc.), valoarea medie a acesteia se definește prin

$$\langle g \rangle = \frac{\int_{(v)} g(r, v, t) \cdot f(r, v, t)\, d^3v}{\int_{(v)} f(r, v, t)\, d^3v} \tag{III.21}$$

unde $d^3v = dv_x\, dv_y\, dv_z$. Mai jos vom da cîteva din aceste mărimi, folosite curent în cinetica plasmei.

1. *Viteza macroscopică*, $\langle v_i \rangle$, a particulelor de tipul i se definește prin relația

$$u_m \equiv \langle v_i \rangle = \frac{1}{n_i} \int_0^\infty v_i f_i(r_i, v_i, t)\, d^3v_i \tag{III.22}$$

unde

$$n_i = \int_0^\infty f_i(r_i, v_i, t)\, d^3v_i \tag{III.23}$$

este concentrația particulelor de tip i. $\langle \mathbf{v}_i \rangle$ este viteza medie a ansamblului de particule și reprezintă viteza în dreptul căreia se află maximul funcției de distribuție f_i (viteza de antrenare sau de drift).

2. *Viteza fluxului de masă* $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$. Se definește cu ajutorul vitezei macroscopice $\langle \mathbf{v}_i \rangle$

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{\sum_i n_i m_i \langle \mathbf{v}_i \rangle}{\sum_i n_i m_i} \tag{III.24}$$

și reprezintă viteza de mișcare a întregului amestec de gaze. Această mișcare este determinată numai de rezultanta forțelor exterioare și de gradientul presiunii. Notînd $\rho_{mi} = n_i m_i$ densitățile parțiale și $\rho_m = \sum_i n_i m_i$ densitatea totală a amestecului (în kg/m^3), putem scrie pe $\mathbf{u}$ în modelul fluidului continuu, cu bună aproximație

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{\sum_i \rho_i \langle \mathbf{v}_i \rangle}{\rho_m}. \tag{III.25}$$

Expresia (III.24) presupune o distribuție „discretă", discontinuă, a masei în unitatea de volum (particule/m^3), în timp ce (III.25) presupune că aceeași masă, reprezentată de suma particulelor, este distribuită continuu în unitatea de volum (kg/m^3).

De exemplu, pentru un amestec de trei „gaze", electronic (e), ionic (i) și neutru (n), vom scrie în modelul statistic

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{n_e m_e \langle \mathbf{v}_e \rangle + n_i m_i \langle \mathbf{v}_i \rangle + n_n m_n \langle \mathbf{v}_n \rangle}{n_e m_e + n_i m_i + n_n m_n} \tag{III.26}$$

iar în scrierea hidrodinamică

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_{me} \langle \mathbf{v}_e \rangle + \rho_{mi} \langle \mathbf{v}_i \rangle + \rho_{mn} \langle \mathbf{v}_n \rangle}{\rho_m} \tag{III.27}$$

unde ρ_{me}, ρ_{mi}, ρ_{mn} sînt densitățile masice iar $\rho_m = \rho_{me} + \rho_{mi} + \rho_{mn}$.

Expresia (III.26) ca și (III.27) poate reprezenta, de pildă, viteza jetului de plasmă expulzată prin duza unui plasmatron.

3. *Viteza de difuzie a gazului* i se definește prin expresia

$$\mathbf{v}_{di} = \langle \mathbf{v}_i \rangle - \mathbf{u} \tag{III.28}$$

și caracterizează deplasarea gazului față de ansamblul de gaze.

4. *Viteza relativă a mișcării de agitație termică*

$$\mathbf{v}_{ri} = \mathbf{v}_i - \mathbf{u}. \tag{III.29}$$

Aceasta nu este o mărime medie, ci reprezintă viteza individuală a particulelor gazului i față de ansamblul de gaze.

5. *Energia cinetică medie,* $\langle \varepsilon_{ci} \rangle$ *a gazului* i. Dacă $\mathbf{v}_i$ este cîmpul de viteze ale gazului i, atunci

$$\langle \varepsilon_{ci} \rangle = \frac{1}{n_i} \int_{(\mathbf{v}_i)} \frac{m_i \mathbf{v}_i^2}{2} f_i(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, t)\, \mathrm{d}^3 v_i. \tag{III.30}$$

6. *Energia cinetică individuală a mișcării relative*

$$\varepsilon_{r_i} = \frac{m_i |\mathbf{v}_i - \mathbf{u}|^2}{2} \tag{III.31}$$

reprezintă energia cinetică de translație a particulelor gazului i față de plasma care se deplasează cu viteza $\mathbf{u}$ (atît $\mathbf{u}$ cît și $\mathbf{v}_i$ sînt în sistemul laboratorului).

7. *Energia cinetică medie a mișcării relative*

$$\langle \varepsilon_{r_i} \rangle = \frac{1}{n_i} \int_{(\mathbf{v}_i)} \frac{m_i |\mathbf{v}_i - \mathbf{u}|^2}{2} f_i(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, t)\, \mathrm{d}^3 v_i. \tag{III.32}$$

Ea reprezintă energia cinetică a deplasării gazului i față de plasmă. Este energia cinetică a gazului i, scrisă în sistemul mobil (al plasmei în mișcare, cu viteza $\mathbf{u}$).

8. *Temperatura cinetică* T. Cunoscîndu-se energia cinetică medie a mișcării relative $\langle \varepsilon_{ri} \rangle$, se poate exprima temperatura cinetică a plasmei de concentrație $n = \sum_i n_i$, din relația

$$\frac{3}{2} kT = \frac{\sum_i n_i \langle \varepsilon_{ri} \rangle}{\sum n_i} \equiv \frac{1}{n} \sum_i n_i \frac{\langle m_i |\mathbf{v}_i - \mathbf{u}|^2 \rangle}{2}. \tag{III.33}$$

9. *Densitatea netă de sarcină electrică* într-o plasmă formată din ioni (de sarcină ez_i) și electroni (e)

$$\rho_{el} = |e|(z_i n_i - n_e) = |e| \left[z_i \int_{(\mathbf{v}_i)} f_i\, \mathrm{d}^3 v_i - \int_{(\mathbf{v}_e)} f_e\, \mathrm{d}^3 v_e. \right]. \tag{III.34}$$

10. *Densitatea totală a curentului electric*

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_i + \mathbf{j}_e = |e| [z_i n_i \langle \mathbf{v}_i \rangle - n_e \langle \mathbf{v}_e \rangle] \tag{III.35}$$

sau

$$\mathbf{j} = |e| \left[z_i \int_{(\mathbf{v}_i)} \mathbf{v}_i f_i\, \mathrm{d}^3 v_i - \int_{(\mathbf{v}_e)} \mathbf{v}_e f_e\, \mathrm{d}^3 v_e \right] \tag{III.36}$$

11. *Frecvența medie a ciocnirilor*, ν_c. Pentru un fascicul monoenergetic de electroni cu viteza v și secțiunea eficace de ciocnire Q, frecvența de ciocnire este

$$\nu_c = \frac{v}{\lambda_e} = NQv \tag{III.37}$$

unde λ_e este drumul mediu liber de ciocnire al electronului iar N concentrația particulelor, aflate, practic, în repaus, ale gazului țintă.

Dacă însă $Q = Q(v)$, atunci

$$\nu_c = N \langle Q(v) v \rangle = \frac{N}{n_e} \int_{(v)} Q(v)\, v f_e\, \mathrm{d}^3 v \tag{III.38}$$

unde n_e este concentrația electronilor incidenți, iar f_e funcția de distribuție a lor.

12. *Viteza (sau rata) de reacție*, adică numărul de ciocniri binare de un tip dat în unitatea de volum și de timp va fi

$$R = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_c = \nu_c n_c = n_c N \langle Q(v)\, v\rangle = N \int_{(v)} Q(v)\, v f_e\, \mathrm{d}^3 v. \qquad \text{(III.39)}$$

Dacă vitezele gazului țintă nu mai pot fi neglijate, atunci, în general, pentru ciocniri binare vom avea

$$R = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_c = n_1 n_2 \langle Q(v)\, v\rangle = \int Q(v_r) f_1 f_2\, \mathrm{d}^3 v_1\, \mathrm{d}^3 v_2, \qquad \text{(III.40)}$$

unde $v_r = |\mathrm{v}_1 - \mathrm{v}_2|$ este viteza relativă a partenerilor ciocnirii, iar $f_1 = f_1(\mathrm{r}_1, \mathrm{v}_1, t)$ și $f_2 = f_2(\mathrm{r}_2, \mathrm{v}_2, t)$ sînt funcțiile de distribuție ale celor două tipuri de particule care se ciocnesc.

În condiții fizice date, viteza de reacție „netă" este mai mică datorită contribuției reacțiilor inverse; într-un gaz la echilibru termodinamic viteza de reacție „netă" este nulă deoarece reacțiile directe și inverse se echilibrează exact (conform principiului echilibrului detaliat).

Unitatea de măsură pentru $\langle Q v_r\rangle$ este $(\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1})$. Pentru reacții atomice sau moleculare se poate da un ordin de mărime tipic punînd $Q \simeq 3 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{m}^2$ și $v_r \simeq 3 \cdot 10^2$ m/s; se obține $\langle Q v_r\rangle \approx 10^{-17}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$.

Expresia (III.40) se generealizează și pentru cazul ciocnirilor ternare

$$R = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_c = n_1 n_2 n_3 \langle k\rangle = \int k(\mathrm{v}_1, \mathrm{v}_2, \mathrm{v}_3) f_1 f_2 f_3\, \mathrm{d}^3 v_1\, \mathrm{d}^3 v_2\, \mathrm{d}^3 v_3 \qquad \text{(III.41)}$$

unde mărimea k se măsoară în $(\mathrm{m}^6 \cdot \mathrm{s}^{-1})$. Ciocnirile ternare sînt uneori importante chiar și la presiuni mai joase; cele mai uzuale sînt de tipul $A, B, C/(AB)$, C^*, unde compusul (AB) se formează prin reacții exoenergetice, particula C preluînd o parte din energia degajată. În lipsa lui C, compusul se formează în stare foarte excitată, $(AB)^{**}$ și se descompune rapid în particulele componente; se poate spune deci că a treia particulă, C, stabilizează reacția. Dacă C și C^* sînt electroni, practic toată energia de reacție se transformă în energie cinetică a electronului. Exemple de reacții ternare sînt $(\mathrm{He}^+, 2\mathrm{He}) \rightarrow (\mathrm{He}_2^+, \mathrm{He})$ (formare de ion molecular) sau $(\mathrm{He}^+, 2e) \rightarrow (\mathrm{He}, e)$ (recombinare la ciocnire triplă) etc.

Mărimea $\langle k\rangle$ poate fi scrisă sub forma $\langle k\rangle = Q_{AB} v_{AB} V_{ABC}$, unde V_{ABC} este volumul de interacție al compusului tranzient $(AB)^{**}$ cu particula stabilizatoare C. Ca ordin de mărime avem $\langle Q_{AB} v_{AB}\rangle \approx 10^{-17}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ și $V_{ABC} \simeq (10^{-9})^3\ \mathrm{m}^3$, și prin urmare $\langle k\rangle \simeq 10^{-44}\ \mathrm{m}^6/\mathrm{s} = 10^{-32}\ \mathrm{cm}^6/\mathrm{s}$.

O particulă în mișcare poate transporta (transfera) o serie de mărimi fizice de la o particulă la alta sau de la un punct al spațiului în altul (transport de impuls, de energie etc.).

În plasme neomogene ($\nabla T \neq 0$, $\nabla n_i \neq 0$, $\nabla p_i = 0$), acest transport capătă un caracter macroscopic (difuzie, conducție etc.).

Transportul unei mărimi moleculare oarecare ψ_i poate fi descris matematic cu ajutorul densității de flux Ψ_i, care arată ce cantitate din ψ_i se scurge în unitatea de timp prin unitatea de suprafață în direcția perpendiculară pe această suprafață ce se deplasează împreună cu plasma, adică cu o

viteză egală cu viteza fluxului de masă, u. Integrînd produsul $\psi_i(v_i - u)f_i$ pe tot spațiul vitezelor, obținem densitatea de flux Ψ_i

$$\Psi_i(r, t) = \int_{(v_i)} \psi_i(v_i - u) f_i \, d^3v_i. \tag{III.42}$$

Cu ajutorul acestei relații vom exprima mai jos cîteva mărimi de transport mai importate.

13. *Densitatea fluxului de masă*, Ψ_m. Luînd $\psi_i = m_i$, relația (III.42) va reprezenta un fenomen de difuzie

$$\Psi_m = \int_{(v_i)} m_i(v_i - u) f_i \, d^3v_i = m_i \left[\int_{(v_i)} v_i f_i \, d^3v_i - u \int_{(v_i)} f_i \, d^3v_i \right]. \tag{III.43}$$

Ținînd seama de (III.22) și (III.23) vom avea

$$\Psi_m = n_i m_i (\langle v_i \rangle - u). \tag{III.44}$$

Conform relației (III.28) această expresie poate fi scrisă sub forma

$$\Psi_m = n_i m_i v_{di}. \tag{III.45}$$

Așadar, Ψ_m reprezintă densitatea de flux masic (în kg/s · m^2) a gazului de tipul i ce difuzează cu viteza de difuzie v_{di}. Expresia hidrodinamică va fi, evident,

$$\Psi_m = \rho_{mi} v_{di} \tag{III.46}$$

unde $\rho_{mi} = n_i m_i$ este densitatea de masă a gazului i (în kg/m^3).

14. *Transportul impulsului, tensorul presiunii cinetice parțiale și totale.* Luînd pentru ψ_i expresia vectorială a impulsului, $\psi_i = m_i(v_i - u)$, densitatea de flux pentru transportul impulsului va fi

$$\Psi_{imp} = m_i \int_{(v_i)} (v_i - u)(v_i - u) f_i \, d^3v_i. \tag{III.47}$$

Ținînd seama de (III.22), integrala din (III.47) poate fi înlocuită prin media produsului scalar $(v_i - u) \cdot (v_i - u)$ și obținem

$$\Psi_{imp} = n_i m_i \langle (v_i - u)(v_i - u) \rangle \tag{III.48}$$

Această expresie se mai numește și tensorul presiunii parțiale a gazului i

$$\hat{P}_i(r, t) = n_i m_i \langle (v_i - u)(v_i - u) \rangle \tag{III.49}$$

care are 9 componente de tipul

$$(P_i)_{xy} = n_i m_i (v_i - u)_x (v_i - u)_y \tag{III.50}$$

astfel că vom putea scrie sub formă matriceală

$$\hat{P}_i(r, t) = \begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xy} & P_{xz} \\ P_{yx} & P_{yy} & P_{yz} \\ P_{zx} & P_{zy} & P_{zz} \end{bmatrix}. \tag{III.51}$$

Elementele matricei sînt date de (III.50). Atunci cînd gazul este în echilibru, componentele mixte de tipul P_{xy}, P_{xz} etc. se anulează, iar

$$P_{xx} = P_{yy} = P_{zz} = p_i \tag{III.52}$$

p_i fiind presiunea hidrostatică parțială a gazului i, reprezentînd, cum s-a văzut, transferul de impuls prin unitatea de suprafață și în unitatea de timp (în $\mathrm{kg \cdot (m/s)/m^2 \cdot s \equiv N/m^2}$).

Vom putea scrie și expresia tensorului presiunii totale $P(\mathrm{r}, t)$ prin suma tensorilor presiunilor parțiale

$$\hat{P}(\mathrm{r}, t) = \sum_i \hat{P}_i = \sum_i n_i m_i \langle (\mathrm{v}_i - \mathrm{u})\,(\mathrm{v}_i - \mathrm{u}) \rangle \tag{III.53}$$

ca o formă generalizată a legii lui Dalton.

15. *Transportul energiei cinetice; densitatea fluxului de căldură.* Dacă notăm $\psi_i = m_i |\mathrm{v}_i - \mathrm{u}|^2/2$, vom putea exprima densitatea de flux pentru transferul energiei cinetice de către particulele microscopice

$$\Psi_{cin} = \frac{m_i}{2} \int_{(\mathrm{v}_i)} |\mathrm{v}_i - \mathrm{u}|^2 (\mathrm{v}_i - \mathrm{u})\, f_i \, \mathrm{d}^3 v_i. \tag{III.54}$$

Ținînd seama, ca și mai sus, de formula de mediere (III.22), vom obține

$$\Psi_{cin} = \frac{n_i m_i \langle |\mathrm{v}_i - \mathrm{u}|^2 (\mathrm{v}_i - \mathrm{u}) \rangle}{2}. \tag{III.55}$$

Aceasta se mai notează cu $Q_i(\mathrm{r}, t)$ și poartă numele de *densitatea fluxului de căldură* transportată de gazul i

$$Q_i(\mathrm{r}, t) = \frac{n_i m_i \langle |\mathrm{v}_i - \mathrm{u}|^2 (\mathrm{v}_i - \mathrm{u}) \rangle}{2}. \tag{III.56}$$

Cum se vede, și densitatea fluxului de căldură are o formă tensorială. Densitatea fluxului total de căldură va fi

$$Q(\mathrm{r}, t) = \sum_i Q_i = \sum_i \frac{n_i m_i \langle |\mathrm{v}_i - \mathrm{u}|^2 (\mathrm{v}_i - \mathrm{u}) \rangle}{2}. \tag{III.57}$$

Amintind că unitatea pentru flux este J/s, iar pentru densitatea de flux este $\mathrm{J/s \cdot m^2}$, se poate verifica direct în (III.56) sau (III.57) că Q se măsoară în unități de densitate de flux energetic

$$[Q] = \mathrm{m^{-3}\ kg} \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^3 = \frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{s \cdot m^2}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s \cdot m^2}}.$$

O problemă de bază este deci găsirea funcției de distribuție, f_i. Cunoașterea ei ne dă posibilitatea aflării diferitelor valori medii sau mărimi de transport cu ajutorul unor expresii de tipul celor discutate mai sus.

III.3. ECUAȚIA GENERALĂ DE TRANSPORT PENTRU O MĂRIME OARECARE q(r, v, t)

Vom folosi ecuația Boltzmann sub forma

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{F_i}{m} \frac{\partial f}{\partial v_i} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \tag{III.58}$$

în care este presupusă sumarea după indicii coordonatelor $i = 1, 2, 3$ (de fapt x_1, x_2, x_3 înseamnă x, y, z, iar v_1, v_2, v_3 însamnă v_x, y_y, v_z).

Înmulțim această ecuație cu $\mathrm{q}(\mathrm{r}, \mathrm{v}, t)\, \mathrm{d}^3v$, apoi integrăm pe tot spațiul vitezelor

$$\int_{(v)} \mathrm{q} \frac{\partial f}{\partial t} \mathrm{d}^3v + \int_{(v)} \mathrm{q} v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \mathrm{d}^3v + \int_{(v)} \mathrm{q} \frac{F_i}{m} \frac{\partial f}{\partial v_i} \mathrm{d}^3v = \int_{(v)} \mathrm{q} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \mathrm{d}^3v. \tag{III.59}$$

Ținînd seama că

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{(v)} \mathrm{q} f \, \mathrm{d}^3v = \int_{(v)} \mathrm{q} \frac{\partial f}{\partial t} \mathrm{d}^3v + \int_{(v)} \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial t} f \, \mathrm{d}^3v, \tag{III.60}$$

primul termen din stînga ecuației (III.59) va deveni

$$\int_{(v)} \mathrm{q} \frac{\partial f}{\partial t} \mathrm{d}^3v = \frac{\partial}{\partial t} (n\langle \mathrm{q} \rangle) - n \left\langle \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial t} \right\rangle. \tag{III.61}$$

Tot astfel, al doilea termen devine

$$\int_{(v)} \mathrm{q} v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \mathrm{d}^3v = \frac{\partial}{\partial x_i} (n\langle v_i \mathrm{q} \rangle) - n \left\langle v_i \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial x_i} \right\rangle. \tag{III.62}$$

Termenul al treilea va fi integrat prin părți pe variabila v_i, în ipoteza că forțele F_i nu depind de viteză ($\partial F_i / \partial v_i = 0$). Ținînd seama că termenul integrat se va anula (deoarece $\mathbf{q}f \to 0$ cînd $v_i \to \pm\infty$, în virtutea faptului că funcția de distribuție se anulează cînd viteza devine infinită), vom obține

$$\int_{(v)} \mathrm{q} \frac{F_i}{m} \frac{\partial f}{\partial v_i} \mathrm{d}^3v = \iint \left[\int_{-\infty}^{+\infty} q \frac{F_i}{m} \frac{\partial f}{\partial v_i} \mathrm{d}v_i \right] \mathrm{d}v_j \, \mathrm{d}v_k =$$

$$= -\int_{(v)} f \frac{\partial}{\partial v_i} \left(\mathrm{q} \frac{F_i}{m} \right) \mathrm{d}^3v = -\frac{n}{m} \left\langle \frac{\partial}{\partial v_i} (\mathrm{q} F_i) \right\rangle = -\frac{n}{m} \left\langle F_i \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial v_i} \right\rangle. \tag{II.63}$$

Ținînd seama de expresiile (III.61) (III.62), (III.63) se va obține o ecuație macroscopică generală pentru transportul mărimii $\mathrm{q}(\mathrm{r}, \mathrm{v}, t)$

$$\frac{\partial}{\partial t} (n\langle \mathrm{q} \rangle) - n \left\langle \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial t} \right\rangle + \frac{\partial}{\partial x_i} (n\langle v_i \mathrm{q} \rangle) -$$

$$- n \left\langle v_i \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial x_i} \right\rangle - \frac{n}{m} \left\langle F_i \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial v_i} \right\rangle = \int_{(v)} \mathrm{q} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \mathrm{d}^3v. \tag{III.64}$$

O expresie mai simplă se obține dacă mărimea $\mathbf{q}$ depinde explicit numai de viteză, adică $\partial \mathbf{q}/\partial x_i = \partial \mathbf{q}/\partial t = 0$. O astfel de mărime poate fi, de exemplu, impulsul $\mathbf{Q}(\mathbf{v}) = m\mathbf{v}$. În acest caz, ecuația de transport a mărimii $\mathbf{Q}(\mathbf{v})$ va fi

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\langle \mathbf{Q}\rangle) + \frac{\partial}{\partial x_i}(n\langle v_i \mathbf{Q}\rangle) - \frac{n}{m}\left\langle F_i \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial v_i}\right\rangle = \int_{(\mathbf{v})} \mathbf{Q}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \mathrm{d}^3 v. \qquad \text{(III.65)}$$

Cazul particular cel mai simplu este $q = 1$, caz în care se obține ecuația de continuitate (ecuația de conservare a numărului de particule)

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(n\langle v_i\rangle) = R \qquad \text{(III.66)}$$

unde am notat

$$R = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_c = \int_{(\mathbf{v})} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \mathrm{d}^3 v. \qquad \text{(III.67)}$$

Ecuația (III.66) este întîlnită frecvent sub forma

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla\, n\mathbf{u} = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_c \qquad \text{(III.68)}$$

unde $\mathbf{u}$ are semnificația vitezei de drift din (III.22), iar prin simbolul ∇ vom înțelege gradientul în spațiul coordonatelor, fără a mai face uz de indicele r. Mărimea R reprezintă variația numărului de particule din uuitatea de volum în uuitatea de timp, datorită ciocnirilor. Dacă interacțiile dintre particule nu schimbă numărul lor din unitatea de volum, atunci $R = 0$ (cazul ciocnirilor elastice). Prin urmare, în cazul în care nu există decît ciocniri elastice între particule, ecuația de continuitate este de forma

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\mathbf{u}) = 0. \qquad \text{(III.69)}$$

III.4. ECUAȚIA DE TRANSPORT A IMPULSULUI. MODELUL A DOUĂ FLUIDE IONIZATE. MODELUL UNIFLUID SAU MAGNETOHIDRODINAMIC

Punînd $\mathbf{q}(v) = m\mathbf{v}$ în ecuația macroscopică (III.65), vom obține ecuația de transport a impulsului

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\langle m\mathbf{v}\rangle) + \frac{\partial}{\partial x_i}(n\langle m\mathbf{v}v_i\rangle) - \frac{n}{m}\left\langle F_i \frac{\partial(m\mathbf{v})}{\partial v_i}\right\rangle = \int_{(\mathbf{v})} m\mathbf{v}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \mathrm{d}^3 v. \qquad \text{(III.70)}$$

Luînd, ca și pînă acum, cazul nerelativist ($\partial m/\partial v_i = 0$) și notînd $\langle \mathbf{v}\rangle \equiv \mathbf{u}$, vom obține

$$\frac{\partial}{\partial t}(nm\mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(nm\langle v_i \mathbf{v}\rangle) - n\langle \mathbf{F}\rangle = \int_{(\mathbf{v})} m\mathbf{v}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \mathrm{d}^3 v \qquad \text{(III.71)}$$

unde în termenul al treilea în locul componentelor scalare F_i am preferat să scriem vectorul $\mathbf{F}$.

Presupunînd cazul mai simplu, al ciocnirilor elastice ($R = 0$) și făcînd uz de (III.69), primul termen se va scrie

$$\frac{\partial}{\partial t}(nm\mathbf{u}) = nm\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + m\mathbf{u}\frac{\partial n}{\partial t} = nm\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - m\mathbf{u}(\nabla_r \cdot n\mathbf{u}). \tag{III.72}$$

Al doilea termen se poate scrie sub formă tensorială prin introducerea tensorului $\langle \mathbf{vv} \rangle$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(nm\langle v_i \mathbf{v}\rangle) = \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i}[nm\langle v_i v_x \mathbf{i} + v_i v_y \mathbf{j} + v_i v_z \mathbf{k}\rangle] = \nabla_r nm\langle \mathbf{vv}\rangle. \tag{III.73}$$

Tensorul (vv) poate fi scris sub forma

$$\langle \mathbf{vv}\rangle = \langle (\mathbf{u} + \mathbf{v}_r)(\mathbf{u} + \mathbf{v}_r)\rangle = \mathbf{uu} + \langle \mathbf{v}_r \mathbf{v}_r\rangle, \tag{III.74}$$

deoarece termenul $2\mathbf{u}\langle \mathbf{v}_r\rangle$ este nul, datorită condiției $\langle \mathbf{v}_r\rangle = 0$. Înlocuind (III.74) în (III.73) obținem

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(nm\langle v_i \mathbf{v}\rangle) = \nabla \cdot nm\mathbf{uu} + \nabla \cdot nm\langle \mathbf{v}_r \mathbf{v}_r\rangle. \tag{III.75}$$

Introducînd tensorul presiunii cinetice din (III.49), unde vom ține seama de (III.29), de formula de mediere (III.21) și de (III.23)

$$\widehat{P} = mn\langle \mathbf{v}_r \mathbf{v}_r\rangle = m\int v_r v_r f \, \mathrm{d}^3 v \tag{III.76}$$

cu componentele

$$P_{ij}(\mathbf{r}, t) = m\int_{(v)} v_{ri} v_{rj} f \, \mathrm{d}^3 v \tag{III.77}$$

expresia (III.75) devine

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(nm\langle v_i \mathbf{v}\rangle) = \nabla \cdot nm\mathbf{uu} + \nabla \widehat{P} \tag{III.78}$$

Sau

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(nm\langle v_i \mathbf{v}\rangle = nm\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + m\mathbf{u}\nabla n\mathbf{u} + \nabla \widehat{P} \cdot \tag{III.79}$$

Ținînd seama de (III.72) și (III.79), ecuația (III.71) se scrie

$$nm\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + nm\mathbf{u}\nabla \mathbf{u} + \nabla \widehat{\mathbf{P}} - n\langle \mathbf{F}\rangle = \int_{(v)} m\mathbf{v}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \mathrm{d}^3 v \tag{III.80}$$

Folosind expresia (II.33) putem face ca în (III.80) să apară derivata „dreaptă" a vitezei (derivata Lagrange), care are semnificația de accelerație

$$nm\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} + \nabla P - n\langle \mathbf{F}\rangle = \int_{(v)} m\mathbf{v}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \mathrm{d}^3 v. \tag{III.81}$$

Ecuația de transport a impulsului poate fi deci scrisă ca o ecuație de mișcare a „elementului de fluid" (a masei din unitatea de volum nm), avînd în stînga termenul de accelerație, iar în dreapta termeni de „forță"

$$nm\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = n\langle\mathbf{F}\rangle - \nabla\hat{P} + \mathbf{C} \tag{III.82}$$

în care

$$\mathbf{C} = \int_{(\mathbf{v})} m\mathbf{v}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \mathrm{d}^3v \tag{III.83}$$

reprezintă variația impulsului în unitatea de volum și de timp datorită ciocnirilor, iar $\langle\mathbf{F}\rangle$ forța medie ce acționează asupra unei particule individuale, de masă m. Dacă particulele sînt ionizate, fiecare purtînd sarcina electrică q, atunci asupra lor pot acționa cîmpurile electrice și magnetice prin intermediul forțelor de tipul $q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, astfel că

$$\langle\mathbf{F}\rangle = \langle q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})\rangle = q(\mathbf{E} + \langle\mathbf{v}\rangle \times \mathbf{B}) = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}), \tag{III.84}$$

$\mathbf{u}$ fiind viteza de antrenare a gazului respectiv. Ecuația de mișcare a elementului de masă pentru un gaz ionizat va fi deci

$$nm\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = nq(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla\hat{P} + \mathbf{C}. \tag{III.85}$$

Dacă funcția de distribuție este izotropă în spațiul vitezelor vom avea

$$\langle v_{ri}v_{rj}\rangle = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ \dfrac{1}{3}\langle v_r^2\rangle & (i = j) \end{cases} \tag{III.86}$$

și tensorul $\hat{P}$ se reduce la presiunea cinetică scalară

$$p = \frac{nm\langle v_r^2\rangle}{3} = \frac{2}{3}n\langle E_{cin}\rangle = nkT. \tag{III.87}$$

Termenul de ciocnire $\mathbf{C}$ poate fi ușor explicitat ținînd seama că la fiecare ciocnire particula m pierde impulsul $m\mathbf{u}$. În unitatea de timp o particulă schimbă impulsul $\nu_c m\mathbf{u}$, iar toate particulele din unitatea de volum, impulsul

$$\mathbf{C} = -n\nu_c m\mathbf{u}. \tag{III.88}$$

Cu aceste două precizări, ecuația de transport a impulsului (sau de mișcare a elementului de masă) pentru un gaz ionizat, izotrop va fi

$$nm\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = nq(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla p - \nu_c nm\mathbf{u}. \tag{III.89}$$

Desigur, în cazul unui gaz (fluid) alcătuit din același tip de particule, $\mathbf{C}$ va fi nul, deoarece, datorită conservării impulsului total al ansamblului de particule, ciocnirile dintre particule identice nu conduc la o variație netă a impulsului. Dacă ansamblul este format din gaze (sau „fluide") diferite (electronic, ionic, neutru), în ecuația de mișcare a fiecărui „fluid" va intra termenul de interacție cu celelalte „fluide". Vom lua două cazuri limită.

a) *Modelul a două fluide ionizate.* Se poate aplica în cazul gazelor slab ionizate în care purtătorii de sarcină (electronii și ionii) se ciocnesc, practic, numai cu particulele neutre (predomină ciocnirile electron-neutru și ion-neutru, ciocnirile electron-ion, electron-electron și ion-ion fiind negliajbile). În acest caz, cele două „fluide" ionizate evoluează independent unul de altul, fiecare fiind descris de ecuația de mișcare corespunzătoare, în care termenul de ciocnire este dat de interacțiile fiecărui „fluid" cu gazul de bază, neutru. Aceste două ecuații vor fi

$$n_e m_e \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_e}{\mathrm{d}t} = n_e q_e \mathbf{E} + \mathbf{j}_e \times \mathbf{B} - \nabla p_e - \nu_e n_e m_e \mathbf{u}_e \tag{III.90}$$

$$n_i m_i \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_i}{\mathrm{d}t} = n_i q_i \mathbf{E} + \mathbf{j}_i \times \mathbf{B} - \nabla p_i - \nu_i n_i m_i \mathbf{u}_i$$

Am notat cu q_e, q_i respectiv sarcinile electronului și ionului, iar cu ν_e, ν_i frecvențele de ciocnire ale electronului, respectiv, ionului cu particulele neutre. p_e și p_i sînt presiunile „gazelor" electronic și ionic, iar $\mathbf{j}_e = n_e q_e \mathbf{u}_e$ și $\mathbf{j}_i = n_i q_i \mathbf{u}_i$, densitățile de curent respective.

b) *Modelul unifluid (sau magnetohidrodinamic).* Se aplică în cazul gazelor foarte puternic (teoretic total) ionizate, în care neexistînd, practic, particule neutre, interacțiile sînt numai de tip coulombian, între particulele încărcate. Luînd cazul concentrațiilor nu prea mari (excludem deci din discuție plasmele superdense), vor predomina interacțiile de tip electron-ion și ion-electron, în timp ce interacțiile electron-electron și ion-ion sînt neglijabile. Ecuațiile (III.90) vor deveni

$$\begin{aligned} n_e m_e \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_e}{\mathrm{d}t} &= n_e q_e \mathbf{E} + \mathbf{j}_e \times \mathbf{B} - \nabla p_e - \nu_{ei} n_e m_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) \\ n_i m_i \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_i}{\mathrm{d}t} &= n_i q_i \mathbf{E} + \mathbf{j}_i \times \mathbf{B} - \nabla p_i - \nu_{ie} n_i m_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e). \end{aligned} \tag{III.91}$$

Din motive de conservare a impulsului total, vom avea

$$\nu_{ei} n_e m_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) = -\nu_{ie} n_i m_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \tag{III.92}$$

astfel că cele două ecuații (III.91) sînt cuplate prin intermediul termenilor de ciocnire datorită relației (III.92). Aceasta face ca prin adunarea celor două ecuații (III.91) să obținem o ecuație fără termen de ciocnire explicit

$$n_e m_e \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_e}{\mathrm{d}t} + n_i m_i \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_i}{\mathrm{d}t} = (n_e q_e + n_i q_i)\,\mathbf{E} + (\mathbf{j}_e + \mathbf{j}_i) \times \mathbf{B} - \nabla(p_e + p). \tag{III.93}$$

Luînd $n_e \simeq n_i = n$, $q_e = -q_i$ și introducînd densitatea totală de curent $\mathbf{j} = \mathbf{j}_e + \mathbf{j}_i$, precum și presiunea totală $p = p_e + p_i$ a gazului electrono-ionic respectiv, vom avea

$$n \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (m_e \mathbf{u}_e + m_i \mathbf{u}_i) = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p. \tag{III.94}$$

Notînd cu u viteza fluxului de masă, în conformitate cu (III.24)

$$\mathbf{u} = \frac{n_e m_e \mathbf{u}_e + n_i m_i \mathbf{u}_i}{n_e m_e + n_i m_i} = \frac{m_e \mathbf{u}_e + m_i \mathbf{u}_i}{m_e + m_i} \tag{III.95}$$

ecuația (III.94) devine

$$n(m_e + m_i)\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = j \times \mathbf{B} - \nabla p. \tag{III.96}$$

Introducînd densitatea totală de masă

$$\rho_m = n(m_e + m_i) \tag{III.97}$$

obținem, în final, o ecuație unică pentru fluidul electrono-ionic

$$\rho_m \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{j} \times \mathbf{B} - \nabla p \tag{III.98}$$

care este, de fapt, una din ecuațiile de bază ale magnetohidrodinamicii și anume (II.38), de unde și denumirea de model magnetohidrodinamic. Ecuația macroscopică Boltzmann pentru transportul impulsului în cadrul modelului statistic acționează deci ca o ecuație de mișcare a masei unității de volum(ρ_m) în modelul fluidului continuu (MHD). Subliniem încă odată faptul că gazul total ionizat, considerat în acest paragraf, este suficient de rarefiat încît particulele identice, practic, să nu se „simtă" reciproc. Astfel, orice electron, înainte de a ajunge să interacționeze cu un alt electron, întîlnește, mai probabil, un ion pozitiv. Tabloul general al interacțiilor este alcătuit din „ciocniri" binare electron-ion, efectuate pe regiuni de ordinul sferei Debye, așa cum s-a arătat în §I.6. În acest caz, termenul de ciocnire a putut fi relativ ușor exprimat, obținîndu-se în final ecuația (III.98). În general, însă (și îndeosebi în cazul plasmelor foarte dense), orice particulă electrizată interacționează simultan cu toate particulele (identice cu ea sau nu) aflate mai aproape sau mai departe de ea (interacții colective, coulombiene). Noțiunea de cionire binară își pierde sensul și plasma respectivă este descrisă cu ajutorul formalismului matematic de tip Fokker-Planck, așa cum s-a mai spus. Este deci de reținut că ecuația (III.98) reprezintă o primă aproximație în descrierea macroscopică a unei plasme total ionizate, de joasă presiune.

III.5. LEGEA LUI OHM GENERALIZATĂ

Plecînd de la ecuația (III.89) vom putea stabili o expresie care va arăta că densitatea totală de curent $\mathrm{j} = \mathrm{j}_e + \mathrm{j}_i$ într-o plasmă este determinată nu numai de cîmpurile electrice aplicate din exterior, ci și de alți factori specifici gazului ionizat. Înmulțim (III.89) cu sarcina specifică q/m și admitem că viteza de antrenare u este mică, încît termenul de ordin superior $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} \ll \partial u/\partial t$. În stînga egallității va rămîne derivata parțială (locală) $\partial/\partial t$

$$nq\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{nq^2}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \frac{q}{m}\nabla p_e - \nu_c nq\mathbf{u}. \tag{III.99}$$

Considerăm o plasmă total ionizată și scriem (III.99) pentru electroni și ioni în parte

$$n_e q_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} = \frac{n_e q_e^2}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \frac{q_e}{m_e}\nabla p_e - \nu_{ei} n_e q_e \mathbf{u}_e \qquad \text{(III.100)}$$

$$n_i q_i \frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{n_i q_i^2}{m_i}(\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \frac{q_i}{m_i}\nabla p_i - \nu_{ie} n_i q_i \mathbf{u}_i.$$

Adunăm aceste două ecuații ținînd seama de condiția $m_e \ll m_i$ și de relația evidentă $\nu_{ie} = \nu_{ei}$ (în plasma dată au loc numai ciocniri binare electron-ion)

$$n_e q_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + n_i q_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} \simeq \frac{n_e q_e^2}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \frac{q_e}{m_e}\nabla p_e - \nu_{ei}(n_e q_e \mathbf{u}_e + n_i q_i \mathbf{u}_i). \qquad \text{(III.101)}$$

Folosind expresiile densității de curent $\mathbf{j} = n_e q_e \mathbf{u}_e + n_i q_i \mathbf{u}_i$ și a legii de continuitate $\partial n/\partial t + \nabla(n\mathbf{u}) = 0$ scrisă atît pentru electroni cît și pentru ioni, vom obține

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = n_e q_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + n_i q_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + q_e \mathbf{u}_e \frac{\partial n_e}{\partial t} + q_i \mathbf{u}_i \frac{\partial n_i}{\partial t} \qquad \text{(III.102)}$$

sau

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = n_e q_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + n_i q_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} - q_e \mathbf{u}_e \cdot \nabla(n_e \mathbf{u}_e) - q_i \mathbf{u}_i \cdot \nabla(n_i \mathbf{u}_i). \qquad \text{(III.103)}$$

Neglijînd termenii mici de ordin superior în $\mathbf{u}$, ne va rămîne

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \simeq n_e q_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + n_i q_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t}. \qquad \text{(III.104)}$$

Înlocuim în (III.101) expresia (III.104) și expresia densității de curent

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \simeq \frac{n_e q_e^2}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \frac{q_e}{m_e}\nabla p_e - \nu_{ei}\mathbf{j}. \qquad \text{(III.105)}$$

Putem substitui viteza de antrenare a gazului electronic $\mathbf{u}_e$ printr-o expresie cu mărimi globale (viteza plasmei $\mathbf{u}$ și densitatea totală de curent $\mathbf{j}$). Astfel, folosind condiția $n_i = n_e$ (plasmă), relația (III.24) se va scrie

$$\mathbf{u} = \frac{m_e \mathbf{u}_e + m_i \mathbf{u}_i}{m_e + m_i} \simeq \frac{m_e \mathbf{u}_e + m_i \mathbf{u}_i}{m_i} \qquad \text{(III.106)}$$

sau

$$\mathbf{u} = \frac{m_e}{m_i}\mathbf{u}_e + \mathbf{u}_i. \qquad \text{(III.107)}$$

BCU IAȘI CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

Cu ajutorul relației (III.107) eliminăm pe $\mathbf{u}_i$ din expresia densității de curent unde ne-am limitat la cazul $q_i = -q_e$. Folosind și de data aceasta condiția $m_e/m_i < 1$, vom obține

$$\mathbf{j} \simeq n_e q_e(\mathbf{u}_e - \mathbf{u}). \tag{III.108}$$

De aici deducem expresia vitezei $\mathbf{u}_e$

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{u} + \frac{\mathbf{j}}{n_e q_e} \tag{III.109}$$

pe care o înlocuim în (III.105)

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{n_e q_e^2}{m_e}\mathbf{E} + \frac{n_e q_e^2}{m_e}\left(\mathbf{u} + \frac{\mathbf{j}}{n_e q_e}\right) \times \mathbf{B} - \frac{q_e}{m_e}\nabla p_e - \nu_{ei}\mathbf{j}. \tag{III.110}$$

Scriem această ecuație sub forma

$$\frac{m_e}{n_e q_e^2}\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{1}{n_e q_e}\mathbf{j} \times \mathbf{B} - \frac{1}{n_e q_e}\nabla p_e - \frac{\nu_{ei} m_e}{n_e q_e}\mathbf{j}. \tag{III.111}$$

În această relație toți termenii trebuie să aibă dimensiunile lui E. Ca urmare, coeficientul lui j din ultimul termen va avea semnificația de rezistivitate, adică inversul conductivității σ. Notînd deci

$$\sigma = \frac{n_e q_e}{\nu_{ei} m_e} \tag{III.112}$$

relația (III.111) poate fi scrisă sub forma

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{\sigma}{n_e q_e}\mathbf{j} \times \mathbf{B} - \frac{\sigma}{n_e q_e}\nabla p_e - \frac{1}{\nu_{ei}}\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \tag{III.113}$$

care este o formă generalizată a legii lui Ohm, valabilă, desigur, în aproximațiile făcute mai sus. Apariția termenilor suplimentari față de legea lui Ohm obișnuită, $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$ arată că în plasmă curentul electric poate fi produs nu numai de cîmpuri electrice, ci și de gradienți ai presiunii electronice care pot apărea în diferite zone, de forțe ponderomotoare $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ ce acționează asupra electronilor, precum și de efecte nestaționare ($\partial j/\partial t \neq 0$).

Se poate vedea imediat (printr-un bilanț dimensional) că $\sigma/n_e q_e$ are semnificația unei mobilități ($m^2/V \cdot s$). Notînd deci

$$\mu_e = \frac{\sigma}{n_e q_e} \tag{III.114}$$

legea lui Ohm generalizată se poate scrie

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \mu_e(\mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p_e) - \frac{1}{\nu_{ei}}\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \tag{III.115}$$

formă care exprimă mai concis faptul că densitatea curentului total din plasmă este formată de procese de conducție, de mobilitate și de fenomene de nestaționaritate. În general, deci, nu există o legătură biunivocă între j și cîmpurile

aplicate; pentru $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, σ date, densitatea curentului poate avea diferite valori. Pentru plasme staționare ($\partial/\partial t = 0$), relația (III.115) va deveni

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u}\times\mathbf{B}) + \mu_e(\mathbf{j}\times\mathbf{B} - \nabla p_e). \qquad \text{(III.116)}$$

În cazul mai particular în care viteza de mișcare $\mathbf{u}$ nu este prea mare (la limită $\mathbf{u} = 0$, plasma în repaus), încît se justifică aproximația $\mathbf{u}\nabla \simeq 0$ (vezi relația II.33), atunci, cum am mai văzut, derivata Lagrange $d/dt \simeq 0$ și (II.98) ne va da

$$\nabla p_e = \mathbf{j}\times\mathbf{B}. \qquad \text{(III.117)}$$

În acest caz, legea lui Ohm (III.116) va capăta forma simplă

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u}\times\mathbf{B}). \qquad \text{(III.118)}$$

Notînd cu $\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \mathbf{u}\times\mathbf{B}$ intensitatea cîmpului electric în sistemul de referință „mobil" (care se deplasează o dată cu plasma), legea lui Ohm în acest sistem se va scrie

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}^*, \qquad \text{(III.119)}$$

expresie întîlnită cu ocazia discuției asupra ecuațiilor de bază MHD (II.32).

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

IV

MIŞCAREA PARTICULELOR INDIVIDUALE ÎN PLASMA „FĂRĂ CIOCNIRI". MODELUL UNIPARTICULĂ

IV.1. PLASMA CA SISTEM DE PARTICULE INDEPENDENTE

În modelul statistic descris anterior, deşi aveam în vedere fenomene microscopice, acestea erau descrise cantitativ prin funcţii de distribuţie mediate corespunzător pe un număr mare de cazuri. În acel model nu urmăream mişcările fiecărei particule, ci comportarea macroscopică a ansamblului, că o medie a microproceselor de la scara particulelor individuale. O metodă complementară constă în analiza individuală a mişcării particulelor. Această metodă este utilă îndeseobi atunci cînd plasma poate fi considerată ca un sistem de particule independente, adică un sistem în care fiecare particulă, interacţionînd cu diverse forţe exterioare, nu „simte" prezenţa particulelor vecine în cursul acestor interacţii. În plus, se admite că şi eventualul efect al acţiunii plasmei asupra cîmpurilor de forţe exteioare este neglijabil (în caz contrar ar trebui rezolvată o problemă de cîmp selfconsistent: la început sînt luate în considerare mişcările particulelor în cîmpuri date, apoi se caută cîmpurile produse de distribuţia de particule, pînă cînd distribuţia cîmpului corespunde cît mai exact cu distribuţia sarcinilor electrice). Un astfel de *studiu a comportării particulelor individuale* din plasmă constituie *modelul uniparticulă*. Desigur, acest model nu poate fi aplicat oricînd, ca o simplă alternativă a modelului MHD sau a celui statistic. Folosirea lui cere absenţa interdependenţei dintre particulele plasmei, adică invalidarea condiţiei (I.80), cînd, de fapt, nici nu mai avem de-a face cu o plasmă, ci cu o colecţie de particule individuale, independente una de alta, în care frecvenţa de ciocnire este neglijabilă. Ca exemple se pot da jeturile slabe de particule furnizate de felurite surse de ioni şi electroni (tunuri electronice), fasciculele din acceleratoarele de particule, razele catodice, centurile de radiaţie Van Allen, radiaţia cosmică etc. În aceste cazuri, rezultatele obţinute pentru o singură particulă pot fi considerate valabile pentru toate şi deci pentru întreg ansamblul de particule. Pentru a

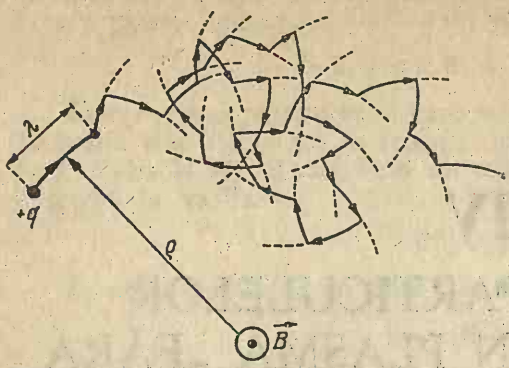


Fig. IV.1. Traiectoria unei particule individuale, de sarcină q, dintr-o plasmă densă aflată în cîmpuri magnetice slabe ($\lambda \ll \rho$.)

înțelege mai ușor limitele în care acest model poate fi folosit, vom aminti două cazuri interesante.

a) *Plasmă densă, în cîmpuri magnetice slabe.* Vom spune că avem de-a face cu un astfel de caz, dacă este satisfăcută inegalitatea

$$\frac{\lambda}{\rho} \ll 1 \qquad \text{(IV.1)}$$

unde λ este drumul mediu liber al unei particule încărcate din plasmă, iar ρ raza de curbură a traiectoriei respectivei particule în cîmpul magnetic ce acționează asupra plasmei (raza de girație sau raza Larmor). Cîmpul magnetic fiind slab (ρ mare), lungimea unei circumferințe Larmor va fi, în acest caz, mult mai mare decît drumul liber de ciocnire; orbitele Larmor vor fi „întrerupte" ca urmare a ciocnirilor. Traiectoria unei particule va avea aspectul din fig. IV.1, unde liniile punctate ar reprezenta „continuarea" orbitelor dacă nu s-ar fi petrecut ciocnirea. Cum arată intuitiv figura, cîmpul magnetic nu afectează practic haoticitatea mișcării particulelor, care poate rămîne, de exemplu, maxwelliană. În general, în aceste cazuri ($\lambda \ll \rho$) cîmpul magnetic nu influențează apreciabil fenomenele din plasmă și modelul uniparticulă nu poate fi folosit pentru deduceri cantitative.

b) *Plasmă rarefiată în cîmpuri magnetice intense.* În acest caz

$$\lambda/\rho \gg 1. \qquad \text{(IV.2)}$$

De data aceasta, particula are posibilitatea să execute, între două ciocniri succesive, un număr mare de rotații Larmor complete, cum este schițat calitativ în fig. IV.2, unde λ este lungimea totală a spirelor Larmor efectuate de la ciocnire la alta. Cîmpul magnetic influențează acum apreciabil o serie de fenomene din plasmă. El distruge, de exemplu, în mare măsură haoticitatea mișcărilor obligînd prticulele încărcate să „gireze" de-a lungul liniilor de forță. O primă consecință importantă a acestui fapt este limitarea severă a deplasării particulelor încărcate în direcțiile perpendiculare pe B, deci difuzia lor în aceste direcții.

Avînd posibilitatea să urmărim evoluția practic nestînjenită a particulei în cîmpul magnetic exterior, între două ciocniri, putem folosi în acest caz modelul uniparticulă pentru o serie de deduceri utile. Este interesant de re-

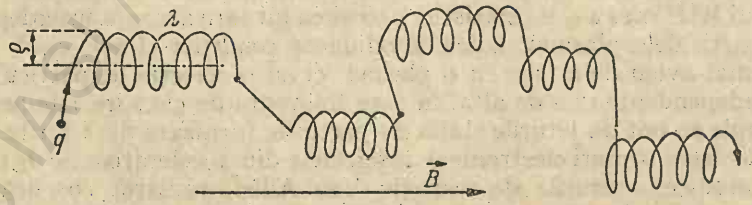


Fig. IV.2. Traiectoria unei particule încărcate într-o plasmă rarefiată supusă unor cîmpuri magnetice intense ($\rho \ll \lambda$).

marcat faptul că la temperaturile corespunzătoare fuziunii termonucleare (de ordinul 10^8 K) și la cîmpurile folosite în instalațiile de fuziune, condiția $\lambda \gg \rho$ este totdeauna îndeplinită. De exemplu, pentru o plasmă termonucleară de concentrație $n = 10^{14}$ cm^{-3} și $T = 10^8$ K, supusă unui cîmp magnetic de inducție $B = 10^4$ Gs, raportul λ/ρ este $3 \cdot 10^7$ pentru electroni și $5 \cdot 10^5$ pentru ioni (deuteroni). În multe cazuri de interes practic intensitatea cîmpului magnetic variază foarte puțin pe o distanță de ordinul distanței dintre două ciocniri succesive și, în general, ρ poate fi mică în comparație cu distanțele pe care are loc o variație sensibilă a lui B. În aceste cazuri cîmpul magnetic poate fi considerat constant pe intervalele spațiale respective și calculele se simplifică apreciabil.

Așadar, problema mișcării sarcinilor din plasmă în modelul uniparticulă se reduce la rezolvarea unor ecuații de tipul

$$\frac{\mathrm{d}(m\mathbf{v})}{\mathrm{d}t} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{IV.3}$$

unde m și v sînt masa și viteza particulei, iar q sarcina electrică a ei. În general, $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathrm{r}, t)$ și $\mathbf{B} = \mathbf{B}(r, t)$. Pentru a evidenția componentele celor trei vectori din (IV.3), vom scrie

$$\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}t} = \frac{q}{m}(\mathrm{i}E_x + \mathrm{j}E_y + \mathrm{k}E_z) + \frac{q}{m}\begin{vmatrix} \mathrm{i} & \mathrm{j} & \mathrm{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \tag{IV.4}$$

unde am luat cazul nerelativist $\mathrm{d}(m\mathrm{v})\,\mathrm{d}t = m\,\mathrm{dv}/\mathrm{d}t$. Înainte de a trece la analiza cîtorva cazuri particulare, vom aminti că în cazul cîmpului magnetic staționar ($\mathrm{dB}/\mathrm{d}t = 0$), sau eventual cvasistanționar, particula q nu poate cîștiga energie decît de la cîmpul electric. Să înmulțim scalar cu v forța $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q(\mathrm{v} \times \mathbf{B})$ ce acționează asupra particulei q

$$\mathbf{F}\mathrm{v} = q\mathbf{E} \cdot \mathrm{v} + q\mathrm{v} \cdot (\mathrm{v} \times \mathbf{B}). \tag{IV.5}$$

Produsul mixt cu doi termeni identici fiind nul, puterea momentană $P = \mathbf{F} \cdot \mathrm{v}$ este dată numai de cîmpul electric. Particula de sarcină q ce se deplasează în cîmpuri magnetice staționare nu cîștigă deci energie de la aceste cîmpuri.

IV.2. MIȘCAREA PARTICULELOR ÎNCĂRCATE ELECTRIC ÎN CÎMP ELECTRIC STATIC ȘI OMOGEN

Vom considera particula de masă m și sarcină q într-un cîmp electric $\mathbf{E} = \text{const.} = \mathbf{E}_0$, în absența cîmpului magnetic ($\mathbf{B} = 0$). Vom scrie ecuația de mișcare a particulei sub forma

$$m\ddot{\mathrm{r}} = q\mathbf{E}_0 \tag{IV.6}$$

unde $\mathrm{r} = \mathrm{r}(t)$ este vectorul de poziție al particulei. Dacă la momentul inițial ($t = 0$) viteza particulei este v_0, iar raza vectoare r_0 soluția acetei ecuații va fi

$$\mathrm{r}(t) = \mathrm{r}_0 + \mathrm{v}_0 t + \frac{1}{2}\frac{q}{m}\mathbf{E}_0 t^2. \tag{IV.7}$$

Mișcarea este deci uniform variată cu accelerația

$$a \equiv \ddot{r} = \frac{q}{m} E_0. \tag{IV.8}$$

Termenii variabili cu timpul din (IV.7) fiind vectori coliniari cu v_0 și respectiv cu E_0, traiectoria particulei va fi plană: vîrful vectorului $r(t)$ se va afla permanent în planul (v_0, E_0).

IV.3. MIȘCAREA PARTICULELOR ÎNCĂRCATE ÎN CÎMP ELECTRIC ALTERNATIV

Vom considera și în acest caz $B = 0$, iar cîmpul electric variabil în timp și anume, periodic, de forma

$$E = E_0 \sin(\omega t - \varphi_0). \tag{IV.9}$$

Ecuația de mișcare (IV.3) nerealtivistă va fi

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} E_0 \sin(\omega t - \varphi_0). \tag{IV.10}$$

Integrînd de la $t = 0$ la t între limitele v_0 și $v(t)$, obținem

$$v(t) - v_0 = -\frac{q}{m}\frac{E_0}{\omega}[\cos(\omega t - \varphi_0) - \cos\omega\varphi_0]. \tag{IV.11}$$

Expresia vitezei va fi deci de forma

$$v(t) = v_0 + \frac{q}{m\omega} E_0 \cos\varphi_0 - \frac{q}{m\omega} E_0 \cos(\omega t - \varphi_0). \tag{IV.12}$$

Integrînd ecuația vitezei $v(t) = dr/dt$, vom obține ecuația de mișcare

$$r = r_0 + \left(v_0 + \frac{q}{m\omega} E_0 \cos\varphi_0\right)t - \frac{q}{m\omega^2} E_0 \sin(\omega t - \varphi_0) - \frac{q}{m\omega^2} E_0 \sin\varphi_0. \tag{IV.13}$$

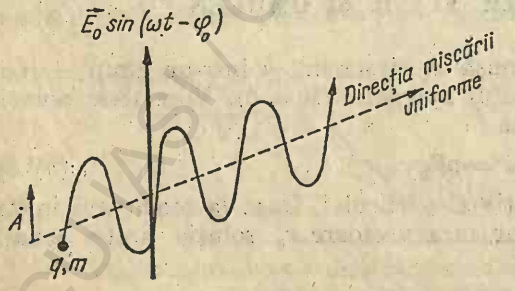


Fig. IV.3. Particulă de masă m și sarcina q în cîmp electric alternativ.

Particula va avea deci o mișcare oscilatorie, suprapusă peste o mișcare uniformă de viteză $v_0 + (q/m\omega) E_0 \cos\varphi_0$ (fig. IV.3). Amplitudinea mișcării oscilatorii este

$$A = \frac{q}{m\omega} E_0 \tag{IV.14}$$

iar direcția mișcării uniforme este dată de vectorii v_0 și E_0 precum și de faza inițială φ_0.

Pentru ca particula să poată efectua cît mai multe oscilații

între două ciocniri succesive, drumul mediu liber de ciocnire λ trebuie să fie destul de mare în comparație cu amplitudinea A a mișcării oscilatorii ($\lambda \gg A$). Trebuie deci satisfăcută condiția

$$\lambda \gg \frac{qE_0}{m\omega^2}. \tag{IV.15}$$

Evident, dacă (IV.15) este îndeplinită, atunci particula are posibilitatea ca, între două ciocniri consecutive, să se și deplaseze în direcția mișcării uniforme pe o distanță mai mare decît o amplitudine. Această condiție (IV.15) impune, în fond, valabilitatea modelului uniparticulă cînd ansamblul de particule încărcate este supus acțiunii unui cîmp electric alternativ (în IV.1 am discutat valabilitatea metodei în cîmp magnetic). O astfel de situație poate avea loc în plasma unor descărcări în gaze, de joasă presiune, aflată în cîmpuri electrice de înaltă frecvență. Un electron, de exemplu, execută multe oscilații cu frecvența $\omega/2\pi$ înainte de o nouă ciocnire ($\omega/2\pi \gg \nu_c$, unde ν_c este frecvența de ciocnire a electronului cu particulele plasmei), dacă e valabilă inegalitatea (IV.15).

IV.4. MIȘCAREA PARTICULELOR ÎNCĂRCATE ÎN CÎMP MAGNETIC STATIC ȘI OMOGEN

Vom analiza mișcarea particulei de masă m și sarcină q într-un cîmp magnetic $\mathbf{B} = \text{const.} = \mathbf{B}_0$, în absența cîmpurilor electrice exterioare ($\mathbf{E} = 0$). Studiem mișcarea într-un sistem de coordonate cartezian cu axa z de-a lungul lui $\mathbf{B}_0$. Ecuația vectorială a mișcării (IV.4) va fi în acest caz

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m}\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} \tag{IV.16}$$

unde $B_z = B_0$. Scriind această ecuație după componente, vom obține trei ecuații scalare

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{qB_z}{m} v_y \tag{IV.17}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{qB_z}{m} v_x \tag{IV.18}$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0. \tag{IV.19}$$

Ultima ecuație ne arată că în direcția paralelă cu $\mathbf{B}_0$ particula are o mișcare rectilinie și uniformă. Dacă notăm cu $v_{||}$ componenta paralelă cu $\mathbf{B}_0$ a vitezei particulei ($v_z \equiv v_{||}$), ecuația (IV.19) ne va da

$$v_{||} = \text{const} = v_{0||}, \tag{IV.20}$$

unde $v_{0||}$ este componenta după $\mathbf{B}_0$ a vitezei la intrarea ei în zona cîmpului magnetic.

Primele două ecuații, (IV.17), (IV.18), descriu o mișcare în planul xOy, normal pe $\mathbf{B}_0$, cu o viteză ale cărei componente pe axe sînt v_x și v_y.

Este comod să introducem mărimea complexă

$$v_\perp = v_x + iv_y \tag{IV.21}$$

unde $v_\perp$ este modulul componentei vitezei în planul xy, perpendicular pe $\mathbf{B}_0$, iar $i = \sqrt{-1}$. Derivînd (IV.21) față de timp obținem

$$\frac{dv_\perp}{dt} = \frac{dv_x}{dt} + i\frac{dv_y}{dt}. \tag{IV.22}$$

Folosind ecuațiile (IV.17), (IV.18) în (IV.22) vom avea

$$\frac{dv_\perp}{dt} = \frac{qB_z}{m} v_y - i\frac{qB_z}{m} v_x. \tag{IV.23}$$

Pentru a formula mai ușor soluția acestei ecuații, să urmărim mai întîi cîteva transformări simple

$$\frac{dv_\perp}{dt} = -\frac{qB_z}{m}(iv_x - v_y). \tag{IV.24}$$

Dăm factor comun pe i

$$\frac{dv_\perp}{dt} = -i\frac{qB_z}{m}(v_x + iv_y). \tag{IV.25}$$

Ținînd seama de relația (IV.21) vom avea

$$\frac{dv_\perp}{dt} = -i\frac{qB_z}{m} v_\perp \tag{IV.26}$$

sau

$$\frac{dv_\perp}{v_\perp} = -i\frac{qB_z}{m}\,dt. \tag{IV.27}$$

Soluția ecuației (IV.27) este

$$v_\perp = v_{0\perp}\, e^{i\omega_b t} \tag{IV.28}$$

unde

$$\omega_b = \frac{qB_z}{m} \equiv \frac{qB_0}{m} \tag{IV.29}$$

iar $v_{0\perp}$ este valoarea componentei perpendiculare pe $\mathbf{B}_0$ a vitezei inițiale, la $t = 0$. Expresia (IV.28) reprezintă o mișcare de rotație a vectorului $v_\perp$ în planul perpendicular pe $\mathbf{B}_0$. Inducția $\mathbf{B}_0$ fiind constantă, mișcarea va fi circulară uniformă (ω_b = const.). Frecvența de rotație ω_b poartă numele de *frecvență Larmor, frecvență de giratie* sau *frecvență ciclotronică*. Ultima denumire provine din faptul că expresia ei este identică cu frecvența de rotație a particulelor încărcate în acceleratoarele ciclice de tipul ciclotronului.

Aşadar, mişcarea particulelor încărcate într-un cîmp magnetic staţionar ($dB/dt = 0$) şi omogen este o mişcare compusă dintr-o deplasare uniformă de-a lungul cîmpului şi o mişcare ciclotronică perpendiculară pe cîmp. Dacă ρ este raza de giraţie, atunci, evident

$$v_\perp = \omega_b \rho. \qquad \text{(IV.30)}$$

Cum particula nu cîştigă energie de la cîmpul magnetic staţionar, urmează că $|v| = \text{const}$. Cum am văzut, componenta $|v_\parallel| = \text{const}$. Urmează că şi componenta $v|_\perp| = \text{const}$. Cum $\omega_b = \text{const}$. urmează $\rho = \text{const}$, proiecţia mişcării particulei pe un plan perpendicular pe B_0 va fi deci un cerc de rază ρ (fig. IV.4). Expresia razei de giraţie va fi

$$\rho = \frac{mv_\perp}{qB_0}. \qquad \text{(IV.31)}$$

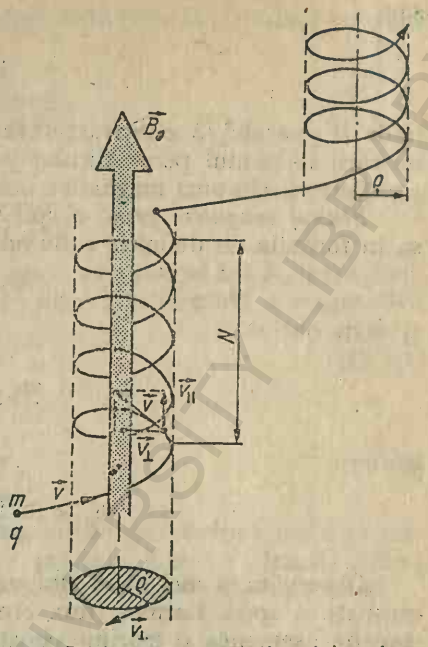


Fig. IV.4. Mişcarea particulei în cîmp magnetic static şi omogen.

Inducţia B_0 fiind constantă, razele de giraţie ale particulelor de masă m şi sarcină q depind liniar de $v_\perp$. Dacă, de exemplu, particulele execută mişcări haotice (termice) în planul normal pe B_0, atunci razele ciclotronice vor fi distribuite după viteze, în conformitate cu distribuţia Maxwell.

Vom da în continuare şi alte expresii ce caracterizează precesia Larmor.

Perioada unei rotaţii Larmor. Notînd cu ν_b frecvenţa de rotaţie Larmor ($\nu_b = \omega_b/2\pi$), perioada precesiei Larmor $T_b = 1/\nu_b$ va fi

$$T_b = \frac{2\pi m}{qB_0}. \qquad \text{(IV.32)}$$

Intensitatea i_b a curentului electric „purtat" de sarcina q pe orbita sa în cîmpul magnetic B_0. Pornind de la definiţia evidentă

$$i_b = \nu q \qquad \text{(IV.33)}$$

vom avea

$$i_b = \frac{q^2}{2\pi m} B_0. \qquad \text{(IV.34)}$$

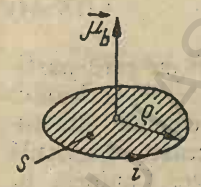


Fig. IV.5. Momentul magnetic al spirei Larmor.

Momentul magnetic al unei spire Larmor (al „diamagnetului elementar" sau al „inelului diamagnetic"). Vom face apel la expresia pentru „foiţa magnetică a lui Ampère" (fig. IV.5)

$$\mu_b = Si_b \qquad \text{(IV.35)}$$

deci

$$\mu_b = \pi\rho^2 i_b = \frac{mv_\perp^2}{2B_0} \qquad \text{(IV.36)}$$

sau

$$\mu_b = \frac{W_\perp}{B_0} \tag{IV.37}$$

unde $W_\perp = mv_\perp^2/2$ este fracțiunea din energia cinetică a particulei ce revine mișcării în planul perpendicular pe cîmpul magnetic. Cum se vede, μ_b este constant în cîmpuri magnetice constante.

Fluxul magnetic printr-o spiră Larmor. Vom înlocui pe ρ prin expresia sa în formula de definiție a fluxului

$$\Phi_b = \pi \rho^2 B_0 \tag{IV.38}$$

și vom obține

$$\Phi_b = \frac{\pi m^2 v_\perp^2}{q^2 B_0} \tag{IV.39}$$

sau

$$\Phi_b = \frac{2\pi m}{q^2} \frac{W_\perp}{B_0} = \frac{2\pi m}{q^2} \mu_b. \tag{IV.40}$$

Observăm și aici că în cîmpuri magnetice constante, fluxul magnetic ce străbate o spiră Larmor (flux creat de curentul echivalent al particulei q) este de asemenea o mărime constantă.

Durata medie între două ciocniri succesive. Dacă v este viteza particulei pe traiectorie, iar λ drumul mediu liber egal cu lungimea celor N spire dintre două ciocniri (în medie), atunci timpul mediu scurs între două ciocniri succesive va fi (fig. IV.6)

$$\tau_c = \frac{\lambda}{v}. \tag{IV.41}$$

Evident, el mai poate fi scris și ca un multiplu N al perioadei Larmor T

$$\tau_c = NT_b. \tag{IV.42}$$

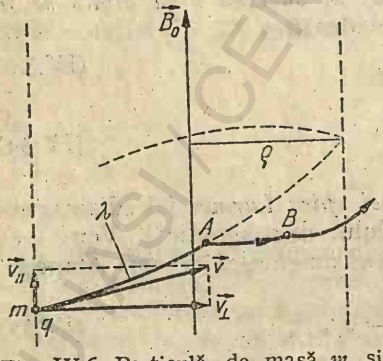


Fig. IV.6. Particulă de masă m și sarcină q în plasma cu ciocniri dese, aflată în cîmp magnetic constant B_0. În A și B au loc ciocniri.

Frecvența de ciocnire $1/\tau_c$ va fi în acest caz

$$\nu_c = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{NT_b} = \frac{\nu_b}{N}. \tag{IV.43}$$

Înlocuind expresia perioadei Larmor (IV.32) în (IV.43), îl putem exprima pe N

$$N = \frac{qB}{2\pi m} \frac{\lambda}{v}. \tag{IV.44}$$

Cunoscînd deci viteza v cu care particula intră în cîmpul magnetic B_0 și drumul mediu liber λ al ei putem calcula cîte rotații Larmor N execută această particulă între două ciocniri succesive. Conform figurii IV.4, N este numărul de „pași" ai spiralei dintre două ciocniri.

În cazul în care ciocnirile sînt foarte frecvente (fig. IV.6) adică în cazul $\rho \gg \lambda$, va trebui să scriem

$$\tau_c = \frac{\lambda}{v} \frac{\lambda}{\sqrt{v_\perp^2 + v_\parallel^2}} \tag{IV.45}$$

sau

$$\tau_c = \frac{\lambda}{\sqrt{(\omega_b \rho)^2 + v_\parallel^2}}. \tag{IV.46}$$

Uneori, cînd particula înaintează foarte lent de-a lungul lui B_0 între două ciocniri succesive, putem neglija $v_\parallel^2$, ceea ce duce la o formulă aproximativă

$$\tau_c \simeq \frac{\lambda}{\omega_b \rho} \tag{IV.47}$$

sau

$$\tau_c \simeq \frac{\lambda}{2\pi\rho} T_b. \tag{IV.48}$$

Aşadar, în cazul ciocnirilor dese, durata medie dintre două ciocniri succesive este o fracţiune $\lambda/2\pi\rho$ din perioada precesiei Larmor (fracţia $\lambda/2\pi\rho$ este, evident, subunitară în ipoteza noastră). Frecvenţa de ciocnire va fi

$$\nu_c = \frac{2\pi\rho}{\lambda} \nu_b \tag{IV.49}$$

adică un multiplu $2\pi\rho/\lambda$ al frecvenţei de repetiţie a spirelor Larmor.

IV.5. DRIFTUL PARTICULELOR ÎN CÎMPURI MAGNETICE

Cum am văzut, mişcarea unei particule încărcate într-un cîmp magnetic constant în timp şi omogen în spaţiu este formată din două mişcări: una uniformă de-a lungul cîmpului şi una de rotaţie în planul transversal. Dacă vor acţiona însă cîmpuri magnetice neuniforme sau dacă vor fi prezente şi alte tipuri de forţe, nu se va mai obţine o astfel de mişcare. Mai jos vom analiza cazul în care asupra particulei de masă m şi sarcină q acţionează simultan un cîmp magnetic constant şi omogen, de inducţie $\mathbf{B}_0$ şi o forţă nemagnetică $\mathbf{F}$. Ecuaţia de mişcare a particulei va fi

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0). \tag{IV.50}$$

Pentru a uşura analiza, vom considera proiecţiile mişcării particulei de-a lungul cîmpului şi în planul perpendicular pe cîmp. Ecuaţiile care vor descrie aceste două mişcări componente vor fi

$$m \frac{d\mathbf{v}_\parallel}{dt} = \mathbf{F}_\parallel + q(\mathbf{v}_\parallel \times \mathbf{B}_0) \tag{IV.51}$$

$$m \frac{d\mathbf{v}_\perp}{dt} = \mathbf{F}_\perp + q(\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_0) \tag{IV.52}$$

unde indicii $\parallel$ și $\perp$ semnifică proiecțiile după direcția paralelă cu $\mathbf{B}_0$ și, respectiv, în planul perpendicular pe $\mathbf{B}_0$.

Deoarece $\mathbf{v}_\parallel \times \mathbf{B}_0 = 0$, soluția ecuației (IV.51) va fi, evident,

$$\mathbf{v}_\parallel = \frac{\mathbf{F}_\parallel}{m} t + \mathbf{v}_{0\parallel} \tag{IV.53}$$

unde $\mathbf{v}_{0\parallel}$ este componenta paralelă cu $\mathbf{B}_0$ a vitezei, la $t = 0$. În direcția cîmpului va exista deci o mișcare uniform variată dacă $\mathbf{F}_\parallel = \text{const.}$, cu accelerația $\mathbf{a}_\parallel = \mathbf{F}_\parallel / m$, care nu va fi influențată de valoarea cîmpului magnetic $\mathbf{B}_0$.

Pentru studiul mișcării în planul perpendicular pe $\mathbf{B}_0$, dată de forțele $\mathbf{F}_\perp$ și $q(\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}_0)$, nu va fi afectată generalitatea dacă vom lua axa Oz de-a lungul lui $\mathbf{B}_0$. În acest caz vom avea $\mathbf{B}_0(0, 0, B_0)$, $\mathbf{v}_\perp(v_x, v_y, 0)$, $\mathbf{F}_\perp(F_x, F_y, 0)$ iar ecuația de mișcare va putea fi scrisă sub forma

$$m \frac{d\mathbf{v}_\perp}{dt} = \mathbf{F}_\perp + q \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix}. \tag{IV.54}$$

După componente, vom avea ecuațiile

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{F_x}{m} + \frac{qB_0}{m} v_y \tag{IV.55}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{F_y}{m} - \frac{qB_0}{m} v_x. \tag{IV.56}$$

În figura IV.7 se pot urmări direct semnificațiile notațiilor folosite în aceste relații.

Ca și în § IV.4, vom scrie modulele vectorilor $\mathbf{F}_\perp$ și $\mathbf{v}_\perp$ sub formă complexă în planul xOy.

$$F_\perp = F_x + iF_y \tag{IV.57}$$

$$v_\perp = v_x + iv_y. \tag{IV.58}$$

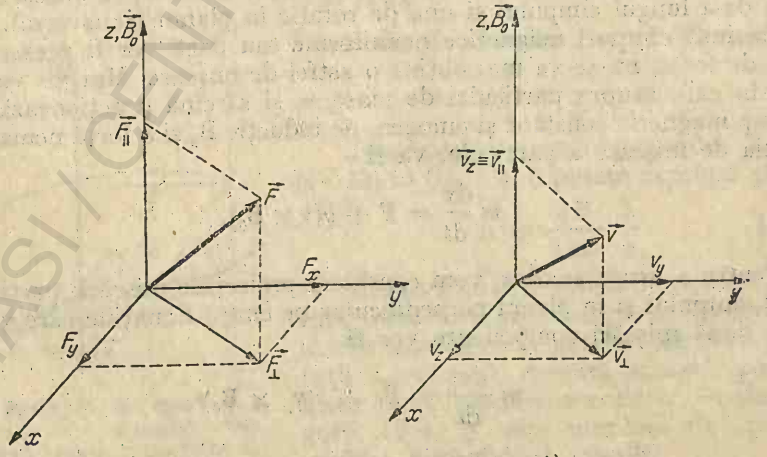


Fig. IV.7. Semnificația componentelor forței (a) și vitezei (b).

Derivînd față de timp relația vitezei, vom obține

$$\frac{dv_\perp}{dt} = \frac{dv_x}{dt} + i\frac{dv_y}{dt} \tag{IV.59}$$

Înlocuind în această relație expresiile (IV.55) și (IV.56) și grupînd termenii de forță și termenii de viteză, vom avea

$$\frac{dv_\perp}{dt} = \frac{F_x + iF_y}{m} - i\frac{qB_0}{m}(v_x + iv_y). \tag{IV.60}$$

Folosind (IV.57) și (IV.58) obținem imediat

$$\frac{dv_\perp}{dt} = \frac{F_\perp}{m} - i\frac{qB_0}{m}v_\perp. \tag{IV.61}$$

Soluția generală a acestei ecuații neomogene, de ordinul întîi în $v_\perp$, va fi de forma

$$v_\perp = v_{0m} + v_d \tag{IV.62}$$

unde v_{0m} este soluția ecuației omogene

$$v_{0m} = \text{const.}\ e^{-i\omega_L t} \tag{IV.63}$$

care reprezintă rotația ciclotronică, de pulsație $\omega_L = qB_0/m$ (pulsația Larmor), iar v_d — o soluție particulară a ecuației neomogene. Pentru aceasta din urmă vom lua cazul (particular) $v_\perp = \text{const.}$, caz în care (IV.60) ne va da

$$F_x + qB_0v_y + i(F_y - qB_0v_x) = 0 \tag{IV.64}$$

de unde

$$v_x = \frac{F_y}{qB_0} \equiv \frac{F_yB_0}{qB_0^2} \tag{IV.65}$$

$$v_y = -\frac{F_x}{qB_0} \equiv -\frac{F_xB_0}{qB_0^2}. \tag{IV.66}$$

Observînd că F_yB_0 și F_xB_0 reprezintă componente ale produsului vectorial între $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z)$ și $\mathbf{B}_0(0, 0, B_0)$, adică

$$\mathbf{F} \times \mathbf{B}_0 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ F_x & F_y & F_z \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = \mathbf{i}F_yB_0 - \mathbf{j}F_xB_0 \tag{IV.67}$$

devine evident faptul că v_x și v_y din (IV.65) și (IV.66) reprezintă componente ale vectorului

$$v_d = \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{B}_0}{qB_0^2} \tag{IV.68}$$

care poartă numele de *viteză de derivă* sau *viteză de drift*, perpendiculară pe vectorii $\mathbf{F}$ și $\mathbf{B}_0$. Forța $\mathbf{F}$ determină deci o mișcare de drift (de derivă) în direcția perpendiculară pe $\mathbf{F}$ și $\mathbf{B}_0$, cu o viteză constantă v_d, independentă de masa particulei, dar dependentă de valoarea și semnul sarcinii q.

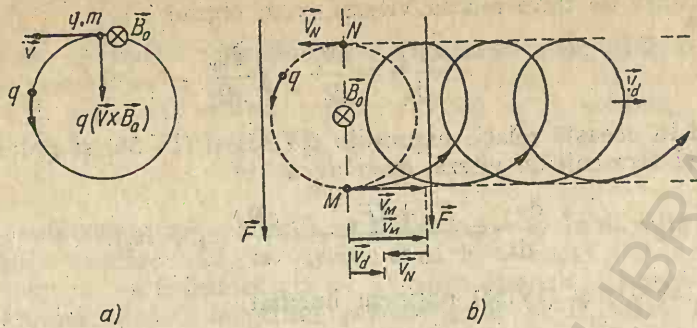


Fig. IV.8. Mișcarea particulei în cîmp magnetic: (a) în absența și (b) în prezența unei forțe nemagnetice F.

În concluzie, mișcarea particulei de sarcină q în cîmpul unei forțe **F**, nemagnetică și a unui cîmp magnetic de inducție $\mathbf{B}_0$, constant în timp și omogen în spațiu, constă din trei mișcări simultane: o mișcare uniform variată, de-a lungul lui $\mathbf{B}_0$, o mișcare circulară în jurul centrului de giratie momentan și o mișcare de drift, perpendiculară pe **F** și $\mathbf{B}_0$.

Putem avea o imagine intuitivă simplă a fenomenului, considerînd un cîmp de forțe **F**, ponderomotrice (care acționează asupra masei particulei) perpendiculare pe $\mathbf{B}_0$ (fig. IV.8). Pe jumătatea din stînga traiectoriei, forța F va accelera particula, iar pe cea din dreapta, o va frîna. Ca urmare, viteza ei în M va fi mai mare decît în N; va apare o deplasare normală pe **F** și $\mathbf{B}_0$ și anume, de la stînga spre dreapta, cu viteza $v_d = v_M - v_N$. Traiectoria nu va mai fi deci circulară, ci o cicloidă. În acest caz particular ($\mathbf{F} \perp \mathbf{B}_0$), viteza de drift (IV.68) va fi, în modul,

$$|v_d| = \frac{F}{qB_0}. \tag{IV.69}$$

Din figura IV.8 se poate ușor vedea că o sarcină de semn contrar $(-q)$ se va deplasa în sens invers (spre stînga), ceea ce indică și expresia (IV.68).

Curenții de drift. Deplasarea particulelor de sarcină q cu viteza v_d va duce la apariția unui curent de drift cu densitatea

$$j_d = qnv_d \tag{IV.70}$$

unde n este concentrația particulelor de sarcină q. Evident, sensul curenților de drift depinde de semnul sarcinii q. Astfel, de exemplu, pentru ionii pozitivi de sarcină $z|e|$ și concentrație n_i, densitatea curentului de drift este

$$j_{di} = n_i \frac{\mathbf{F}_i \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} \tag{IV.71}$$

iar pentru electroni

$$j_{de} = -n_e \frac{\mathbf{F}_e \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} \tag{IV.72}$$

unde $\mathbf{F}_i$ și $\mathbf{F}_e$ sînt forțele (de tip gravitațional, de exemplu) ce acționează asupra ionului și, respectiv, electronului. Așadar, o plasmă, aflată în $\mathbf{B}_0$ și **F**

reciproc perpendiculare, va fi separată în curenți de drift de sensuri opuse unul altuia. Densitatea curentului rezultant va fi

$$\mathbf{j} = \frac{n}{B_0^2}(\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_e) \times \mathbf{B}_0, \tag{IV.73}$$

unde $n = n_e \simeq n_i$, ca de obicei în plasmă, dacă ionii sînt simpli.

IV.6. DRIFTUL ELECTRIC

Vom analiza cazul în care forța $\mathbf{F}$ este de natură electrică

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}_0, \tag{IV.74}$$

unde $\mathbf{E}_0$ este intensitatea unui cîmp electric static, ce acționează concomitent cu cîmpul magnetic constant și omogen $\mathbf{B}_0$, asupra particulei de sarcină q. Conform relației (IV.68), viteza de drift a particulei, după simplificarea sarcinii q, va fi

$$\mathbf{v}_d = \frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0}{B_0^2}. \tag{IV.75}$$

Particulele plasmei vor avea deci o viteză de drift independentă de sarcina electrică a lor; ionii și electronii vor avea o aceeași viteză de drift, în ciuda diferenței enorme între masele lor, iar direcția și sensul driftului vor fi aceleași pentru ambele tipuri de particule. În acest caz nu se va produce deci separarea sarcinilor, nu vor apare curenți diferiți de drift, ci va avea loc deplasarea plasmei ca un tot, se va forma un „flux de masă" în direcția perpendiculară pe $\mathbf{E}_0$ și $\mathbf{B}_0$. Viteza de drift a plasmei va coincide în acest caz cu viteza de drift a fiecărei particule, concluzie la care am ajuns și în § II.5. În figura IV.9 este ilustrată mișcarea unei particule de sarcină a. Pentru simplitate, am luat $\mathbf{E}_0$ în planul xOz ($\mathbf{B}_0$ este de-a lungul lui Oz și face un unghi oarecare, α, cu $\mathbf{E}_0$). Ca urmare a acțiunii forței

$$\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0 = (\mathbf{E}_{0\perp} + \mathbf{E}_{0\parallel}) \times \mathbf{B}_0 = \mathbf{E}_{0\perp} \times \mathbf{B}_0 \tag{IV.76}$$

elicea se va depărta de planul xOy cu viteza de drift v_d, dată de (IV.75) paralelă cu axa y. Totodată însă, componenta $\mathbf{E}_{0\parallel}$, care nu are efect asupra driftului, cum arată (IV.76), suprapune o mișcare uniform variată paralelă cu $\mathbf{B}_0$ (cu axa z, în cazul nostru).

Driftul electric în cîmpuri încrucișate. Un caz particular al driftului electric este cel în care $\mathbf{E}_0$ și $\mathbf{B}_0$ sînt reciproc perpendiculare ($\alpha = \pi/2$, adică $\mathbf{E}_{0\parallel} = 0$). În această situație, nu va mai exista accelerație de-a lungul lui $\mathbf{B}_0$.

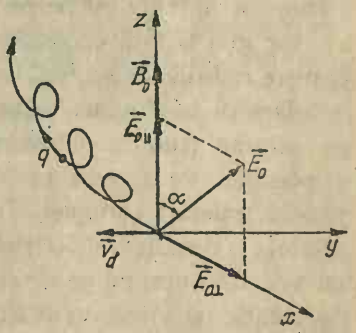


Fig. IV.9. Driftul electric.

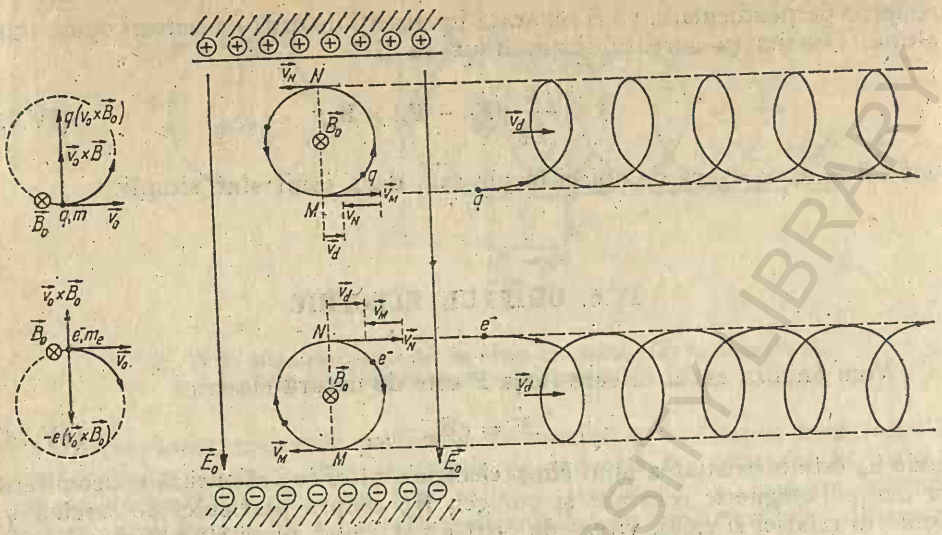


Fig. IV.10. Driftul electronilor și ionilor pozitivi în cîmpuri încrucișate.

Particula va intra în derivă paralelă cu axa y, cu viteza (IV.75), al cărei modul va fi

$$|\mathrm{v}_a| = \frac{E_0}{B_0}. \tag{IV.77}$$

În direcția cîmpului magnetic va exista, eventual, o mișcare uniformă dacă viteza inițială a particulei va avea o componentă diferită de zero după această direcție. Pentru simplificare, însă, vom considera în fig. IV.10 incidența particulelor normală pe $\mathbf{B}_0$ și $\mathbf{E}_0$ (deci $\mathrm{v}_{0\|} = 0$). Cercurile Larmor (în absența lui $\mathbf{E}_0$, în stînga figurii) vor fi parcurse în sensuri opuse de către ionul pozitiv (q) și electron (e^-). În prezența lui $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{B}_0$, $v_M > v_N$ pentru ion, rezultînd un drift spre dreapta, iar pentru electron $\mathrm{v}_N > \mathrm{v}_M$, rezultînd un drift tot spre dreapta, cum se vede pe figură. Apare deci, ca și mai sus, un drift al plasmei, ca un tot, într-o direcție perpendiculară pe $\mathbf{E}_0$ și $\mathbf{B}_0$. Traiectoriile particulelor nu vor mai fi însă elicoidale, deoarece $\mathbf{E}_0$ și $\mathbf{B}_0$ nu au componente după $\mathbf{B}_0$, ci niște cicloide ce se desfășoară în planul (v_0, $\mathbf{E}_0$).

Driftul în cîmpuri încrucișate este folosit la construirea unor acceleratoare cu plasmă (tunuri cu plasmă) sau dispozitive de extracție ori de injecție a plasmei. Pe această bază se poate construi o ultracentrifugă cu plasmă pentru separări izotopice. Între doi cilindri coaxiali un cîmp electric intens produce o descărcare electrică (plasmă). Aplicînd un cîmp magnetic $\mathbf{B}_0$ paralel cu axa, deci normal pe cîmpul electric radial E_r, plasma va fi pusă în mișcare de rotație cu viteza $v_a = E_r/B_0$. Forța centrifugă va selecta particulele după masa lor.

IV.7. INVARIANȚA ADIABATICĂ SPAȚIALĂ. OGLINDA MAGNETICĂ, CAPCANA MAGNETICĂ

În acest paragraf ne vom referi la mișcarea particulelor individuale în cîmpuri magnetice statice, dar neomogene spațial. În practică interesează îndeosebi cazul variațiilor relative mici ale cîmpului, adică

$$\frac{\Delta B}{B} \ll 1. \tag{IV.78}$$

Mai precis, ne interesează ca $(\Delta B)_\rho$ pe o distanță de ordinul razei de girație să fie mică în comparație cu valoarea locală a cîmpului B, adică

$$\frac{(\Delta B)_\rho}{B} \ll 1. \tag{IV.78'}$$

Scriind

$$(\Delta B)_\rho = \frac{\partial B}{\partial x}\,\rho \tag{IV.79}$$

condiția pentru variații lente, adiabatice, ale cîmpului magnetic va deveni

$$\frac{\rho}{B}\left|\frac{\partial B}{\partial x}\right| \ll 1 \tag{IV.80}$$

care poate fi scrisă și sub forma

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln B) \ll \frac{1}{\rho}\cdot \tag{IV.81}$$

Mai general, pentru toate direcțiile scriind $(\Delta B)_\rho = (\rho \cdot \nabla)\,\mathbf{B}$, condiția micilor variații spațiale (adiabatice) se va scrie sub forma

$$\frac{1}{B}\left|(\rho \cdot \nabla)\,\mathrm{B}\right| \ll 1. \tag{IV.82}$$

Pentru discuție, luăm o distribuție axial simetrică a cîmpului, ca în fig. IV.11, unde intensitatea cîmpului magnetic (densitatea liniilor de forță) crește de la stînga spre dreapta figurii. Stabilirea proprietăților acestui cîmp se va face pornind de la însușirea fundamentală că divergenta lui este nulă (§ II.2). Configurația are variații $\partial B/\partial x$, $\partial B/\partial y$, $\partial B/\partial z$ diferite de zero în toate direcțiile, dar noi vom scrie ecuația (II.16) în coordonate cilindrice r, z), în care componentele cîmpului sînt B_r și B_z

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \tag{IV.83}$$

sau

$$\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) = -\,r\frac{\partial B_z}{\partial z}\cdot \tag{IV.84}$$

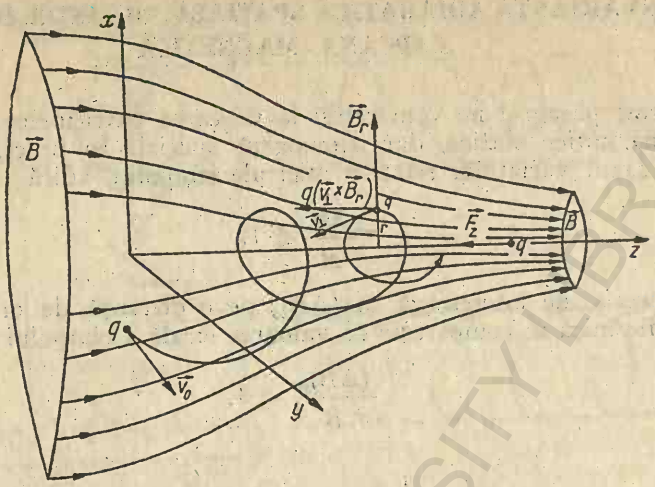


Fig. IV.11. Oglinda magnetică.

În virtutea variațiilor lente (adiabatice) ale cîmpului, putem considera că variația $\partial B_z/\partial z$ este practic independentă de r pe un interval spațial egal cu raza Larmor, ρ. În acest caz, integrarea ecuației (IV.84) este imediată, între $r = 0$ și $r = \rho$

$$\rho B_r \simeq -\frac{\partial B_z}{\partial z}\int_0^\rho r\,\mathrm{d}r. \tag{IV.85}$$

În geometria dată, variațiile lui B_z sînt mai importante de-a lungul lui z și destul de lente după r, încît putem considera B_z ca funcție numai de z și înlocui derivata parțială prin cea totală. Cu această precizare, componenta radială B_r, dată de (IV.85) va fi

$$B_r = -\frac{\rho}{2}\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z}. \tag{IV.86}$$

Dar în orice punct al traiectoriei particulei q, aceasta din urmă va fi supusă acțiunii unei forțe Lorenz dată de componentele locale $v_\perp$ și B_r, reciproc perpendiculare (fig. IV.11). Această forță va acționa pe direcția paralelă cu z și va avea expresia

$$F_z = qv_\perp B_r. \tag{IV.87}$$

Înlocuind aici pe B_r din (IV.86), obținem

$$F_z = -\frac{qv_\perp\rho}{2}\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z}. \tag{IV.88}$$

Înlocuind în (IV.88) $\rho = mv_\perp/qB_z$ din (IV.31), obținem expresia

$$F_z = -\frac{W_\perp}{B_z}\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z} \tag{IV.89}$$

unde $W_\perp = mv_\perp^2/2$ este energia cinetică a mișcării plane transversale. Introducînd momentul magnetic al rotației Larmor μ_b din (IV.37), avem

$$F_z = -\mu_b \frac{dB_z}{dz}. \tag{IV.90}$$

Semnul minus arată că forța F_z are totdeauna sensul opus variației cîmpului după z. De exemplu, ea va fi de sens opus sensului de creștere a cîmpului ($dB_z/dz > 0$), așa cum s-a reprezentat în fig. IV.11, adică spre cîmpuri mai slabe. Care este importanța acestei forțe? Știm că particula are, în general, o mișcare alcătuită din două mișcări: una „orbitală" într-un plan normal pe **B** și una de translație a acestui plan de-a lungul cîmpului. Forța F_z influențează numai cea de a doua mișcare, reducînd energia cinetică a deplasării în sensul axei z. Cum dB_z/dz crește în sensul lui z, în fig. IV.11, forța retardantă va crește cu z, conform relației (IV.90). Într-un anumit punct, datorită acestei forțe, planul în care particula „orbitează" nu se va deplasa mai departe; particula își va schimba cu 180° sensul translației, reflectîndu-se ca într-o oglindă. Din acest motiv, astfel de configurații de cîmp se numesc „oglinzi magnetice". În figura IV.12 este dată o schemă cu două oglinzi (sau „dopuri") magnetice la capete. Particulele încărcate, reflectîndu-se succesiv pe cele două oglinzi, vor putea fi reținute un timp îndelungat în zona respectivă. De aceea astfel de dispozitive, numite „capcane magnetice", sînt folosite pe larg în instalații termonucleare; particulele rapide injectate în aceste capcane își pot cheltui, practic, întreaga lor energie cinetică în procese elementare ce duc la creșteri considerabile ale gradului de ionizare a plasmei din capcana respectivă.

Bilanțul energetic al mișcării, invariantul adiabatic. Mai sus am definit oglinda magnetică pe baza unor interpretări calitative privind acțiunea forței, F_z. Vom face acum cîteva evaluări cantitative simple. Fiind paralelă cu z, forța F_z va produce, cum am văzut, o variație a energiei cinetice de translație după această direcție $dW_\parallel$, conform relației

$$F_z\, dz = dW_\parallel. \tag{IV.91}$$

Folosind (IV.90), vom putea scrie

$$\frac{dW_\parallel}{dz} = -\mu_b \frac{dB_z}{dz}. \tag{IV.92}$$

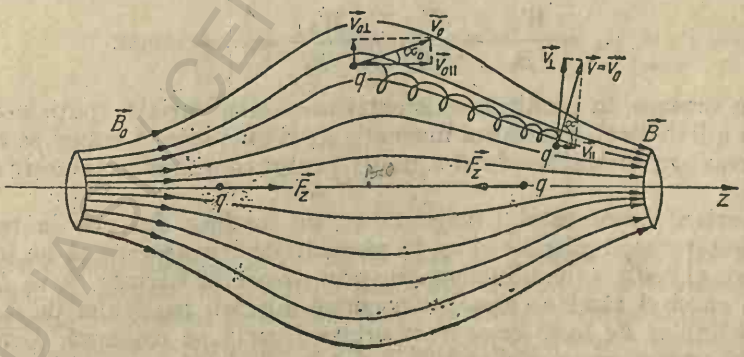


Fig. IV.12. Capcană magnetică.

Pentru a stabili și expresia variației energiei mișcării „orbitale" $dW_\perp/dz$, ținem seama de faptul că, în cîmpuri magnetice statice, energia cinetică totală $W = W_\parallel + W_\perp$ a particulei nu se modifică în cursul mișcării de-a lungul lui z, adică $dW/dz = 0$, ceea ce înseamnă

$$\frac{dW_\parallel}{dz} + \frac{dW_\perp}{dz} = 0. \tag{IV.93}$$

Înlocuind (IV.92) în (IV.93), obținem

$$\frac{dW_\perp}{dz} = \mu_b \frac{dB_z}{dz}. \tag{IV.94}$$

Evident, relația (IV.94) putea fi scrisă și direct din (IV.92) ținînd seama de conservarea energiei cinetice totale: dacă (IV.92) reprezintă o scădere a energiei de translație, atunci variația energiei orbitale $dW_\perp/dz$ va fi egală și de sens contrar, adică va reprezenta o creștere echivalentă. Energia cinetică orbitală este corelată cu momentul magnetic μ_b prin relația (IV.37), $W_\perp = \mu_b B_z$. Să derivăm față de z admițînd că μ_b ar depinde de z

$$\frac{dW_\perp}{dz} = \mu_b \frac{dB_z}{dz} + B_z \frac{d\mu_b}{dz}. \tag{IV.95}$$

Egalînd (IV.95) cu (IV.94), obținem

$$B_z \frac{d\mu_b}{dz} = 0. \tag{IV.96}$$

B_z fiind nenul, urmează

$$\frac{d\mu_b}{dz} = 0. \tag{IV.97}$$

Așadar, μ_b nu depinde de z, ci rămîne constant de-a lungul acestei direcții. Cu alte cuvinte, dacă în diferite puncte $z_0, z_1, z_2 \ldots$, cîmpul magnetic are inducția $B_0, B_1, B_2, \ldots$, iar particula are energiile cinetice „transversale" $W_{0\perp}, W_{1\perp}, W_{2\perp}, \ldots$, atunci

$$\mu_b = \frac{W_{0\perp}}{B_0} = \frac{W_{1\perp}}{B_1} = \frac{W_{2\perp}}{B_2} = \ldots = \text{const.} \tag{IV.98}$$

Prin urmare, în condițiile existenței unor mici variații spațiale ale lui B (variații adiabatice), momentul magnetic μ_b al unei spire Larmor se comportă ca un invariant al mișcării după z, motiv pentru care se mai numește *invariant adiabatic*.

Invarianța momentului magnetic μ_b ne conduce din nou la fenomenul de „înghețare" a liniilor de cîmp în plasmă. Pentru aceasta să ne întoarcem la expresia (IV.40), a fluxului magnetic printr-o orbită Larmor, $\Phi_b = 2\pi m \mu_b/q^2$. Se vede că și el rămîne constant în cursul mișcării particulei după z, adică numărul liniilor de forță ce străbat orbita Larmor se conservă. Urmează că suprafața orbitei crește cînd secțiunea tubului de forță crește și invers; liniile de cîmp ce definesc tubul de forță par a fi „lipite" de traiectoriile particulelor.

Cîmpul magnetic maxim, eficacitatea capcanelor. Să presupunem că o particulă încărcată intră în capcană cu viteza inițială v_0, sub unghiul inițial α_0 față de axa de simetrie (fig. IV.12). Componentele axială $v_{0\parallel}$, și orbitală $v_{0\perp}$ vor fi

$$v_{0\parallel} = v_0 \cos \alpha_0 \tag{IV.99}$$

$$v_{0\perp} = v_0 \sin \alpha_0. \tag{IV.100}$$

Dacă B_0 este valoarea inducției în punctul de intrare a particulei, iar B la un z oarecare, atunci, în conformitate cu (IV.98),

$$\frac{W_{0\perp}}{B_0} = \frac{W_\perp}{B} \tag{IV.101}$$

sau

$$\frac{v_{0\perp}^2}{B_0} = \frac{v_\perp^2}{B}. \tag{IV.102}$$

Folosind (IV.99) și (IV.100), avem

$$\frac{\sin^2 \alpha_0}{B_0} = \frac{\sin^2 \alpha}{B} \tag{IV.103}$$

de unde

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{B}{B_0}} \sin \alpha_0. \tag{IV.104}$$

Așadar, după ce particula a intrat în capcană sub unghiul α_0, unghiul α va crește odată cu B (sinusul lui va crește cu $\sqrt{B}$). Dacă va exista o valoare B_{max} pentru care $\alpha = \pi/2$, translația în sensul pozitiv al lui z va fi oprită (componenta $v_{\parallel}$ va fi nulă). Forța F_z (IV.90), îndreptată spre cîmpuri mai slabe, va deplasa particula spre centrul capcanei. Valoarea lui B_{max} în planul de reflexie va fi dată deci de relația

$$1 = \sqrt{\frac{B_{max}}{B_0}} \sin \alpha_0 \tag{IV.105}$$

sau

$$B_{max} = \frac{B_0}{\sin^2 \alpha_0}. \tag{IV.106}$$

Valoarea cîmpului magnetic maxim care va produce reflexia particulei depinde deci de unghiul de intrare a particulei în capcană și de valoarea cîmpului magnetic în punctul de intrare. Avînd o astfel de capcană, cu „dopuri" magnetice la capete, pentru care B_0 și B_{max} sînt cunoscute, este evident că particulele ce pătrund în zonă cu $\sin \alpha_0 > (B_0/B_{max})^{1/2}$ vor fi reflectate, deci reținute în capcană, iar particulele cu $\sin \alpha_0 < (B_0/B_{max})^{1/2}$ vor străbate dopul, părăsind capcana. Capcana este transparentă, desigur, pentru particulele ce

pătrund în ea sub unghiul $\alpha = 0$. Deci cu cît împrăștierea unghiulară a fasciculului de plasmă, cu care se umple capcana, este mai mare cu atît pierderile de particule din interiorul ei pot scăpa de sub control. În plus, ciocnirile dintre particule pot conduce mai devreme ori mai tîrziu la incidențe nefavorabile în zona dopurilor, mărind pierderile.

Ca o concluzie la acest paragraf, putem spune că particula ionizată va fi accelerată pe traiectoria orbitală cînd va pătrunde în cîmpuri intense și pe direcția longitudinală cînd se va îndrepta spre cîmpuri mai slabe, respectîndu-se legea de conservare a energiei cinetice totale a ei. Există propunerea (formulată de Fermi) de a se explica originea radiației cosmice pe baza acestor fenomene. Norii magnetici mișcători, de cele mai diverse configurații pot produce accelerări ale particulelor ionizate pînă la energii corespunzătoare celor observate în radiația cosmică.

IV.8. DRIFTUL DE GRADIENT ȘI DRIFTUL CENTRIFUGAL

Forța F_z, creeată de neomogeneitățile spațiale ale cîmpului magnetic, acționînd asupra particulei, simultan cu cîmpul magnetic B, va produce o mișcare de drift a acesteia, în direcția normală pe planul celor două forțe. Luînd în locul variației dB_z/dz, gradientul cîmpului ∇B, forța de gradient ce va acționa asupra particulei va fi, generalizînd (IV.90)

$$\mathbf{F}_{gr} = -\mu_b \nabla B. \tag{IV.107}$$

Viteza acestui *drift de gradient* va fi, conform relației (IV.68)

$$\mathbf{v}_d = \frac{(-\mu_b \nabla B) \times \mathbf{B}}{qB^2} \tag{IV.108}$$

sau

$$\mathbf{v}_d = \mu_b \frac{\mathbf{B} \times \nabla B}{qB^2}. \tag{IV.109}$$

În figura IV.13 este dat cazul idealizat cînd între o zonă de cîmp intens $\mathbf{B}_i$ și una de cîmp slab $\mathbf{B}_s$ există o linie de demarcație netă AB. Deasupra și dedesubtul acestei granițe, cîmpurile sînt omogene (linii de forță paralele și echidistante, normale pe planul hîrtiei și îndreptate spre noi) dar mai intense sus decît jos ($B_i > B_s$), astfel că vectorul ∇B este îndreptat în sus. O particulă q începîndu-și mișcarea pe linia AB, cu viteza $\mathbf{v}_{0\perp}$, va avea în zona de cîmp intens B_i o traiectorie curbă de rază

$$\rho_i = \frac{m\mathbf{v}_{0\perp}}{qB_i} \tag{IV.110}$$

iar în zona B_s curbura traiectoriei va fi dată de

$$\rho_s = \frac{m\mathbf{v}_{0\perp}}{qB_s}. \tag{IV.111}$$

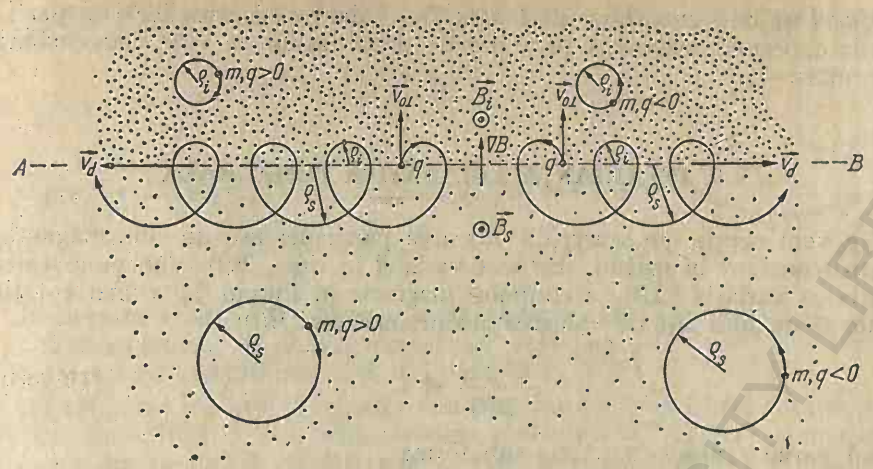


Fig. IV.13. Driftul de gradient.

Cum se vede din fig. IV.13, traiectoria nu va mai fi o curbă închisă, ci o cicloidă care se va desfăşura spre stînga dacă sarcina este pozitivă şi spre dreapta dacă sarcina este negativă. Centrul de giraţie Larmor se va deplasa deci perpendicular pe **B** şi ∇B, ceea ce constituie o derivă sau un drift de gradient, care în figura dată are viteza

$$v_d = \frac{\mu}{qB_0}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}x} \qquad \text{(IV.112)}.$$

dacă B este luat după z, iar densitatea liniilor de cîmp creşte în sensul lui x.

Cînd liniile de cîmp sînt curbe, va trebui să ţinem seama de faptul că, datorită deplasării particulei de-a lungul liniei curbe, va apare o forţă centrifugă care acţionează asupra centrului Larmor

$$\mathbf{F}_{cf} = \frac{mv_{\parallel}^2}{r^3}\mathbf{r} \qquad \text{(IV.113)}$$

unde **r** este raza vectoare a liniei de cîmp în punctul dat (fig. IV.14). Ca urmare, va lua naştere o mişcare de drift în direcţia perpendiculară pe $\mathbf{F}_{cf}$ şi **B**, cu viteza

$$\mathbf{v}_d = \frac{mv_{\parallel}^2}{r^3}\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{B}}{qB^2}. \qquad \text{(IV.114)}$$

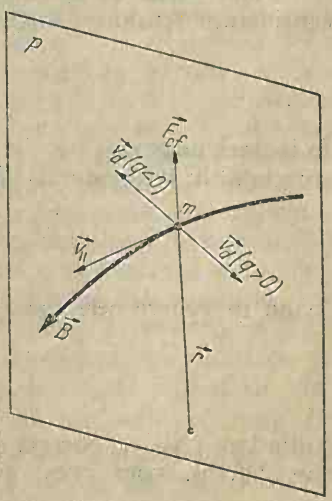


Fig. IV.14. Driftul centrifugal.

În figura IV. 14 este luată o linie de cîmp magnetic **B** situată în planul P şi îndreptată spre noi, avînd concavitatea în jos. În acest caz o sarcină pozitivă ($q > 0$) va fi supusă unui drift spre dreapta, iar una negativă, unui drift spre stînga. Această formă de drift poartă numele de *drift*

centrifugal și este important mai ales în evaluarea „scăpărilor" de particule din capcanele magnetice prin părțile unde liniile de cîmp au curburi foarte mari.

IV.9. INVARIANȚA ADIABATICĂ TEMPORALĂ

Ne vom ocupa, pe scurt, de mișcarea particulei într-un cîmp magnetic omogen (constant în spațiu), dar lent variabil în timp, $B(t)$. Vom pune și aici condiția ca variația $(\Delta B)_L$ a cîmpului magnetic în timpul T_b a unei rotații Larmor să fie mică față de valoarea instantanee a lui $B(t)$

$$\frac{(\Delta B)_L}{B(t)} \ll 1. \tag{IV.115}$$

Punînd variația absolută $(\Delta B)_L$ sub forma

$$(\Delta B)_L = \left|\frac{\partial B}{\partial t}\right| T_L \tag{IV.116}$$

condiția (IV.115) a variațiilor lente (adiabatice) în timp poate fi scrisă sub forma

$$\frac{T_L}{B}\left|\frac{\partial B}{\partial t}\right| \ll 1 \tag{IV.117}$$

care se mai poate scrie și în felul următor

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\ln B) \ll \frac{1}{T_L}. \tag{IV.118}$$

Fiind vorba de un cîmp magnetic variabil în timp, va trebui să luăm în considerare tensiunea electromotoare ce apare cu ocazia acestor variații

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\pi\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\rho^2 B). \tag{IV.119}$$

În ipoteza noastră, că B variază lent (adiabatic), raza de girație nu se modifică apreciabil în intervalul $\mathrm{d}t$, încît putem scrie, cu bună aproximație

$$\varepsilon = -\pi\rho^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}. \tag{IV.120}$$

Avînd în vedere cele spuse, putem lua $(\mathrm{d}B/\mathrm{d}t) \simeq (\Delta B)_L/T_b$ și deci

$$\varepsilon = -\pi\rho^2\frac{(\Delta B)_L}{T_b}. \tag{IV.121}$$

Notînd cu $(\Delta W_\perp)_L$ energia cinetică dobîndită de sarcina q pe o orbită Larmor (fig. IV.15), vom avea, evident,

$$(\Delta W_\perp)_L = q|\varepsilon|. \tag{IV.122}$$

Expresiile (IV.121) și (IV.122) ne vor da în valoare absolută

$$\pi\rho^2 \frac{(\Delta B)_L}{T_b} = \frac{(\Delta W_\perp)_L}{q}. \qquad \text{(IV.123)}$$

Folosind pentru valorile momentane ρ și T_i expresiile (IV.31) și (IV.32), relația (IV.123) va deveni

$$\frac{(\Delta W_\perp)_L}{(\Delta B)_L} = \frac{W_\perp(t)}{B(t)}. \qquad \text{(IV.124)}$$

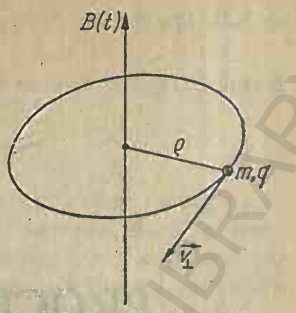


Fig. IV.15. Cîmp magnetic lent variabil în timp.

În această relație, $W_\perp(t)$ reprezintă energia cinetică momentană, în planul transversal, corespunzătoare valorii instantanee a lui $B(t)$, în timp ce $(\Delta W)_L$ și $(\Delta B)_L$ sînt variații ale acestor două mărimi în timpul unei rotații ciclotronice. Cum $W(t)$ și $B(t)$ sînt oarecare, egalitatea (IV.124) ne spune că $W(t)$ este o funcție liniară de $B(t)$, cum se vede în graficul din fig. IV.16, adică

$$\frac{W(t)}{B(t)} = \text{const.} \qquad \text{(IV.125)}$$

Putem spune și aici că, dacă la momentele $t_0, t_1, t_2, \ldots, t$ intensitatea cîmpului magnetic are valorile $B(t_0), B(t_1), B(t_2), \ldots, B(t)$, iar energiile cinetice transversale corespunzătoare sînt $W_\perp(t_0), W_\perp(t_1), W_\perp(t_2), \ldots, W_\perp(t)$, atunci

$$\frac{W_\perp(t_0)}{B(t_0)} = \frac{W_\perp(t_1)}{B(t_1)} = \frac{W_\perp(t_2)}{B(t_2)} = \ldots = \frac{W_\perp(t)}{B(t)} = \text{const.} \qquad \text{(IV.126)}$$

Prin urmare, dacă B crește (lent) cu timpul, crește și energia cinetică a particulei în planul transversal și anume, direct proporțional cu cîmpul

$$W_\perp(t) = \text{const. } B(t). \qquad \text{(IV.127)}$$

Deci, oricare ar fi funcția după care B variază (lent) cu timpul, $W_\perp$ se va modifica astfel încît valorile momentane $W_\perp(t)$ și $B(t)$ vor păstra un raport constant între ele (raport care nu depinde de timp). Cum știm însă, $W_\perp/B$ este momentul magnetic al unei circumferințe Larmor, așa că oricare din relațiile (IV.124), (IV.125), (IV.126) exprimă faptul că $\mu_b = W_\perp/B$ nu depinde de timp, în cazul variațiilor temporale lente ale cîmpului magnetic; el se comportă deci și în acest caz ca un invariant (adiabatic) al mișcării particulei. Desigur, și fluxul magnetic printr-o circumferință Larmor, $\Phi_b = (2\pi m/q^2)\mu_b$ este constant în timpul variației lui B. Regăsim fenomenul de „înghețare a liniilor de cîmp magnetic în plasmă: dacă intensitatea cîmpului crește sau scade cu timpul (liniile de forță se îndesesc sau se răresc), orbitele Larmor se reduc sau se măresc, ca și cum ar fi „lipite" de tubul de forță, astfel ca prin ele să treacă același număr de linii de cîmp. Cîmpurile magnetice variabile în timp sînt, deci, capabile să accelereze particulele ionizate din plasmă și de aceea ele pot fi folosite în metode de încălzire a plasmelor.

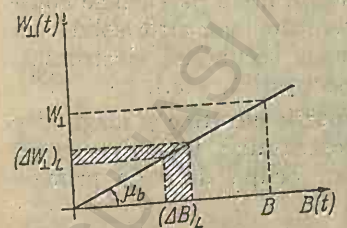


Fig. IV.16. Invarianța adiabatică temporală.

V

PROCESE FUNDAMENTALE ÎN PLASMĂ

V.1. CLASIFICAREA CIOCNIRILOR

Cum am văzut, plasma este un ansamblu de *particule încărcate* (ioni pozitivi, ioni negativi, electroni), *particule neutre* (excitate sau nu) și *fotoni* (radiație electromagnetică). Aceste particule se află într-o necontenită mișcare și o permanentă interacție atît între ele, cît și cu cîmpuri electrice, magnetice și gravitaționale din exterior, precum și cu pereții incintei. Ca urmare a numeroaselor și variatelor interacții, plasma apare ca un sistem dinamic, în care procesele de pierdere (distrugere) a particulelor sînt concurate de procesele de formare a lor. Astfel, prin procese de ionizare „dispar" atomi neutri (și apar ioni și electroni), iar prin recombinare se formează atomi neutri (și dispar ioni pozitivi și electroni). De asemenea, prin radiație, plasma pierde fotoni, dar această pierdere este concurată de formarea lor prin dezexcitarea radiativă a atomilor (excitați, de exemplu, prin ciocniri electronice).

Există, de asemenea, o permanentă interacție plasmă-solid ce are loc la suprafața electrozilor și pereților incintei în care evoluează plasma.

O clasificare generală va avea, deci, în vedere trei tipuri de interacții:

A. **Procese elementare de volum.** Acestea sînt interacții între particulele constituente ale plasmei (ciocniri elastice, excitări, ionizări, recombinări etc.).

B. **Procese elementare superficiale,** adică interacții între particulele constituente ale plasmei și suprafețele electrozilor, pereților sau altor solide din incintă (ionizarea și recombinarea superficială, emisia secundară electronică, emisia autoelectronică, emisia termo-ionică sau electronică, etc.).

C. **Interacții ale particulelor electrizate cu cîmpurile electrice și magnetice prezente în plasmă.** Acest ultim tip de interacție a fost studiat, în linii generale, în capitolul 4, de aceea, în cele ce urmează ne vom ocupa doar de primele două.

Mai trebuie însă amintită o distincție importantă între procesele de ciocnire (interacție) și anume, ele pot fi de două feluri: *procese elastice* și *procese*

neelastice. La rîndul lor, procesele neelastice pot fi *directe* (de speța I-a) și *inverse* (de speța a II-a).

Procesele elastice se caracterizează prin aceea că energia internă totală a partenerilor nu se modifică cu ocazia ciocnirii

$$\Delta W = W_{final} - W_{inițial} = 0. \qquad (V.1)$$

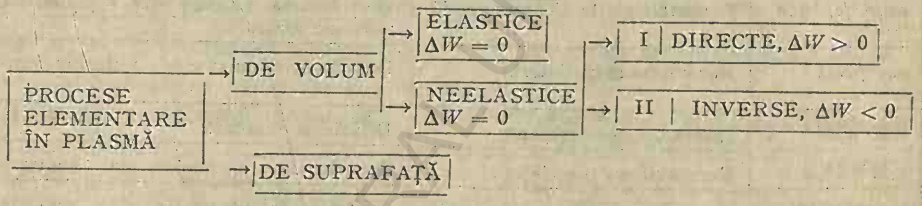
Într-un astfel de proces, starea cuantică a fiecăreia din particulele ce iau parte la interacție rămîne neschimbată în urma ciocnirii. De exemplu, dacă în urma interacției dintre un electron și un atom neutru s-a produs numai un schimb de energie cinetică între ei (fără excitarea sau ionizarea atomului), ciocnirea este elastică. Tot astfel de interacții pot avea loc între atomi, ioni etc.

În procesele neelastice energia internă a cel puțin unuia din partenerii ciocnirii se modifică, astfel că

$$\Delta W = W_{final} - W_{inițial} \neq 0 \qquad (V.2)$$

și anume, dacă $\Delta W > 0$, avem o ciocnire neelastică *directă* sau de *speța I*, iar dacă $\Delta W < 0$, avem o ciocnire neelastică *inversă* sau de *speța a II-a*. În ciocnirile directe, energia internă a cel puțin uneia din particule crește, cazul excitării atomului prin coliziunea sa cu un electron rapid. În ciocnirile inverse, cel puțin una din particule cedează energie, cazul dezexcitării neradiative a unui atom excitat, la ciocnirea sa cu un electron; energia de excitare va fi preluată de electron sub formă de energie cinetică (ciocnire *superelastică*).

Pe scurt, tabloul general al interacțiilor în plasmă este următorul:



Dăm mai jos, în tabelul V.1, o scurtă clasificare a celor mai importante tipuri de interacții care pot avea loc în gaze ionizate, folosind următoarele notații: e — electron, A — atom pe nivelul fundamental, A^* — atom excitat, A^+, A^- — ion atomic pozitiv sau negativ, M — moleculă pe nivelul fundamental, M^r, M^v — moleculă excitată pe un nivel de rotație și, respectiv vibrație, M^* — moleculă excitată pe nivel electronic, M^+, M^- — ioni moleculari (pozitivi sau negativi). În tabel sînt date interacțiile electronului cu diferite particule, interacțiile între particule grele și interacțiile fotonului cu diferite particule. Săgeata deasupra unor particule indică faptul că acestea sînt particule „cinetice", adică de energie cinetică mai mare.

Reamintim că în plasmă se pot întîlni interacții între particule cu rază scurtă de acțiune, care sînt de regulă interacții (ciocniri) *binare*, deoarece zona în care particulele se simt reciproc este atît de mică încît probabilitatea de a găsi în această regiune, la un același moment, mai mult de două particule este, practic, neglijabilă. În aceste cazuri (exemple: atom-atom, atom-ion etc.) putem folosi cu bună aproximație conceptul clasic de ciocnire și mărimile implicate în acest concept, ca drum liber, timp de interacție, frecvență de

Procesul elementar	Denumirea interacției	Consecințe macroscopice
1	2	3
	Interacții ale electronului	
$e,e/e,e$	Interacție coulombiană	Mișcare de agitație termică a electronilor
$e,A/e,A$	Ciocnire elastică	Mobilitatea electronilor
$\vec{e},A/e,A^*$	Excitare prin ciocnire Electronică	Popularea stărilor excitate, producerea de metastabili
$\vec{e},A/e,e,A^+$	Ionizare directă prin ciocnire electronică	Multiplicare electronică
$e,A/h\nu,A^-$	Atașare radiativă	Formarea de ioni negativi
$\vec{e},A/h\nu,e,A$	Emisia radiației de frînare (Bremsstrahlung)	Emisia radiației de frînare
$e,A^*/\vec{e},A$	Dezexcitarea („quenching„), ciocnire superelastică	Distrugerea de metastabili
$\vec{e},A^*/e,e,A^+$	Ionizare în două trepte	Multiplicare electronică
$e,A^*/e,A^+$	Interacție coulombiană	Difuzie ambipolară, conductibilitatea plasmelor puternic ionizate
$e,e,A^+/e,A^*$	Recombinare la ciocnire triplă	Destrămarea („decay"-ul) plasmelor puternic ionizate
$e,A^+/h\nu,A^*$	Recombinare radiativă	Destrămarea plasmelor puternic ionizate
$e,M^+/e,M^+$	Interacție coulombiană	Difuzie ambipolară
$e,M^+/A^*,A$	Recombinare disociativă	Destrămarea plasmelor slab ionizate
$e,e,M^+/e,M^*$	Recombinare la ciocnire triplă	Destrămarea plasmelor slab ionizate
$\overleftarrow{e},M/e,M^v$	Excitare vibrațională prin ciocnire electronică	Popularea stărilor vibraționale, creșterea „temperaturii vibraționale"
$\overleftarrow{e},M/e,A^*,A$	Disociere prin ciocnire electronică	Producerea de atomi
$\vec{e},M/e,A^+,A$	Ionizare disociativă	Producerea de ioni atomici
$e,M/A^-,A$	Atașare disociativă	Producerea de ioni negativi atomici
$e,M,M/M^-,M$	Atașare la ciocnire triplă	Producerea de ioni negativi moleculari
$e,A^-/e,e,A$	Detașare prin ciocnire electronică	Distrugerea ionilor negativi
	Interacții între particule grele	
$A,A/A,A$	Ciocnire elastică atom-atom	Difuzia, viscozitatea, conductibilitatea termică a gazelor neutre
$A^*,A/A^*,A$	Ciocnire elastică A*A	Difuzia metastabililor

Tabelul V.1. (continuare)

1	2	3
$A^*,B/e,B^+,A$ $A^*,M/e,M^+,A$	Ionizare Penning (la ciocnirea atomilor B sau moleculelor M cu metastabilii A*)	Ionizare în amestecuri de gaze, în care eV^* $(A) \geq eV_i$ $(B$ sau $M)$
$A^*,A^*/e,A^+,A$	Ionizare Penning a atomilor excitați („crossed")	Distrugerea de metastabili
$A^*,A/e,M^+$	Ionizare Hornbeck-Molnar	Formare de ioni moleculari
$A^*,A/A,A^*$	Transfer rezonant de excitare	Difuzia atomilor excitați (metastabililor)
$M^v,M/M,M^v$	Transfer de excitare vibrațională	Relaxarea energiei de vibrație
$A^+,A/A^+,A$	Ciocnire elastică ion—atom	Mobilitate ionică
$A^+,A/A,A^+$	Transfer rezonant de sarcină	Mobilitate ionică
$A^+,A,A/M^+,A$	Formare de ioni moleculari la ciocnire triplă	Producerea de ioni moleculari
$A^+,A^+/A^+,A^+$	Interacție coulombiană	Mișcare de agitație termică a ionilor
$M^+,A/M^+,A$	Ciocnire elastică ion molecular-atom	Mobilitate ionică
$M^+,A/A^+,A,A$	Distrugerea ionului prin ciocniri	Distrugerea ionilor moleculari
$M^+,M^+/M^+,M^+$	Interacție coulombiană	Mișcare de agitație termică a ionilor moleculari
$A^-,M/A,M^-$	Transfer de sarcină	Transformarea de ioni negativi atomici în ioni negativi moleculari
$M^-,M^+/M,M$	Recombinare ion-ion	Distrugerea de ioni negativi
$A^-,M,M/M^-,M$	Asociere ion negativ-moleculă	Producerea de ioni moleculari negativi
$\vec{A},\vec{A}/A,A^*$	Excitare prin ciocniri între neutri	Creșterea populațiilor pe nivele excitate prin excitare termică
$\vec{A},\vec{A}/A^+,A,e$	Ionizare prin ciocniri între neutri	Creșterea gradului de ionizare a gazului prin ionizare termică
$A^*,A/A,A,h\nu$	Dezexcitare prin ciocniri cu particule grele	Dezexcitare termică
$A,A^-/A^*,A^*$	Recombinare disociativă la ciocnirea ionnegativ-atom	Distrugerea ionilor negativi și formarea de atomi excitați prin redistribuirea energiei de recombinare
Interații ale fotonilor		
$h\nu,A/A^*$	Fotoexcitare	Popularea selectivă a stărilor excitate
$h\nu,A/e,A^+$	Fotoionizare	Multiplicare electronică
$h\nu,A^-/e,A$	Fotodetașare	Distrugerea de ioni negativi
$h\nu,e,A/e,A$	Bremsstrahlung invers	„Încălzirea" electronilor liberi

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

ciocnire etc. Mersul unei particule va fi cel din figura III.1. Însă foarte importante (și în exclusivitate, în plasmele total ionizate) sînt interacțiile între particule cu rază mare de acțiune și anume interacțiile coulombiene, cu un potențial de interacție $V(r) \sim \pm (1/r)$, ce se anulează la infinit. Orice particulă încărcată va „simți", în fiecare clipă, prezența tuturor celorlalte particule din incintă (volum finit), mai tare sau mai slab, după cum se vor afla mai aproape sau mai departe. Avem de-a face cu *interacții colective*, în care nu mai putem vorbi de vreo modificare spectaculoasă a traiectoriei într-o anume regiune finită, mică (vezi fig. III.2).

În acest caz nu mai are sens să vorbim despre un „drum liber" al particulei și chiar noțiunea e „ciocnire" nu mai poate avea un sens practic. Cum am văzut însă în paragrafele precedente, există situații în care poate fi folosit un model „gazo-cinetic" și în plasmă, pornind de la avantajele oferite de limitarea („tăierea") practică a potențialului coulombian al unei particule ionizate, atunci cînd aceasta se află în plasmă.

V.2. ATENUAREA FASCICULULUI INCIDENT, SECȚIUNEA EFICACE, COEFICIENTUL DE ABSORBȚIE, DRUMUL LIBER MEDIU

Domeniul de interacție. Mai întîi facem precizarea că sensul microscopic al termenului de ciocnire este complet diferit de cel macroscopic. În ciocnirea obișnuită, macroscopică, se admite un contact nemijlocit între particule Particulele microscopice, însă, se influențează reciproc prin forțe (cîmpuri) specifice de interacție (coulombiene, nucleare, Van der Waals etc.) și de aceea, la nivel microscopic, nu va mai fi necesar ca două particule să se atingă fizic pentru a avea loc un fenomen de ciocnire. Din acest motiv, la scară microscopică, noțiunile de *ciocnire* și *interacție* au aceeași semnificație fizică. Important este să se definească așa numitul *domeniu de interacție*. Acesta va fi porțiunea din spațiu în care energia cinetică relativă a partenerilor este comparabilă cu (sau mai mică decît) energia potențială de interacție. La energii cinetice sau/și distanțe prea mari, particulele nu se simt reciproc. Un domeniu (finit) de interacție definește și un *timp (finit) de interacție*. Luînd o particulă B în repaus (sistemul laboratorului), particula proiectil A (fig. V.1) va interacționa cu B un timp τ, al cărui ordin de mărime poate fi calculat cu relația aproximativă

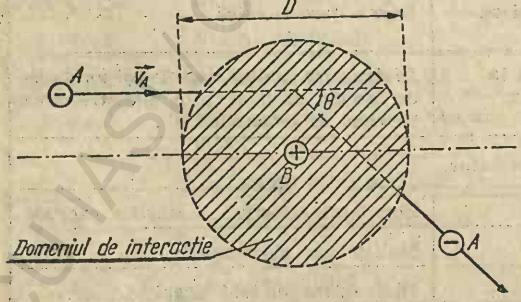


Fig. V.1. Deviația θ a unei particule A (proiectil) în cîmpul de interacție a unei particule B (țintă).

$$\tau \simeq \frac{D}{v_A} \qquad (V.3)$$

unde v_A este viteza particulei A față de B, iar D dimensiunea liniară a domeniului de interacție. Dacă τ_c este *timpul dintre două ciocniri succesive*, condiția de ciocnire, în sensul obișnuit al cuvîntului, va fi, evident,

$$\tau \ll \tau_c. \qquad (V.4)$$

Așadar, deși timpul de interacție τ este finit, fenomenul de ciocnire apare ca instantaneu în raport cu timpul dintre două astfel de fenomene succesive.

Secțiuni eficace totale. Vom considera un fascicul paralel de electroni monoenergetici (particule proiectil), de intensitate I_0 (în C/s), incident pe un gaz monoatomic de concentrație N. Pe distanța dx, luată la o adîncime oarecare x în material (fig. V.2), fasciculul se va atenua cu $I(x + dx) - I(x) = -dI$, datorită diverselor interacții (elastice sau nu) cu atomii din volumul $S\,dx$, unde S este secțiunea fasciculului. Dacă Q este secțiunea medie, *individuală* prezentată de o particulă țintă (particulele țintă sînt considerate în repaus), atunci suprafața transversală „opacă" reprezentată de elementul de volum considerat va fi $NQS.dx$. Probabilitatea interacției electronilor cu gazul țintă poate fi scrisă atît ca raportul $dI/I(x)$ (atenuarea relativă a fasciculului), cît și ca raportul dintre secțiunea tuturor atomilor țintă din elementul de volum $NQS\,dx$ și secțiunea fasciculului S, adică

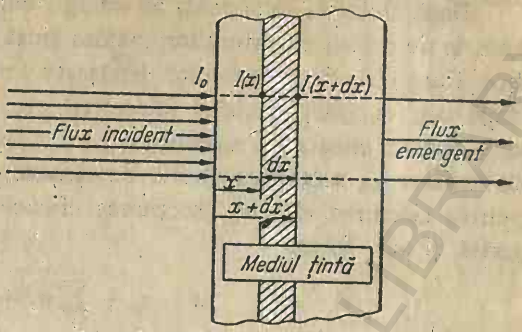


Fig. V.2. Slăbirea fasciculului incident.

$$-\frac{dI}{I(x)} = \frac{NQS\,dx}{S} \tag{V.5}$$

de unde

$$dI = -NQI(x)\,dx. \tag{V.6}$$

Integrînd, obținem

$$I(x) = I_0 e^{-NQx}. \tag{V.7}$$

Expresia (V.7) ne dă atenuarea macroscopică a fasciculului. Mai exact, ea ne dă intensitatea fasciculului incident după parcurgerea unei distanțe x în proba țintă.

Dacă blocul țintă nu este un gaz monoatomic, ci o plasmă, atenuarea va fi produsă de interacții ale electronilor incidenți cu electronii, ionii și neutrii din plasmă. Apar tipuri distincte de interacție și deci mecanisme distincte de împrăștiere pentru particulele incidente și totodată, independente unele de altele. Fiecare mecanism va avea contribuția lui la atenuarea fasciculului, cu o anumită secțiune eficace individuală Q_i (pentru interacția de tipul i). După legea compunerii evenimentelor independente (V.7) poate fi extinsă la forma

$$I(x) = I_0 e^{-(\Sigma N_i Q_i)x}. \tag{V.8}$$

Suprafața tuturor secțiunilor individuale din unitatea de volum, $a = NQ$ (sau $a = \Sigma N_i Q_i$) poartă numele de *secțiune eficace totală* de interacție, atenuarea fasciculului putînd fi scrisă în acest caz

$$I_{(x)} = I_0 e^{-ax}. \tag{V.9}$$

Dacă electronii incidenți au energii cinetice mai mici decît cea mai mică energie de excitare a atomilor gazului țintă, vor avea loc numai ciocniri elastice. Dacă energia electronilor depășește această valoare critică, pot avea loc după caz, excitări, ionizări (disocieri) etc., adică ciocniri neelastice. Notînd σ_j secțiunea eficace de excitare a particulei pe nivelul j, σ_i secțiunea eficace de ionizare, σ_a secțiunea eficace de atașare electronică, iar σ_0 secțiunea eficace pentru ciocnirea elastică, secțiunea eficace totală de interacție mai poate fi scrisă și sub forma

$$a = \sigma_0 + \sum_j \sigma_j + \sigma_i + \sigma_a. \qquad (V.10)$$

În figura V.3 se dau secțiunile eficace totale de ciocnire elastică (σ_0) a electronilor cu N_e, A, K_r, X_e în funcție de viteza electronilor exprimată în $\sqrt{V}$ ($v_e = \sqrt{2\,eU/m_e}$, unde U este tensiunea de accelerare; exprimînd U în volți, v_e în cm/s) $= 5{,}93 \cdot 10^7 \sqrt{U}$). Pe ordonată din stînga graficului s-a notat probabilitatea de ciocnire P_c în $=3{,}65\cdot$ standard ($p = 1$ torr, $T = 273$ K) dată de $P_c = N_1\sigma_0$, unde N_1 condiții 10^{16} molecule/cm^3, în condiții standard. În figura V.4 sînt date secțiunile eficace totale de ionizare prin ciocniri electronice σ_i, pentru He, Ne, A, H_2, N_2, în funcție de energia electronilor.

Relația (V.9) ne arată o atenuare exponențială a fasciculului cu x, mascînd însă influența concentrației N (implicată în a). Se obișnuiește uneori ca în (V.7) să fie explicitată presiunea p în locul concentrației N, atunci cînd

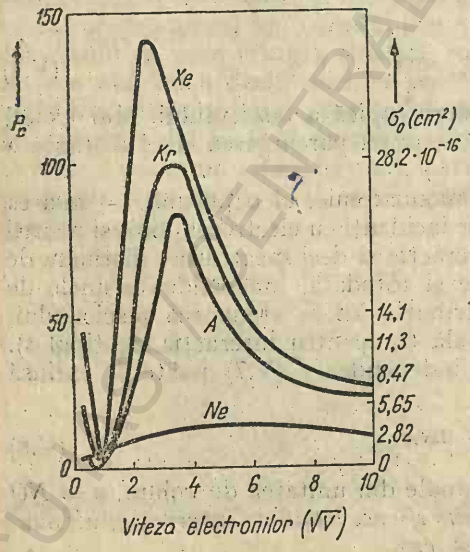


Fig. V.3. Secțiuni eficace totale de ciocnire elastică a electronilor cu Ne, A, Kr, Xe.

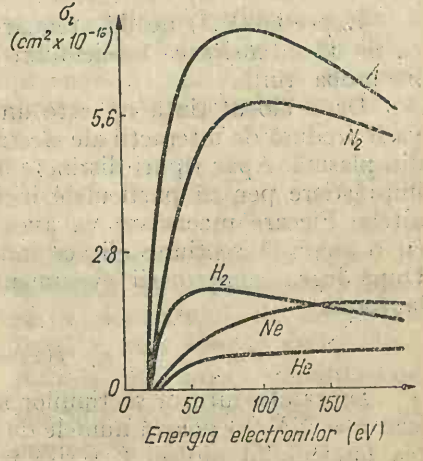


Fig. V.4. Selecțiuni eficace totale de ionizare prin ciocniri electronice.

lucrăm cu ţinte gazoase. Astfel, dacă T este temperatura absolută a gazului ţintă, vom avea

$$I(x) = I_0 e^{-\frac{Q}{kT} p \cdot x} \tag{V.11}$$

relaţie ce arată o atenuare exponenţială nu numai cu x, ci şi cu p, presiunea fiind mai accesibilă măsurătorilor directe decît concentraţia N.
Notînd

$$\frac{Q}{kT} = \alpha \tag{V.12}$$

α purtînd numele de coeficient de absorbţie, (V.11) devine

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha p x}. \tag{V.13}$$

În Sistemul Internaţional de unităţi coeficientul de absorbţie α se măsoară în $m \cdot N^{-1}$. Într-adevăr, din (V.7) şi (V.13) deducem

$$NQ = \alpha p. \tag{V.14}$$

De aici

$$[\alpha] = \frac{m^{-3}m^2}{N/m^2} = m \cdot N^{-1}. \tag{V.15}$$

În (V.15) N este notaţia pentru unitatea de forţă, în timp ce în (V.14) este concentraţia gazului ţintă.

Pentru a găsi relaţia dintre unităţile lui α şi ale lui Q, vom porni de la relaţia de definiţie (V.12), pe care o scriem sub forma

$$\frac{Q[m^2]}{\alpha[m \cdot N^{-1}]} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} T. \tag{V.16}$$

De regulă, rezultatele măsurătorilor se „reduc" la zero grade Celsius. La această temperatură ($T_0 = 273$ K) vom avea

$$\frac{Q_0[m^2]}{\alpha_0[mN^{-1}]} \simeq 3{,}77 \cdot 10^{21}. \tag{V.17}$$

Cum raportul între unităţi este invers raportului între mărimi, relaţia dintre cele două unităţi la 0°C va fi

$$1\ m \cdot N^{-1} = 3{,}77 \cdot 10^{-21}\ m^2. \tag{V.18}$$

În practica de laborator deseori se iau presiunea p în tori şi secţiunea Q în cm^2. Se obţine în acest caz pentru α_0 o unitate convenţională.

$$[\alpha] = \frac{cm^2 \cdot cm^{-3}}{torr} = cm^{-1}\ torr^{-1}. \tag{V.19}$$

Raportul între mărimi, pe baza relației (V.16) va fi

$$\frac{Q(\mathrm{cm}^2)}{\alpha(\mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{torr}^{-1})} = 1{,}38\cdot 10^{-16}\,\mathrm{T} \tag{V.20}$$

iar la 0°C

$$\frac{Q_0(\mathrm{cm}^2)}{\alpha_0(\mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{torr}^{-1})} = 1{,}38\cdot 10^{-16}\cdot 273\ \frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{grd}}\,\mathrm{grd}\Big) =$$

$$= 1{,}38\cdot 10^{-16}\cdot 273\ \mathrm{dyn}\cdot\mathrm{cm}. \tag{V.21}$$

Folosind relația dintre barie (dyn/cm²) și torr, 1 dyn/cm² = 760/1,013 · 10⁶ torr, relația (V.21) devine

$$\frac{Q_0(\mathrm{cm}^2)}{\alpha_0(\mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{torr}^{-1})} = 1{,}38\cdot 10^{-16}\cdot 273\ \frac{760}{1{,}013\cdot 10^6} \simeq 2{,}83\cdot 10^{-17} \tag{V.22}$$

iar între unități

$$1\ \mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{torr}^{-1} = 2{,}83\cdot 10^{-17}\ \mathrm{cm}^2. \tag{V.23}$$

De asemenea, vom avea

$$1\ \mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{torr}^{-1} = 2{,}83\cdot 10^{-23}\,\mathrm{m}^2 \simeq 0{,}75\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{N}^{-1}. \tag{V.23'}$$

Secțiunea eficace diferențială, secțiunea eficace de difuzie. Secțiunile eficace totale nu dau informații asupra împrăștierii unghiulare a particulelor după interacție. Astfel de informații se obțin cu ajutorul secțiunii eficace diferențiale. Considerăm în fig. V.5 un fascicul de electroni (de masă m_e) cu *densitatea de flux* Γ_e (electroni/m²·s) care interacționează cu o particulă de masă M. Fluxul incident va fi $\Phi_e = \Gamma_e S_0$ (electroni/s), unde S_0 este secțiunea transversală a unui „tub de curent" cilindric, definit de traiectoriile electronilor marginali având parametrul de șoc ρ. Elementul de arie

$$\mathrm{d}\sigma(v_e, \theta) = 2\pi\rho(\theta)\mathrm{d}\rho \tag{V.24}$$

este *secțiunea eficace diferențială* și reprezintă secțiunea străbătută de traiectoriile electronilor incidenți (cu parametrul de șoc între ρ și $\rho + \mathrm{d}\rho$) care vor fi deviate, după ciocnire, în unghiul solid $\mathrm{d}\Omega$ definit prin unghiurile de împrăștiere θ și $\theta + \mathrm{d}\theta$. Exprimînd elementul de unghi solid în funcție de unghiul de împrăștiere $\mathrm{d}\Omega = 2\pi \sin\theta\,\mathrm{d}\theta$ și ținînd seama că ρ este funcție de θ și deci $\mathrm{d}\rho = (\mathrm{d}\rho/\mathrm{d}\theta)\,\mathrm{d}\theta$, (V.24) se va scrie

$$\mathrm{d}\sigma = \frac{\rho}{\sin\theta}\left|\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\theta}\right|\mathrm{d}\Omega(\theta), \tag{V.25}$$

sau

$$\mathrm{d}\sigma = I(v_e, \theta)\,\mathrm{d}\Omega(\theta) \equiv 2\pi I(v_e, \theta)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta \tag{V.26}$$

unde

$$I(v_e, \theta) = \frac{\rho}{\sin\theta}\left|\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\theta}\right| \tag{V.27}$$

este intensitatea de împrăștiere corespunzătoare unui anumit tip de interacție, astfel că secțiunea eficace totală pentru interacția respectivă va fi obținută prin integrarea expresiei (V.26)

$$\sigma = \int_0^{4\pi} I(v_e, \theta)\, d\Omega = 2\pi \int_0^{\pi} I(v_e, \theta) \sin\theta\, d\theta. \qquad (V.28)$$

Calculul intensității de împrăștiere $I(v_e, \theta)$ presupune cunoașterea energiei potențiale de interacție dintre particule. În cele ce urmează ne vom referi la interacția elastică pentru care vom defini secțiunea eficace de difuzie. Elementul de flux $d\Phi_e$ care înțeapă elementul de suprafață $2\pi\rho\, d\rho$ va fi, evident,

$$d\Phi_e = \Gamma_e\, d\sigma_0 \left(\frac{\text{electroni}}{\text{s}}\right) \qquad (V.29)$$

unde $d\sigma_0$ este secțiunea eficace diferențială pentru ciocnirea elastică. Electronii acestui flux elementar vor fi deviați, după ciocnire, în unghiul solid $d\Omega$. Neglijînd eventuala influență a reculului particulei M asupra electronului, variația impulsului electronului pe direcția inițială, în ciocnirea elastică (vezi fig. V.5), va fi

$$\Delta p_e = m_e v_e (1 - \cos\theta). \qquad (V.30)$$

Electronii din fluxul elementar $d\Phi_e$ vor transmite atomilor țintă impulsul

$$dP_{tr} = \Delta p_e\, d\Phi_e \equiv \Delta p_e\, \Gamma_e\, d\sigma_0 \qquad (V.31)$$

astfel că impulsul total transmis gazului țintă în unitatea de timp de către toți electronii care au suferit ciocniri elastice cu particulele acestui gaz va fi

$$P_{tr} = \Gamma_e m_e v_e\, 2\pi \int_0^{\pi} I(v_e, \theta)(1 - \cos\theta) \sin\theta\, d\theta \qquad (V.32)$$

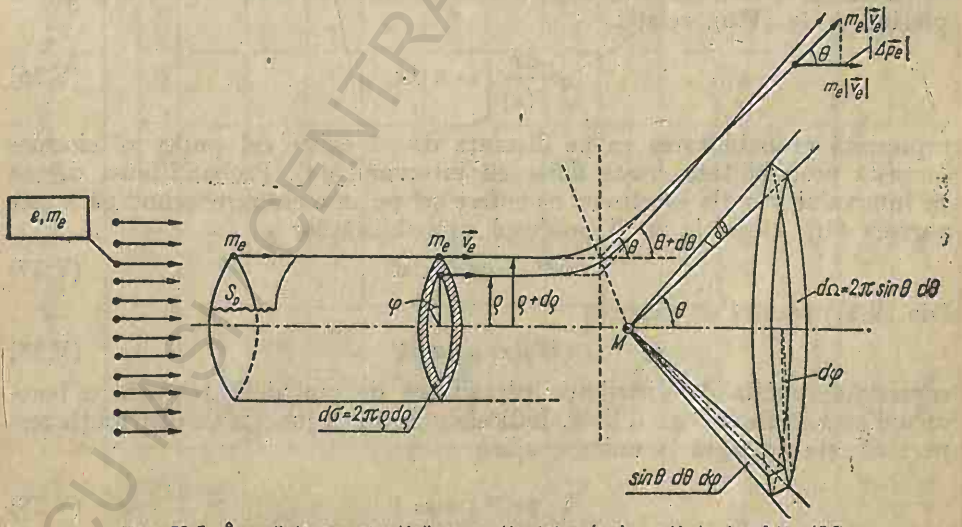


Fig. V.5. Împrăștierea elastică a particulelor (m_e) pe ținte imobile (M).

în care am folosit (V.26) și (V.30). Notînd

$$\sigma_d = 2\pi \int_0^{\pi} I(v_e, \theta)(1 - \cos\theta) \sin\theta \, d\theta \tag{V.33}$$

putem scrie

$$P_{tr} = \Gamma_e m_e v_e \sigma_d \tag{V.34}$$

unde $\Gamma_e m_e v_e$ este densitatea dc flux pentru impulsul transportat de fasciculul incident, iar σ_d este *secțiunea eficace de transfer al impulsului* sau *secțiunea eficace de difuzie* a electronilor. σ_d este o mărime importantă în studiul proceselor de difuzie a electronilor și ionilor în gaze.

Dacă în locul fasciculului de electroni se ia un fascicul de ioni (atomici sau moleculari) se poate trata în mod similar interacția dintre particule grele (ciocnirea ionilor cu atomii sau moleculele unui gaz țintă).

În tabelele V.2, V.3 și V.4 se dau o serie de date experimentale privind secțiunile eficace pentru ciocniri elastice și neelastice ale electronilor și ionilor în gaze atomice și moleculare. În tabelul V.3 s-a notat prin * pragul ciocnirii neelastice electron-atom precum și pragul de excitare a vibrațiilor în ciocnirea electron-moleculă. Pragul de disociere s-a marcat prin **, iar prin *** pragul tranziției electronice.

Pentru comparație, se dau în tabelul V.5 secțiunile eficace de ciocnire elastică între particule neutre (atomi și molecule) la energia cinetică de aproximativ $3 \cdot 10^{-2}$ eV, corespunzătoare agitației termice la temperatura camerei.

Drumul liber mediu, frecvența de ciocnire. Observăm că, plecînd de la (V.10), relația

$$\frac{I(x)}{I_0} = e^{-ax} \tag{V.35}$$

reprezintă probabilitatea ca pe distanța x să nu se producă nici o ciocnire (această probabilitate scade exponențial cu x) sau probabilitatea ca distanța x să fie parcursă fără ciocniri, deci ca x să fie un *drum liber*. Pe de altă parte, plecînd de la (V.6), relația

$$\left| \frac{dI}{I(x)} \right| = a \, dx \tag{V.36}$$

reprezintă probabilitatea ca pe distanța dx să existe cel puțin o ciocnire (această probabilitate crește liniar cu intervalul dx). Probabilitatea dP ca pe intervalul $x + dx$ electronul să sufere cel puțin o ciocnire, știind că x este parcurs fără ciocniri, va fi produsul probabilităților

$$dP = ae^{-ax} \, dx. \tag{V.37}$$

Din (V.37) rezultă că expresia

$$W_n(x) = ae^{-ax} \tag{V.38}$$

reprezintă funcția de distribuție (densitatea de probabilitate) pentru fenomenul ca x să fie un drum liber. Indicele n arată că funcția de distribuție respectivă este normată la unitate, adică

$$\int_0^{\infty} ae^{-ax} \, dx = 1 \tag{V.39}$$

Tabelul V.2

Secțiuni eficace, în 10^{-17} cm^2, la ciocnirea electron-moleculă pentru excitare electronică, disociere și ionizare, în funcție de energia electronilor incidenți, în eV.

Molecula	Tranziția	Pragul (eV)	Energia electronilor (eV)										
			10	14	20	30	50	70	100	140	200	300	500
H_2	$^1\Sigma_{g/H,H^-}$	3,71											
	$^1\Sigma_{g/H,H}$	4,48											
	$^1\Sigma_g/^3\Sigma_u^+$	8,85	0,55	4	4	1,4							
	$^1\Sigma_{g/H_2^*}$	12		0,1	7	10,5	8,5	2,8					
	$^1\Sigma_{g/H_2^+}$	15,4			2,8	6,8	9,3	9,6	9,2	8,2	7,1	5,7	4,9
	$^1\Sigma_{g/H,H^+}$	19,9			.	0,013	0,28	0,49	0,58	0,55	0,46	0,33	0,19
N_2	$^1\Sigma_g/^3\Sigma_u^+$	6,2	1,2	0,8	0,1								
	$^1\Sigma_{g/N_2^+}$	15,6			2,9	11	21	25	27	27	25	21	15,7
	$^1\Sigma_{g/N,N^+}$	25,3				0,24	2,6	4,7	5,9	6,2	5,6	4,5	3,2
O_2	$^3\Sigma_{g/O_2^+}^-$	12,5		0,58	3,4	9,6	20	26	29	29	27	23	18
	$^3\Sigma_{g/O,O^+}^-$	17,6				1,0	4,3	7,0	9,2	10,2	9,6	8,1	5,8
CO	$^1\Sigma^+/CO^+$	14,0			4,2	14,5	26	30	31	30	26	22	15,5
H_2^+	$e,H_2^+/e,H^+,...$	2,65				37	27	23	19,5	16	17,5	9,5	8

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul V.3.

Secțiuni eficace de difuzie σ_d, în 10^{-16} cm², pentru ciocnirea electronilor în gaze atomice și moleculare, în funcție de energia electronilor, în eV

Energia	Gaz														
	Cs	Hg	He	Ne	A	Kr	Xe	H_2	N_2	O_2	CO	CO_2	H_2O	N_2O	NH_3
0			5,0	0,14	10,1	41	135	8	1,8		11,5				2800
$1 \cdot 10^{-2}$	400		5,3	0,39	5,6	32	98	8,1	2,2		8,4	160		45	2000
1,4	320		5,3		4,8			8,3	2,4		7,4	140	2400	37	1300
2	250		5,4		3,9			8,5	2,8		6,5	120	1500	31	900
3	210		5,5	0,53	3,0	22	60	8,9	3,4	2,1	5,8	95	1000	26	600
5	170		5,6		1,8			9,3	4,3		5,6	75	600	21	350
7	165		5,7		1,05			9,9	5,2			60	430		230
$1 \cdot 10^{-1}$	160	20	5,8	0,79	0,41	7,8	19	10,6	6,0	3,1		* 45			
1,4	165		5,9		0,22			11,5	7,0						
2	185	165	6,1		0,155	2,5	5,6	12	8,0	*			*		
3	250	165	6,2	1,23	0,152	0,60	1,4	13	* 9,0		*				
5	σ_0	120	6,3		0,25	0,27	0,39	14,2	10						
7	310	100	6,3		0,50	0,44	0,84	* 15	10	6					
$1 \cdot 10^{0}$	270	82	6,4	1,68	1,05	1,03	1,84	15,5	10	*** 7,9					
1,4	* 370	65	6,4		1,90	1,93	3,7	15,8	11	σ_0					
2	500	48	6,5		3,3	3,5	7,6	15,5	24	6,6					
3		34	6,5	1,68	5,5	7,0	16,2	15	22	6,8					
5		*	6,3		8,8	15,2	31	** 12,5	11	6,9					
7			5,9		10,8	19,9	28	11,3	*** 10	** 7,9	***				
$1 \cdot 10^{1}$			5,5	1,12	12,7	* 20,2	*	9,5	** 9,5	9,7			** ***		
1,4					* 14			*** 8,2	11		**	***			
2			*		14,3			6,5	12			**			

Secțiuni eficace, în 10^{-16} cm², pentru interacția ion-atom și ion-moleculă, în funcție de energia cinetică a mișcării relative, în eV.

Gaz	Tipul de interacție	Energia cinetică a ionului (eV)							
		10^{-1}	$3 \cdot 10^{-1}$	1	3	10	30	100	300
H	$H^+,H/H,H^+$			55	46	42	36	24	21
	$H^-,H/H,H^-$					102	75	46	26
Cs	$Cs^+,Cs/Cs,Cs^+$	4000	2700	1800	1300		450	350	300
Hg	$Hg^+,Hg/Hg,Hg^+$					100	115	90	80
O	$O^+,O/O,O^+$						23	21	18
	$O_2^+,O/O_2,O^+$						4		5
He	$He^+,He/elastic$				14	8	3,5	1,5	
	$He^+,He/He,He^+$				22	17	15	12,5	
Ne	$Ne^+,Ne/elastic$				17	11	8	6,5	
	$Ne^+,Ne/Ne,Ne^+$				26	21	17	13	
A	$A^+,A/elastic$				34	26	22	20	
	$A^+,A/A,A^+$				39	33	29	24	
H_2	$H^+,H_2/elastic$					9	5		
	$H^+,H_2/H,H_2^+$							0,8	3,6
	$H_2^+,H_2/elastic$					19	12	5	
	$H_2^+,H_2/H_2,H_2^+$			21	16	13,5	10,5		
	$H_2^+,H_2/H^+,H,H_2$				1,5	3	6		
N_2	$N^+,N_2/N,N_2^+$					5	5	5	5
	$N_2^+,N_2/N_2,N_2^+$					39	37	34	30
O_2	$O^+,O_2/O,O_2^+$					13,5	13,5	13,5	13,5
	$O_2^+,O_2/O_2,O_2^+$						9,5	9	8
	$O^-,O_2/O,O_2^-$				2,8	1,5	2,2	2	
	$O_2^-,O_2/O_2,O_2^-$				0,2	1,5	6	6,5	
	$O_2^-,O_2/e,\ 2O_2$				19	15	12	9	

Tabelul V.5

Secțiunea eficace de ciocnire elastică între particule neutre σ_0, în 10^{-16} cm², la energia cinetică a mișcării relative de $3 \cdot 10^{-2}$ eV.

Gazul	Na	Cs	Hg	He	Ne	A	Kr	Xe	H_2	N_2	O_2	Cl_2
σ_0	>23	230	94	16	23	35	42	50	20	42	40	57

Valoarea medie a mărimii aleatoare x, adică *drumul liber mediu* λ se va calcula deci cu expresia

$$\lambda = \langle x \rangle = \int_0^\infty x W_n(x)\, dx. \tag{V.40}$$

Înlocuind pe $W_n(x)$ din (V.38) în (V.40) și ținînd seama că

$$\int_0^\infty te^{-t}\, dt = 1 \tag{V.41}$$

vom obține

$$\lambda = \frac{1}{a} \tag{V.42}$$

Putem deci scrie

$$\lambda = \frac{1}{NQ} = \frac{1}{\alpha p}. \tag{V.43}$$

Cum am spus mai sus, se folosește deseori, în afara Sistemului Internațional, presiunea în torr. În acest caz, α din (V.43) se ia în $cm^{-1} \cdot torr^{-1}$, Q în cm^2, iar N în cm^{-3} și rezultă λ în cm.

Drumul mediu liber de ciocnire poate fi introdus și pe o cale intuitivă. În figura V.6 este reprezentată prin linia plină graficul funcției (V.7), care ilustrează o distribuție continuă a drumurilor libere între 0 și ∞. Punînd condiția ca aria de sub acest grafic să fie egală cu aria de sub conturul dreptunghiular, ceea ce înseamnă de fapt egalitatea numărului de particule cu x între 0 și ∞ și cu $x = \lambda$, obținem

$$\int_0^\infty I(x)\, dx = I_0 \lambda. \tag{V.44}$$

Folosind (V.7) și integrînd, obținem expresia (V.43).

Menționăm că atît relația (V.7) cît și celelalte pot fi scrise și pentru concentrația $n(x)$ a particulelor din fasciculul incident (în particule/m^3)

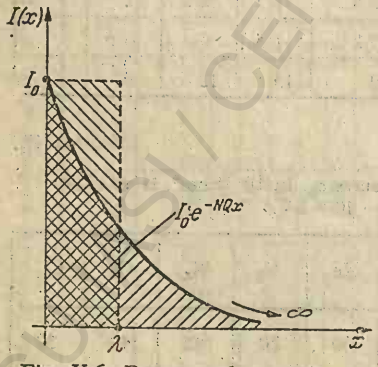


Fig. V.6. Drumul liber mediu λ.

$$n(x) = n_0 e^{-NQx} \tag{V.45}$$

sau pentru fluxul de particule Γ $\left(\frac{\text{particule}}{m^2 \cdot s}\right)$

$$\Gamma(x) = n(x)\, \bar{v} \tag{V.46}$$

adică

$$\Gamma(x) = \Gamma_0 e^{-NQx}. \tag{V.47}$$

Dacă, de exemplu, intensitatea fasciculului electronic incident este $I_0 = 8 \cdot 10^{-9}$A, fluxul incident de electroni $\Gamma_0 = I_0/e$ va fi egal cu $5 \cdot 10^{10}$ electroni/m^2s.

Pe scurt, dacă un fascicul incident de concentrație $n(x)$ pierde dn particule pe distanța dx în gazul țintă de concentrație N, putem scrie

$$dn = -NQn(x)\,dx \tag{V.48}$$

unde

$$Q = \left| \frac{dn/dx}{N \cdot n(x)} \right| \tag{V.49}$$

este secțiunea individuală medie (secțiune atomică sau moleculară) prezentată de fiecare particulă a gazului țintă și se măsoară în m^2. Mai putem exprima însă atenuarea dn și prin relația

$$dn = -an(x)\,dx \tag{V.50}$$

unde

$$a = \left| \frac{dn/dx}{n(x)} \right| = NQ \tag{V.51}$$

este secțiunea macroscopică prezentată de toate particulele din unitatea de volum a gazului țintă. Se măsoară în m^{-1}.

În sfîrșit, atenuarea fasciculului mai poate fi exprimată și prin relația

$$dn = -\alpha p \cdot n(x)\,dx \tag{V.52}$$

unde

$$\alpha = \left| \frac{dn/dx}{p \cdot n(x)} \right| = \frac{NQ}{p} \tag{V.53}$$

este coeficientul de absorbție și se măsoară în $m \cdot N^{-1}$ sau în unitatea nestandardizată $cm^{-1} \cdot torr^{-1}$.

Dacă împărțim distanța parcursă de particula proiectil în unitatea de timp (v) la drumul liber mediu, obținem *frecvența de ciocnire* ν_c (III.36) discutată în § III.2. Evident, mărimea

$$\tau_c = \frac{1}{\nu_c} \tag{V.54}$$

reprezintă timpul *mediu dintre două ciocniri succesive* sau „perioada" de ciocnire, în ipoteza ciocnirilor instantanee (V.4).

Înmulțind ν_c cu concentrația particulelor proiectil, n, obținem *viteza de reacție* (sau rata de reacție) discutată de asemenea în § III.2. Rata de reacție se măsoară în $s^{-1} \cdot m^{-3}$ și este importantă în evaluarea eficienței (randamentului) unor procese elementare la interacția diferitelor tipuri de particule.

V.3. ÎMBOGĂȚIREA FASCICULULUI INCIDENT COEFICIENTUL DE IONIZARE ÎN VOLUM (PRIMUL COEFICIENT TOWNSEND)

În fizica plasmei întîlnim deseori cazuri în care fasciculul incident pe un corp țintă se îmbogățește pe direcția sa de mișcare, x, în loc să slăbească. Mai precis, evoluția fasciculului de intensitate $I(x)$ se caracterizează prin

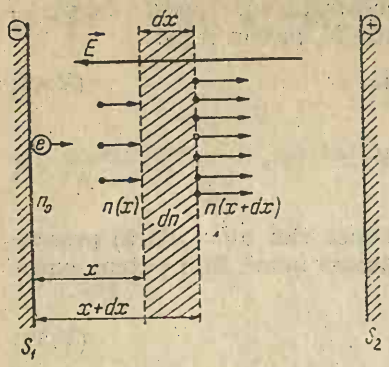


Fig. V.7. Îmbogățirea fasciculului de electroni.

condiția $I(x+\mathrm{d}x) > I(x)$. Pentru claritate, vom considera un fascicul monoenergetic de electroni, de intensitate I_0, care intră într-un gaz unde domnește și un cîmp electric de la care electronii au posibilitatea să preia energia necesară compensării pierderilor prin ciocniri. Presupunem de la început că la fiecare impact electronii au energia cinetică corespunzătoare ionizării particulelor gazului țintă. În urma fiecărui act de ionizare apare un ion pozitiv și (cel puțin) un electron. Pe această cale (a ionizării) numărul electronilor crește pe parcurs; fasciculul se îmbogățește. Se notează cu α numărul de ionizări produse de un electron pe unitatea de drum. Acesta este *primul coeficient Townsend*. Pe un interval $\mathrm{d}x$ electronul va produce $\alpha\,\mathrm{d}x$ ionizări. Dacă ionizările sînt simple (în urma ciocnirii este expulzat un singur electron), atunci pe distanța $\mathrm{d}x$ apar $\alpha\,\mathrm{d}x$ electroni noi. Dacă $\mathrm{d}x$ se află la distanța x de suprafața S_1 emițătoare de electroni (fig. V.7) și dacă $n(x)$ este concentrația electronilor la această distanță, atunci, evident, numărul ionizărilor (deci al electronilor noi) va fi

$$\mathrm{d}n = \alpha n(x)\,\mathrm{d}x. \tag{V.55}$$

În cazul în care electronii sînt accelerați în cîmpuri E uniforme, coeficientul α nu depinde de x, și integrarea ecuației (V.55) este imediată

$$n(x) = n_0 e^{\alpha x}. \tag{V.56}$$

unde n_0 este concentrația electronilor la $x = 0$, adică la S_1. Desigur relația (V.56) poate fi scrisă și pentru intensitatea curentului de particule

$$I(x) = I_0 e^{\alpha x}. \tag{V.57}$$

Cum reiese și din definiția dată mai sus, primul coeficient Townsend

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}n/\mathrm{d}x}{n(x)} \tag{V.58}$$

se măsoară în m^{-1}. Deși s-a folosit aceeași notație, el nu are nimic comun cu coeficientul de absorbție din (V.53). Dimensional, este asemănător secțiunii macroscopice (V.51), dar are altă semnificație fizică.

Primul coeficient Townsend poate fi definit și ca raportul dintre numărul mediu de ionizări produse de un electron în unitatea de timp și viteza medie (de antrenare) u_e a lui

$$\alpha = \frac{\langle \nu_i \rangle}{u_e} = \frac{\langle \nu_i \rangle}{\langle v_e \rangle}. \tag{V.59}$$

$\langle \nu_i \rangle$ se mai numește și frecvență medie de ionizare. Notînd cu $\langle \lambda_i \rangle$ drumul mediu liber de ionizare

$$\langle \nu_i \rangle = \frac{u_e}{\langle \lambda_i \rangle} = \frac{\langle v_e \rangle}{\langle \lambda_i \rangle}. \tag{V.60}$$

BCUAS CENTRALĂ

În cazul unor intervale mici de viteze, în care secțiunea de ionizare Q_i poate fi considerată constantă, vom putea lua $\langle\lambda_i\rangle = 1/NQ_i$, conform relației (V.43) și, prin urmare,

$$\alpha = \frac{NQ_i\langle v_e\rangle}{\langle v_e\rangle} = NQ_i. \tag{V.61}$$

În general, însă, $Q_i = Q_i(v)$, unde v este viteza electronului. Folosind expresiile de mediere (III.37) și (III.21), relația de definiție (V.59) va deveni

$$\alpha = \frac{N\int_{(v)} vQ_i(v)\, f_e(v)\, \mathrm{d}^3v}{\int_{(v)} vf_e(v)\, \mathrm{d}^3v} \tag{V.62}$$

care, evident, pentru cazurile particulare, cînd Q_i nu depinde de viteză, trece în (V.61). După cum se vede coeficientul Townsend poate fi calculat riguros numai în măsura în care sînt cunoscute funcțiile de distribuție electronice corespunzătoare. În plasme, calculul acestora este totdeauna afectat de erori, așa încît α are în toate cazurile valori aproximative.

V.4. INTERACȚIA BINARĂ ȘI LEGILE DE CONSERVARE

Vom examina, pe scurt, ciocnirea a două particule folosind numai legile de conservare ale impulsului și energiei, făcînd abstracție de structura particulelor și de natura forțelor de interacție dintre ele. Pentru simplitate, luăm vitezele inițiale v_1 și v_2 paralele între ele (fig. V.8). După interacție (discuția

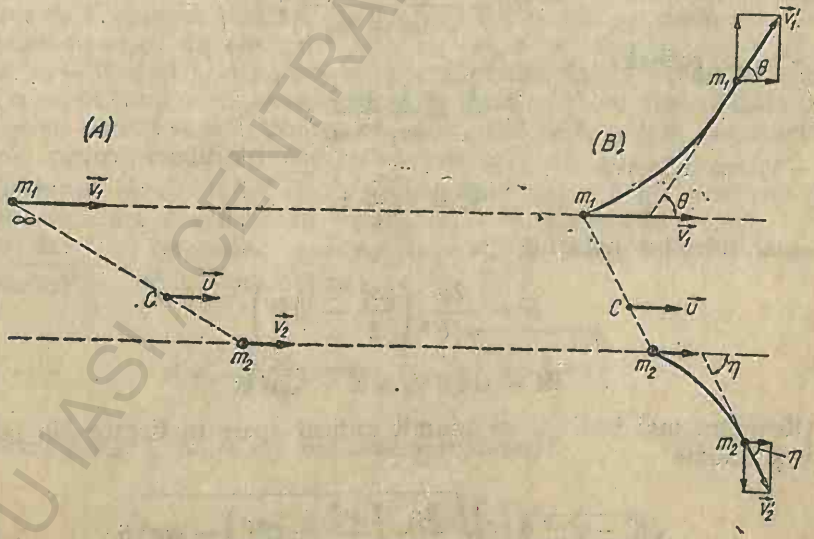


Fig. V.8. Deviațiile particulelor m_1 și m_2 după interacție.

se face în sistemul laboratorului), particula de masă m_1 va căpăta viteza v_1' și unghiul θ de deviație de la direcția inițială, iar particula de masă m_2 va căpăta viteza v_2' și deviația η.

Cele două legi de conservare amintite sînt date prin ecuațiile

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \tag{V.63}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \Delta W \tag{V.64}$$

unde ΔW este variația energiei cinetice totale de translație a celor două particule. Această variație corespunde unor modificări ale energiei interne a cel puțin uneia din particule (excitări, dezexcitări etc.). Ne limităm la cazul vitezelor mici față de viteza luminii, de aceea excludem orice variație relativistă a maselor.

Dăm mai jos expresiile pentru v_1', v_2', η în funcție de v_1, v_2, θ, ΔW, deduse din ecuațiile (V.62) și (V.63).

$$v_1' = MU \tag{V.65}$$

$$v_2' = U\left(1 + 2\frac{m_1}{m_2}\sin^2\theta \pm 2\frac{m_1}{m_2}\cos\theta\sqrt{K - \sin^2\theta} + \frac{m_1^2}{m_2^2}K\right)^{1/2} \tag{V.66}$$

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{M\sin\theta}{\frac{m_2}{\mu} - M\cos\theta}. \tag{V.67}$$

În aceste expresii apar următoarele mărimi:

— viteza centrului de masă

$$U = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}; \tag{V.68}$$

— masa redusă

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}; \tag{V.69}$$

— viteza relativă

$$v_r = v_1 - v_2. \tag{V.70}$$

S-au mai introdus notațiile

$$K = \frac{2\mu}{m_1^2 U^2}\left(\frac{\mu v_r^2}{2} - \Delta W\right) \tag{V.71}$$

$$M = \cos\theta \pm \sqrt{K - \sin^2\theta}. \tag{V.72}$$

Observăm mai întîi că un anumit radical apare în fiecare din cele trei relații și anume

$$\sqrt{K - \sin^2\theta} \equiv \sqrt{\frac{2\mu}{m_1^2 U^2}\left(\frac{\mu v_r^2}{2} - \Delta W\right) - sin^2\,\theta}. \tag{V.73}$$

Această împrejurare impune condiția generală

$$\frac{2\mu}{m_1^2 U^2}\left(\frac{\mu v_r^2}{2} - \Delta W\right) - \sin^2\theta > 0 \tag{V.74}$$

din care decurge

$$\Delta W < \frac{\mu v_r^2}{2} - \frac{m_1^2 U^2}{2\mu}\sin^2\theta. \tag{V.75}$$

Inegalitatea (V.75) ne arată că, pentru o deviație θ dată a particulei m_1 energia corespunzătoare schimbărilor interne ale particulelor nu poate fi mai mare decît o valoare limită

$$\Delta W_{lim} = \frac{\mu v_r^2}{2} - \frac{m_1^2 U^2}{2\mu}\sin^2\theta. \tag{V.76}$$

Pentru orice θ nenul, ΔW_{lim} este mai mică decît energia cinetică a mișcării relative $\frac{\mu v_r^2}{2}$.

Pentru o viteză relativă v_r și o viteză a centrului de masă U date, ΔW_{lim} depinde de deviația θ. Ea va fi maximă pentru $\theta = \pi$ (ciocnire centrală)

$$W_{lim}^{max} = \frac{\mu v_r^2}{2}. \tag{V.77}$$

Așadar, pentru modificări energetice interne ale particulelor poate fi pusă în joc cel mult energia cinetică de translație a centrului de masă (energia cinetică a mișcării relative). Dacă această energie este mai mică decît energia minimă necesară unei schimbări cuantice a cel puțin uneia dintre particule, ciocnirea va fi, desigur, elastică. Se poate vedea imediat că *electronul* de masă m_1 ciocnindu-se cu un atom de masă m_2 ($m_2 \gg m_1$, deci $\mu = m_1$), aflat în repaus ($v_2 = 0$, deci $v_r = v_1$) poate ceda atomului pînă la întreaga energie cinetică a sa, în timp ce *un atom* incident de masă egală cu atomul țintă ($m_1 = m_2 = m$, deci $\mu = m/2$) poate ceda doar pînă la jumătate din energia sa cinetică, pentru modificări energetice interne.

Ciocnirea elastică ($\Delta W = 0$) *electron-atom* ($m_1 \ll m_2$). Vom considera atomul, molecula sau ionul în repaus ($v_2 = 0$). Expresiile (V.68) — (V.72) ne vor da: $U = (m_1/m_2)v_1$, $\mu = m_1$, $v_r = v_1$, $K = (m_2/m_1)^2$, $M = \cos\theta \pm \pm \sqrt{(m_2/m_1)^2 - \sin^2\theta}$. Vom obține

$$v_1' = v_1\left(\frac{m_1}{m_2}\cos\theta \pm \sqrt{\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 - \sin^2\theta}\right). \tag{V.78}$$

În ipoteza noastră, $m_1 \ll m_2$, obținem aproximația

$$v_1' \simeq v_1\left(\frac{m_1}{m_2}\cos\theta \pm 1\right) \tag{V.79}$$

Sens fizic are semnul plus, căci pentru $\theta = 0$ trebuie să avem $v_1' = + v_1$. Adăugînd și scăzînd m_1/m_2 în paranteza din (V.79) și ținînd cont că $m_1/m_2 \ll 1$, vom putea pune această expresie și sub forma

$$v_1' = v_1\left[1 - \frac{m_1}{m_2}(1 - \cos\theta)\right]. \tag{V.80}$$

Pentru v_2' vom obține

$$v_2' = \frac{m_1}{m_2} v_1 \sqrt{2\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\sin^2\theta \pm \cos\theta\right)} \tag{V.81}$$

sau, aproximativ,

$$v_2' \simeq \frac{m_1}{m_2} v_1 \sqrt{2(1 - \cos\theta)} \tag{V.82}$$

(am ales semnul minus, deoarece, pentru $\theta = \pi$, v_2' nu poate fi nulă).

Neglijînd tot la fel în (V.67) infiniții mici de ordin superior, ce apar din condiția $m_1 \ll m_2$, obținem

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{\sin\theta}{1 \pm \cos\theta} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta} \tag{V.83}$$

unde am optat pentru semnul plus deoarece $\theta = 0$ implică $\operatorname{tg}\eta = 0$. Relația (V.83) se poate scrie

$$\operatorname{tg}\eta = \operatorname{tg}\frac{\theta}{2} \tag{V.84}$$

de unde

$$\eta = \frac{\theta}{2}. \tag{V.85}$$

Electronul va devia deci sub un unghi θ practic de două ori mai mare decît al atomului (η) față de direcția inițială.

Expresiile (V.80) și (V.82) ne ajută să stabilim o serie de mărimi importante pentru bilanțul interacției. Ne vom referi la trei dintre ele.

1. Variația relativă a vitezei particulei m_1

$$\Delta v_1 = \frac{v_1 - v_1'}{v_1}; \tag{V.86}$$

înlocuind obținem

$$\Delta v_1 = \frac{m_1}{m_2}(1 - \cos\theta). \tag{V.87}$$

2. Fracțiunea de energie cinetică preluată elastic de particula m_2 de la particula m_1

$$\varkappa = \frac{m_2 v_2'^2}{m_1 v_1^2} = 2\frac{m_1}{m_2}(1 - \cos\theta). \tag{V.88}$$

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3. Variația relativă a energiei cinetice a particulei m_1

$$\Delta W_c = \frac{v_1^2 - v_1'^2}{v_1^2} = 2\frac{m_1}{m_2}(1 - \cos\theta). \qquad (V.89)$$

Toate aceste mărimi au un maxim pentru ciocnirea frontală ($\theta = \pi$) și valoarea zero pentru absența interacției ($\theta = 0$).

Ciocnirea elastică ($\Delta W = 0$) *atom—atom* ($m_1 = m_2 = m$). Ne vom referi la cazul cînd cei doi parteneri ai interacției (atomi, ioni, molecule, electroni) sînt identici. Este corespondentul cazului macroscopic al bilelor de biliard. Vom lua și în acest caz $v_2 = 0$ și vom obține:

$$U = v_1/2,\ \mu = m/2,\ v_r = v_1,\ K = 1,\ M = 2\cos\theta.$$

Folosind aceste expresii, se obține ușor

$$v_1' = v_1 \cos\theta \qquad (V.90)$$

$$v_2' = v_1 \sin\theta \qquad (V.91)$$

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{1}{\operatorname{tg}\theta}. \qquad (V.92)$$

Ultima relație ne dă $\eta = \pi/2 - \theta$ sau

$$\eta + \theta = \frac{\pi}{2} \qquad (V.93)$$

care ne spune că, indiferent de valorile unghiurilor θ și η, suma lor este un unghi drept, adică direcțiile de deviație ale celor două particule identice sînt reciproc perpendiculare (fig. V.9). În plus, se vede din (V.90) că viteza v_1' a particulei incidente, după ciocnire, se micșorează pe măsură ce deviația ei θ crește, anulîndu-se pentru $\theta = \pi/2$. Pe de altă parte, viteza v_2' a particulei țintă (inițial, în repaus) crește cu θ pînă la valoarea maximă $v_2' = v_1$, pentru $\theta \equiv \pi/2$, în timp ce deviația ei $\eta = \pi/2 - \theta$ scade pînă la zero. Așadar, pentru

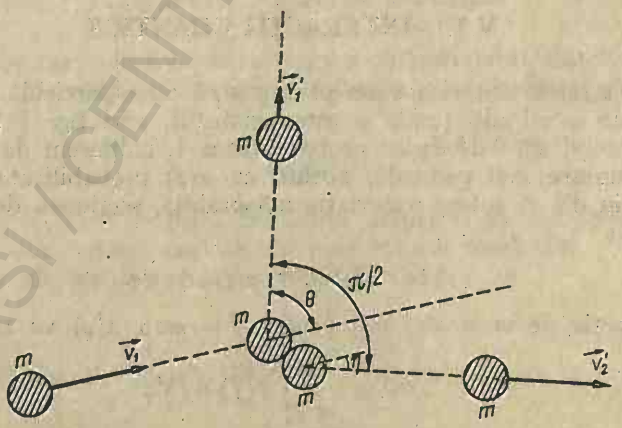


Fig. V.9. Ciocnirea a două particule identice.

$\theta = \pi/2$ (caz limită) particula proiectil se oprește, iar particula țintă pleacă cu viteza și după direcția inițială a primei. În acest caz are loc un transfer total de energie cinetică de la particula incidentă la cea ciocnită.

Cazul $m_1 \gg m_2$, $v_2 = 0$. Acestui caz îi corespunde ciocnirea ion de mare viteză cu un electron liber de viteză mică sau cu un electron legat (atomic), însă cu energie de legătură slabă față de energia cinetică a ionului. Se găsește imediat: $U = v_r = v_1$, $\mu = m_2$, $K = (m_2/m_1)^2$, $M = \cos\theta \pm \sqrt{(m_2/m_1)^2 - \sin^2\theta}$. Introducîndu-se aceste mărimi în (V.65), (V.66), (V.67), se găsesc expresiile corespunzătoare. Menționăm că radicalul de mai sus, care apare în toate cele trei expresii, impune condiția

$$\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 - \sin^2\theta \geq 0 \qquad \text{(V.94)}$$

de unde condiția pentru deviația θ a ionului pe ținte ușoare

$$\sin\theta \leqslant \frac{m_2}{m_1}. \qquad \text{(V.95)}$$

Deci fiind date m_1, m_2, particula grea nu va devia niciodată sub un unghi mai mare decît $\arcsin(m_2/m_1)$. Cum $m_1 \gg m_2$, (V.95) se mai poate scrie aproximativ

$$\theta \leqslant \frac{m_2}{m_1}. \qquad \text{(V.96)}$$

Atît (V.95), cît și (V.96) arată că deviația ionului pe ținte ușoare, aflate în repaus, este foarte mică, de aceea deseori se poate considera că el trece aproape nedeviat.

V.5. EFECTE CUANTICE LA INTERACȚIA PARTICULELOR

V.5.1. INTERACȚII CUANTICE

În paragrafele anterioare am presupus că orice particulă care trece prin secțiunea $dS = \rho d\rho d\varphi$ (unde φ este azimutul, vezi fig. V.5) este deviată în unghiul solid $\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$ cu probabilitatea 1, indiferent de valoarea lui ρ. Într-o formulare mai generală, notînd cu $\alpha(\rho)$ probabilitatea ca particula ce trece prin dS să sufere o deviație măsurabilă, secțiunea de interacție clasică se scrie

$$dQ = \alpha(\rho)\, dS \equiv \alpha(\rho)\, \rho\, d\rho\, d\varphi \qquad \text{(V.97)}$$

sau, în funcție de *momentul impulsului* $J = mv\rho$, $\alpha(\rho)$ va trece în $\beta(J)$

$$dQ = \frac{J}{m^2v^2}\, \beta(J)\, dJ\, d\varphi \qquad \text{(V.98)}$$

unde m este masa particulei proiectil, particula țintă fiind în repaus.

Secțiunea eficace totală mai poate fi deci scrisă sub forma

$$\sigma = \frac{2\pi}{m^2 v^2} \int_0^\infty J\beta(J)\, \mathrm{d}J. \tag{V.99}$$

Ținînd seama de faptul că particulele ce interacționează în plasmă se supun legilor mecanicii cuantice, momentul impulsului din (V.99) nu variază continuu, ci cuantificat

$$J = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar \tag{V.100}$$

unde $\hbar = h/2\pi$. Integrala din (V.99) va deveni o sumă, în care factorul $\beta(J)$ se transformă într-o funcție de l pe care o notăm $\gamma(l)$, iar

$$\mathrm{d}J = \frac{2l+1}{2\sqrt{l(l+1)}}\,\hbar \tag{V.101}$$

deoarece $\mathrm{d}l = 1$. Dacă $\lambda = h/mv$ este lungimea de undă de Broglie pentru particula incidentă și $k = 2\pi/\lambda$ modulul vectorului de undă, atunci

$$v = \frac{k\hbar}{m} \tag{V.102}$$

și introducînd (V.100), (V.101) și (V.102) în (V.99) transformată în sumă vom avea

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1)\,\gamma(l). \tag{V.103}$$

Determinarea probabilității $\gamma(l)$ ca particula cu momentul impulsului între $J(l)$ și $J(l+1)$ să sufere o deviație măsurabilă constituie o problemă de bază a teoriei cuantice a ciocnirilor.

V.5.2. APROXIMAȚIA CLASICĂ

Dacă a este raza efectivă de acțiune a potențialului împrăștietor creat de particula țintă, condiția de aplicabilitate a conceptului clasic de traiectorie este

$$\mathrm{d}\rho \ll a \tag{V.104}$$

unde $\mathrm{d}\rho$ poate fi oricît de mic. În teoria cuantică, $\mathrm{d}\rho$ nu poate lua valori oricît de mici din cauza cuantificării momentului unghiular $J = mv\rho$; variațiile posibile ale lui J sînt de ordinul $\hbar$

$$\Delta J \simeq \hbar \tag{V.105}$$

și condiția aproximației clasice (V.104) va deveni

$$\Delta\rho = \frac{\Delta J}{mv} \approx \frac{\hbar}{mv} \ll a. \tag{V.106}$$

Introducînd lungimea de undă de Broglie în (V.106) obținem

$$\lambda \ll 2\pi a. \qquad (V.107)$$

Dacă fasciculul incident este format din electroni cu energia cinetică de 10 eV, lungimea de undă asociată va fi $\lambda_e = 10^{-7}$ cm. Dacă fasciculul este protonic, cu aceeași energie cinetică, $\lambda_p = 9 \cdot 10^{-10}$ cm, iar dacă este ionic (și în general, alcătuit din particule grele) lungimea de undă este și mai mică. Cum raza sferei de acțiune a atomului (este de ordinul 10^{-8} cm, urmează că pentru electroni trebuie să aplicăm, în general, metodele mecanicii cuantice, în timp ce pentru particule grele (ioni, atomi, nuclee) poate fi folosită cu bună aproximație descrierea clasică a ciocnirii.

Tratarea cuantică a ciocnirilor electronice devine mai simplă în cazul în care energia cinetică a electronului incident este mult mai mare decît viteza electronilor legați ai atomului țintă. În acest caz avem de-a face cu o *interacție slabă* electron-atom (aproximația Born) și rezolvarea ecuației de undă a sistemului se simplifică.

La energii mai mici ale electronilor, se folosește *metoda undelor parțiale*, metodă mai exactă, dar mai laborioasă. Ea constă în determinarea amplitudinii undei împrăștiate, departe de centrul de împrăștiere, ca o sumă a amplitudinilor undelor parțiale provenite din zona țintei, luînd în considerație schimbările de fază introduse de interacția electron-atom țintă. Calculul acestor diferențe de fază între undele parțiale difuzate și incidente este deosebit de complicat și de aceea se folosesc deseori aproximări și integrări numerice.

V.5.3. EFECTUL RAMSAUER-TOWNSEND

La energii mici ale electronilor (aproximativ 0,7 eV) gazele inerte grele A, Kr, Xe devin aproape transparente pentru acești electroni. Cu alte cuvinte, probabilitatea de interacție a lor cu acești atomi devine aproape nulă la o astfel de energie, cum se poate vedea în fig. V.3. Acest efect cuantic, numit efect Ramsauer-Townsend poate fi explicat cantitativ prin metoda undelor parțiale (energii mici); aproximația Born (energii mari) nu dă rezultate în acest caz. În esență, el este un efect de rezonanță prin care potențialul de interacție introduce un număr întreg de lungimi de undă în sfera de acțiune, dînd diferențe de fază nule și deci secțiuni eficace totale nule.

Efectul R—T se observă și la unele molecule mai complexe cum sînt CH_4, C_2H_6, C_3H_8.

V.5.4. DISTRIBUȚII ONDULATORII

Un efect cuantic important constă în apariția unor maxime și minime de intensitate în distribuția unghiulară a electronilor împrăștiați pe centre atomice sau moleculare. Dependența intensității de împrăștiere $I(\theta)$ de unghiul de împrăștiere θ dă naștere unui tablou ce seamănă cu o figură de difracție. Fenomenul se explică de asemenea prin metoda undelor parțiale.

V.5.5. EFECTE CUANTICE LA INTERACȚIA ÎNTRE PARTICULE GRELE

În astfel de interacții pot apărea unele efecte explicabile numai în cadrul teoriei cuantice, cum sînt *transferul de excitare* $A^*, B/A, B^*$; *transferul de sarcină* $A^+, B/A, B^+$; *ionizarea Penning* $A^*, B/A, B^+, e$; *formarea de ioni negativi* $A^-, B/A, B^-$ etc.*

În general, astfel de procese sînt însoțite de o variație ΔE_i a energiei interne a cel puțin unuia din partenerii interacției. Cînd aceste procese au loc cu $\Delta E_i = 0$, ele sînt *procese rezonante* și secțiunile eficace ale lor sînt foarte mari. Un exemplu este transferul rezonant de sarcină $A^+, A/A, A^+$.

V.6. PRINCIPIUL ECHILIBRULUI DETALIAT ÎNTRE PROCESELE DIRECTE ȘI INVERSE. RELAȚIA KLEIN-ROSSELAND

Cum am văzut, în plasmă au loc procese elementare *directe* și *inverse*. Ele participă nemijlocit la crearea structurilor specifice plasmei, adică la formarea purtătorilor de sarcină, atomilor excitați și fotonilor. Dacă toate componentele plasmei (ionică, electronică, atomică, fotonică) sînt în echilibru termodinamic, trebuie să admitem că procesele directe și inverse se compensează reciproc. Aceasta se exprimă sub forma *principiului echilibrului detaliat* (sau de reversibilitate microscopică): *numărul de ciocniri din unitatea de volum și de timp (viteza sau rata de reacție) este același în ambele sensuri ale reacției*. Acest principiu este o generalizare a faptelor experimentale. Cu ajutorul lui se poate explica faptul că diverse distribuții sînt staționare în plasma la echilibru termodinamic. Astfel, de exemplu, dacă o parte din, electronii mai rapizi din plasmă excită atomii neutri, ei vor trece în alt grup cu viteză mai mică, datorită pierderii de energie cinetică în procesul de excitare. Dacă există echilibru termodinamic, numărul proceselor directe (de excitare) trebuie să fie egal cu numărul proceselor inverse (ciocniri supraelastice) care restabilesc fracțiunea necesară de electroni rapizi. Ca urmare, distribuția după viteze a electronilor se menține constantă. Dacă aceasta este maxwelliană, funcția de distribuție $f(v)$ va fi

$$f(v) = \frac{\mathrm{d}n}{n\mathrm{d}v} = 4\pi\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \qquad \text{(V.108)}$$

sau, notînd $u = v/v_{pr}$, unde $v_{pr} = (2kT/m)^{1/2}$ este viteza cea mai probabilă,

$$f(u) = \frac{\mathrm{d}n}{n\,\mathrm{d}u} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} \qquad \text{(V.109)}$$

iar față de energia cinetică de translație $E = mv^2/2$, funcția de distribuție se va scrie

$$f(E) = \frac{\mathrm{d}n}{n\,\mathrm{d}E} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{E^{1/2}}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{E}{kT}}. \qquad \text{(V.110)}$$

* Aceste reacții se mai scriu și de exemplu: (A^*, P), (A, B^*).

Tot ca urmare a acțiunii principiului echilibrului detaliat se stabilește în plasmă distribuția staționară Boltzmann între concentrațiile N_i și N_j ale atomilor excitați pe nivelele energetice E_i și E_j. Luînd zeroul energiei în starea legată de energie minimă ($E_0 = 0$), distribuția Boltzmann este

$$\frac{N_j}{N_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{E_j - E_i}{kT}} = \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ij}}{kT}} \tag{V.111}$$

unde g_i și g_j sînt ponderile statistice ale nivelelor i și j.

Dacă zeroul energiei se ia pe starea fundamentală, adică $E_i \equiv E_0 = 0$,

$$\frac{N_j}{N_0} = \frac{g_j}{g_0} e^{-\frac{E_j}{kT}}. \tag{V.112}$$

Deoarece concentrația totală (indiferent de starea de excitare) este $N = \sum_{j=0}^{\infty} N_j$, sumînd (V.112) după indicele j vom avea

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{g_0} \sum_{j=0}^{\infty} g_j e^{-\frac{E_j}{kT}} \tag{V.113}$$

sau

$$N_0 = N \frac{g_0}{Z(T)} \tag{V.114}$$

unde

$$Z(T) = \sum_{j=0}^{\infty} g_j e^{-\frac{E_j}{kT}} \tag{V.115}$$

este *funcția de partiție*. Înlocuind în (V.112) N_0 din (V.114) obținem

$$\frac{N_j}{N} = \frac{g_j}{Z(T)} e^{-\frac{E_j}{kT}}. \tag{V.116}$$

De asemenea, ca o consecință a echilibrului detaliat, densitatea spectrală de energie $\rho(\nu, T)$ se menține staționară, fiind dată de cunoscuta distribuție a lui Planck

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{V.117}$$

Așadar, deși în plasmă au loc tot felul de procese elementare, distribuția energiei de translație, populația nivelelor și distribuția cromatică sînt staționare (nu depind de timp).

Avînd în vedere strînsa dependență între procesele directe și cele inverse impusă de echilibrul microscopic, se pot stabili relații cantitative între secțiunile eficace ale celor două procese sau între probabilitățile lor. Mai jos

vom stabili o astfel de relație pentru reacția excitare-dezexcitare la ciocnirea electronului cu atomul. Vom considera reacțiile

$$A(E_i) + e(E_1) \rightleftarrows A(E_j) + e(E_2), \tag{V.118}$$

unde E_1 și E_2 sînt energiile electronului liber. Luînd $E_1 > E_2$, legea conservării energiei ne va da

$$E_1 - E_2 = E_j - E_i = h\nu_{ij} \tag{V.119}$$

și, prin urmare, $dE_1 = dE_2$, deoarece E_i (nivel inferior) și E_j (nivel superior) sînt date (fig. V.10). Presupunînd că reacțiile (V.118) au loc la echilibru termodinamic, vitezele electronilor vor avea o distribuție maxwelliană, iar populațiile atomice o distribuție Boltzmann. Dacă n_e este concentrația electronilor, viteza (rata) de reacție a ciocnirilor directe (excitare prin ciocniri electronice) este

$$\vec{R}_{ij} = N_i n_e \langle \vec{\sigma}_{ij} v_{e1} \rangle = N_i n_e \frac{1}{n_e} \int_{(E_1)} \vec{\sigma}_{ij}(E_1)\, v_{e1} f(E_1)\, dE_1 \tag{V.120}$$

unde $\vec{\sigma}_{ij}$ este secțiunea eficace pentru excitarea $i \rightarrow j$, iar $v_{e1} = \left(\frac{2E_1}{m}\right)^{1/2}$ este viteza electronului înainte de excitare. Viteza de reacție a ciocnirilor inverse (ciocnire superelastică) va fi

$$\overleftarrow{R}_{ij} = N_j n_e \langle \overleftarrow{\sigma}_{ij} v_{e2} \rangle = N_j n_e \frac{1}{n_e} \int_{(E_2)} \overleftarrow{\sigma}_{ij}(E_2)\, v_{e2} f(E_2)\, dE_2. \tag{V.121}$$

Conform principiului echilibrului detaliat, avem

$$\vec{R}_{ij} = \overleftarrow{R}_{ij}. \tag{V.122}$$

Folosind (V.110), putem scrie

$$f(E)\, dE = 2\left(\frac{E}{\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{E}{kT}} d\left(\frac{E}{kT}\right)$$

și vom avea

$$2N_i \int_{(E_1)} \vec{\sigma}_{ij}(E_1) \left(\frac{2E_1}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{E_1}{\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{E_1}{kT}} d\left(\frac{E_1}{kT}\right) =$$

$$= 2N_j \int_{(E_2)} \overleftarrow{\sigma}_{ij}(E_2) \left(\frac{2E_2}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{E_2}{\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{E_2}{kT}} d\left(\frac{E_2}{kT}\right). \tag{V.123}$$

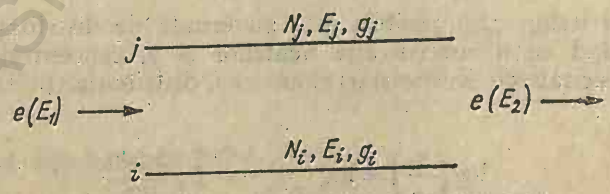


Fig. V.10. Ilustrare la relația Klein-Rosseland.

Ținînd seama de egalitatea $dE_1 = dE_2$ precum și de (V.111), expresia (V.123) devine

$$g_i \vec{\sigma}_{ij}(E_1)\, E_1 = g_j \overleftarrow{\sigma}_{ij}(E_2)\, E_2 \qquad \text{(V.124)}$$

și poartă numele de *relația Klein-Rosseland*. Ea stabilește o legătură între secțiunile eficace ale proceselor directe și inverse, greutățile statistice și energiile cinetice ale electronilor. O formă generalizată a acestei relații este

$$g_e g_i p_1^2 \vec{\sigma}_{ij} = g_e g_j p_2^2 \overleftarrow{\sigma}_{ij} \qquad \text{(V.125)}$$

unde am ținut seama de ponderile statistice ale electronilor ($g_e = 2$) și am introdus impulsul $p = (2mE)^{1/2}$. Se arată că (V.125) este valabilă pentru orice pereche de procese directe și inverse, cum ar fi fotoionizarea și recombinarea radiativă $A + h\nu \rightleftarrows A^+ + e$, reacțiile de schimb de forma $A_i + (BC)_j \rightleftarrows (AB)_n + C_m$ și altele.

V.7. EXCITAREA, IONIZAREA ȘI DISOCIEREA TERMICĂ. ECUAȚIA LUI SAHA

Prin creșterea presiunii gazului și a densității curentului electric, schimbul de energie cinetică între particulele plasmei, datorită ciocnirilor, poate deveni atît de intens, încît temperaturile cinetice ale electronilor $T_e(\mathrm{r})$, ale ionilor $T_i(\mathrm{r})$ și ale particulelor neutre de gaz $T_g(\mathrm{r})$ să se egalizeze în fiecare punct al plasmei

$$T_e(\mathrm{r}) = T_i(\mathrm{r}) = T_g(\mathrm{r}) = T(\mathrm{r}) \qquad \text{(V.126)}$$

În acest caz avem de-a face cu o plasmă termică. Un exemplu este plasma arcului electric de mare presiune. În general, în condițiile echilibrului termic (V.126), populațiile stărilor excitate sînt date de distribuția Boltzmann (V.111), iar gradul de ionizare și disociere este dat de ecuația Saha.

V.7.1. EXCITAREA TERMICĂ

Să considerăm un ansamblu de N particule (atomi sau molecule) care ocupă un volum V la temperatura T. În general, dacă numărul de stări cuantice disponibile este mult mai mare decît numărul de particule (gaz degenerat), adică

$$\frac{N}{V}\left(\frac{h^2}{2\pi m k T}\right)^{3/2} \ll 1, \qquad \text{(V.127)}$$

ocuparea diferitelor stări posibile este guvernată de distribuția Boltzmann (V.111). Notînd cu n concentrația neutrilor și n_j concentrația (populația) particulelor excitate pe diverse stări cuantice j, distribuția Boltzmann (V.116) ne va da

$$\log\left(\frac{n_j}{n}\right) = \log\frac{g_j}{Z(T)} - E_j\,\frac{5\,040}{T} \qquad \text{(V.128)}$$

unde E_j este exprimat în eV, iar T în K. Energiile E_j se obțin din termenii spectrali, dați de obicei în cm^{-1}; valorile lor în eV se pot calcula din echivalența $eV = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = hc\nu$, de unde rezultă 1 eV = 8 068 cm^{-1}.

Relațiile de mai sus sînt valabile la echilibru termic pentru orice specie atomică sau moleculară, indiferent de stadiul de ionizare.

V.7.2. RELAȚII ÎNTRE FUNCȚIA DE PARTIȚIE ȘI FUNCȚIILE TERMODINAMICE

Să exprimăm mai întîi relația dintre energia medie $\langle E \rangle$ a unei particule și funcția de partiție $Z(T)$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{n}\sum_i n_i E_i = \frac{1}{n}\frac{n_0}{g_0}\Sigma g_i E_i e^{-\frac{E_i}{kT}}.$$

Folosind (V.114), vom avea

$$\langle E \rangle = \frac{1}{Z(T)}\sum_i g_i E_i e^{-\frac{E_i}{kT}} = \frac{kT^2}{Z}\frac{\partial Z}{\partial T} = kT^2\frac{\partial}{\partial T}(\ln Z). \qquad (V.129)$$

Energia totală ε a sistemului de N particule va fi deci

$$\varepsilon = N\langle E \rangle = NkT^2\frac{\partial}{\partial T}(\ln Z). \qquad (V.130)$$

Se arată că și celelalte mărimi de stare (funcții termodinamice) pot fi exprimate prin funcția de partiție astfel:

— energia liberă

$$F = E - TS = -NkT\ln Z; \qquad (V.131)$$

— presiunea

$$p = NkT\frac{\partial}{\partial V}(\ln Z); \qquad (V.132)$$

— entropia

$$S = Nk\frac{\partial}{\partial T}(T\ln Z) \equiv Nk\ln Z - \frac{\varepsilon}{T}; \qquad (V.133)$$

— entalpia

$$H = \varepsilon + pV = NkT^2\frac{\partial}{\partial T}(\ln Z) + NkT; \qquad (V.134)$$

— entalpia liberă (potențialul Gibbs)

$$G = H - TS = NkT(1 - \ln Z). \qquad (V.135)$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

V.7.3. EXPRESII ALE FUNCȚIEI DE PARTIȚIE

Ținînd seama de faptul că energia totală E, a unei particule se compune din energia internă E_i (energia stărilor nucleare E_n, electronice E_e, de vibrație E_v și de rotație E_r) și energia mișcării de translație E_t, adică

$$E = E_i + E_t = E_n + E_e + E_v + E_r + E_t \tag{V.136}$$

funcția de partiție totală, cuprinzînd diverse grade de libertate se poate scrie

$$Z = Z_i Z_t = Z_n Z_e Z_v Z_r Z_t. \tag{V.137}$$

O astfel de separare este posibilă în gaze ideale, în care forțele dintre particule sînt neglijabile. Aceasta este posibilă și în gaze ionizate și plasme, deoarece energia kT este mult mai mare decît energia potențială perturbatoare a celorlalte particule. Astfel, de exemplu, într-o plasmă complet ionizată, se poate scrie

$$kT \gg \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} \tag{V.138}$$

unde $d \sim n^{-1/3}$ este distanța medie dintre particule (electroni, ioni) avînd sarcina q. Introducînd lungimea Landau

$$\lambda_L = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 kT} \tag{V.139}$$

condiția de gaz perfect a plasmei se va scrie

$$\frac{\lambda_L}{d} \simeq \frac{q^2 n^{1/3}}{4\pi\varepsilon_0 kT} \ll 1 \tag{V.140}$$

condiție în general îndeplinită în plasme total ionizate (dominate de interacțiunile coulombiene, de distanță mare $V(r) - 1/r$) și cu atît mai mult îndeplinită în plasme parțial sau slab ionizate (dominate de interacțiuni de mică distanță).

Să analizăm, pe scurt, părțile componente ale funcției de partiție totale (V.136). Pentru temperaturile de interes în plasmă, energiile stărilor nucleare depășesc mult energia termică, $E_n \gg kT$, astfel că funcția de partiție corespunzătoare stărilor nucleare poate fi scrisă

$$Z_n \simeq g_{0n}.$$

Pentru componenta electronică a funcției Z vom avea

$$Z_e = \sum_{j=0}^{\infty} (2j+1)\, e^{-\frac{E_j}{kT}} \tag{V.141}$$

unde $g_j = 2j + 1$, j fiind numărul cuantic intern.

Introducînd $E_v = \left(v + \frac{1}{2}\right) h\nu$, v fiind numărul cuantic de vibrație și $g_v = 1$, componenta vibrațională va fi

$$Z_v = \sum_{v=0} \exp\left[-\left(v + \frac{1}{2}\right)\frac{h\nu}{kT}\right]. \tag{V.142}$$

Dacă notăm $\theta_v = h\nu/k$ temperatura de vibrație caracteristică, vom avea

$$Z_v = \frac{\exp\left(-\theta_v/2T\right)}{1 - \exp\left(-\theta_v/T\right)} = \left[2 \sin h\left(\frac{\theta_v}{2T}\right)\right]^{-1}. \tag{V.143}$$

Introducînd $g_J = 2J + 1$, $E_r = \frac{J(J+1)\,\mathrm{h}^2}{8\pi^2 I}$, unde $I = m_r r^2$ este momentul de inerție, componenta de rotație va fi

$$Z_r = \sum_{J=0}^{\infty} (2J + 1) \exp\left[-(J + 1)\frac{\theta_r}{T}\right], \tag{V.144}$$

în care $\theta_r = h^2/8\pi^2 kI$ este temperatura de rotație caracteristică.

Pentru a scrie componenta Z_t a mișcării de translație, ținem seama că energia de translație $E_t = p^2/2m$ are un spectru continuu de valori. Cum celula elementară în spațiul fazelor (r, p) este h^3, ponderea statistică a stărilor care pot fi acomodate în volumul $\mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}^3 r \mathrm{d}^3 p$ este $\mathrm{d}\Omega/h^3$; ecuația Boltzmann pentru spectrul continuu este

$$\frac{\mathrm{d}n}{n_0} = \frac{\mathrm{d}\Omega/h^3}{g_0} \exp\left[-\frac{1}{kT}\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right)\right] \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}z\, \mathrm{d}p_x\, \mathrm{d}p_y\, \mathrm{d}p_z \tag{V.145}$$

unde $\mathrm{d}n$ este numărul de stări ocupate în volumul $\mathrm{d}\Omega$. Integrînd (V.145) în volumul V și pe tot spațiul impulsurilor*, rezultă

$$\frac{n}{n_0} = \frac{1}{g_0} V \left(\frac{2\pi m k T}{h^2}\right)^{3/2} \equiv \frac{Z_t(T)}{g_0} \tag{V.146}$$

unde, prin analogie cu (V.113) și (V.114), funcția de partiție pentru mișcarea de translație este

$$Z_t(T) = V\left(\frac{2\pi m k T}{h^2}\right)^{3/2}. \tag{V.147}$$

Într-adevăr, se poate vedea ușor că înlocuind (V.147) în (V.129) obținem $\langle E \rangle = (3/2)\, kT$. În cazul electronilor, datorită celor două orientări posibile ale spinului, ponderea statistică va fi $2\mathrm{d}\Omega/h^3$ și expresia (V.147) trebuie înmulțită cu 2.

---

* $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \mathrm{d}x = \sqrt{\pi}$

V.7.4. IONIZAREA ŞI DISOCIEREA TERMICĂ. ECUAŢIA LUI SAHA

Considerăm procesul de ionizare termică a atomilor cu energia de ionizare $E_\infty = eV_i$. Luînd zeroul energiei potenţiale în starea fundamentală a electronului în atom ($E_0 = 0$), energia totală a electronului va fi

$$E = E_\infty + \frac{p^2}{2m} = eV_i + \frac{p^2}{2m}. \tag{V.148}$$

Numărul dn_e de electroni liberi din volumul $d\Omega = d^3\gamma\, d^3p$ este dat de distribuţia Boltzmann (V.112) şi anume

$$\frac{dn_e}{n_0} = \frac{g_e\, d\Omega/h^3}{g_0} \exp\left[-\frac{1}{kT}\left(eV_i + \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}\right)\right]. \tag{V.149}$$

Integrînd pe tot volumul V şi pe spaţiul impulsurilor, obţinem

$$\frac{n_e}{n_0} = \frac{2V\left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{3/2}}{g_0} e^{-\frac{eV_i}{kT}} \tag{V.150}$$

în care am folosit $g_e = 2$ — ponderea statistică a electronului.

Volumul V în această integrare revine unui electron eliberat prin ionizare, deci unui ion pozitiv; notînd cu n_1 concentraţia ionilor simpli, ponderea statistică g_1 a lor va fi

$$g_1 = n_1 V. \tag{V.151}$$

Ţinînd seama de (V.151), relaţia (V.150) devine

$$\frac{n_1}{n_0} n_e = \frac{g_1}{g_0} g_e \left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{eV_i}{kT}\right). \tag{V.152}$$

Aceasta este ecuaţia lui Saha.

Notînd cu n_A, n_{A+} concentraţiile (populaţiile) atomilor, respectiv ionilor, excitaţi şi ţinînd seama că n_0, n_1 sînt concentraţiile atomilor şi ionilor în starea fundamentală, putem scrie, conform relaţiei (V.114),

$$\frac{n_0}{g_i} = \frac{n_A}{Z_{eA}}, \quad \frac{n_1}{g_1} = \frac{n_{A+}}{Z_{eA+}} \tag{V.153}$$

unde Z_{eA} şi Z_{eA+} sînt funcţiile de partiţie pentru energiile electronului în stările legate atomică şi, respectiv, ionică. Folosind (V.153), ecuaţia lui Saha se mai poate scrie sub forma

$$\frac{n_{A+}}{n_A} n_e = \frac{Z_{eA+}}{Z_{eA}} Z_e e^{-\frac{E_\infty}{kT}} \equiv \frac{Z_{eA+}}{Z_{eA}} 2\left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\frac{eV_i}{kT}} \tag{V.154}$$

în care Z_e este funcţia de partiţie a electronilor liberi.

Ecuația lui Saha poate fi generalizată direct pentru un atom de r ori ionizat

$$\frac{n_{r+1}}{n_r} n_e = \frac{Z_{e,r+1}}{Z_{e,r}} 2 \left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_r}{kT}\right) \tag{V.155}$$

unde E_r este energia de ionizare simplă a ionului r. Introducînd presiunea electronilor $p_e = n_e kT$, se mai poate scrie

$$\frac{n_{r+1}}{n_r} p_e = \frac{Z_{e,r+1}}{Z_{e,r}} 2 \left(\frac{2\pi m}{h^2}\right)^{3/2} (kT)^{5/2} \exp\left(-\frac{E_r}{kT}\right) \tag{V.156}$$

au, exprimînd p_e în bari (1 bar = 1 dyn/cm², 1 at = 1,013 · 10⁶ bar), E_r în eV și T în K, putem scrie

$$\log\left(\frac{n_{r+1}}{n_r} p_e\right) = \log\left(\frac{2Z_{e,r+1}}{Z_{e,r}}\right) - E_r \frac{5040}{T} + \frac{5}{2} \log T - 0{,}48. \tag{V.157}$$

Pentru disocierea termică a moleculelor ($AB \rightleftarrows A + B$) se poate de asemenea generaliza ecuația lui Saha direct din (V.154)

$$\frac{n_A n_B}{n_{AB}} = \frac{Z_A Z_B}{Z_{AB}} \exp\left(-\frac{D}{kT}\right) \tag{V.158}$$

unde D este energia de disociere. Ținîndu-se seama de mișcarea relativă, se va introduce în (V.154) masa redusă $m_A m_B/(m_A + m_B)$

$$\frac{n_A n_B}{n_{AB}} = \frac{Z_{eA} Z_{eB}}{Z_{rveAB}} \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{D}{kT}\right). \tag{V.159}$$

Notînd cu n concentrația inițială (a neutrilor), să introducem în formula lui Saha gradul de ionizare a plasmei α, definit pentru o plasmă cu ioni simpli C ($n_1 = n_e$) prin

$$\alpha = \frac{n_1}{n} = \frac{n_e}{n}. \tag{V.160}$$

Pentru aceasta, să înmulțim sus și jos constanta de echilibru $K(T) = \frac{n_1 n_e}{n_0}$ din (V.152) cu presiunea totală $p = (n_0 + n_1 + n_e)\, kT$

$$K(T) = \frac{n_1 n_e}{p n_0} p.$$

Ținînd seama de relațiile

$$n = n_0 + n_1 = n_0 + n_e \tag{V.161}$$

vom avea

$$K = \frac{n_1 n_e}{(n + n_1)(n - n_1)} \frac{p}{kT} \equiv \frac{n_1 n_e}{n^2 - n_1^2} \frac{p}{kT}$$

și introducînd, conform cu (V.160) $n_1 = n_e = \alpha n$, obținem

$$K = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \frac{p}{kT}. \tag{V.162}$$

Cu (V.162), ecuația lui Saha (V.152) devine

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} p = \frac{g_1}{g_0} 2 \left(\frac{2\pi m}{h^2}\right)^{3/2} (kT)^{5/2} \exp - \frac{eV_i}{kT} \tag{V.163}$$

unde am pus $g_e = 2$. Această formă a ecuației lui Saha pune în evidență o lege de deplasare a echilibrului: fixînd T și scăzînd p, de exemplu, gradul de ionizare, α crește.

Evident, cînd $\alpha \ll 1$, ecuația lui Saha se poate scrie

$$\alpha^2 p = \frac{g_1}{g_0} 2 \left(\frac{2\pi m}{h^2}\right)^{3/2} (kT)^{5/2} \exp\left(-\frac{eV_i}{kT}\right), \tag{V.164}$$

valabilă în cazul plasmelor slab ionizate.

În tabelul V.6 se dau expresiile constantei de echilibru $K = [A][B]/[AB]$ pentru ionizarea și disocierea termică a aerului. Tabelul V.7 prezintă greutățile statistice și energiile de ionizare ale elementelor.

Tabelul V.6

Constanta de echilibru $K(T,V)$ pentru ionizarea și disocierea termică a aerului.

Reacția	Constanta de echilibru $K(T,V)$
$N_2 \rightleftarrows 2N$ $D = 9{,}756$ eV	$\frac{[N]^2}{[N_2]} = V \left(\frac{\pi m_N kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{Z_N^2}{Z_{N_2}} e^{-D/kT}$
$N_2 \rightleftarrows N_2^+ + e$ $eV_i = 15{,}756$ eV	$\frac{[N_2^+][e]}{[N_2]} = 2V \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{Z_{N_2^+}}{Z_{N_2}} e^{-eV_i/kT}$
$N \rightleftarrows N^+ + e$ $eV_i = 14{,}546$ eV)	$\frac{[N^+][e]}{[N]} = 2V \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{Z_{N^+}}{Z_N} e^{-eV_i/kT}$
$NO \rightleftarrows N + O$ $D = 6{,}49$ eV	$\frac{[N][O]}{[NO]} = V \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \frac{m_N m_0}{m_{NO}}\right)^{3/2} \frac{Z_N Z_0}{Z_{NO}} e^{-D/kT}$
$O_2 \rightleftarrows 2O$ $D = 5{,}1155$ eV	$\frac{[O]^2}{[O_2]} = V \left(\frac{\pi m_0 kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{Z_0^2}{Z_{O_2}} e^{-D/kT}$
$O_2 \rightleftarrows O_2^+ + e$ $eV_i = 12{,}05$ eV	$\frac{[O_2^+][e]}{[O_2]} = 2V \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{Z_{O_2^+}}{Z_{O_2}} e^{-eV_i/kT}$
$O \rightleftarrows O^+ + e$ $eV_i = 13{,}61$ eV	$\frac{[O^+][e]}{[O]} = 2V \left(\frac{(2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{Z_{O^+}}{Z_O} e^{-eV_i/kT}$
$NO \rightleftarrows NO^+ + e$ $eV_i = 9{,}258$ eV	$\frac{[NO^+][e]}{[NO]} = 2V \left(\frac{(2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{Z_{NO^+}}{Z_{NO}} e^{-eV_i/kT}$
$O^- \rightleftarrows O + e$ $E_a = 1{,}4$ eV	$\frac{[O][e]}{[O^-]} = 2V \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{Z_O}{Z_{O^-}} e^{-E_a/kT}$

Ponderile statistice g și energiile de ionizare E ale elementelor.

Z	Elementul	Greutatea atom.	g_0	E_0 (eV)	g_1	E_1 (eV)	g_2	E_2 (eV)	g_3	E_3 (eV)	g_4	E_4 (eV)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	H	1,008	2	13,59								
2	He	4,003	1	24,58	2	54,40						
3	Li	6,49	2	5,39	1	75,62	2	122,42				
4	Be	9,02	1	9,32	2	18,21	1	153,85	2	217,66		
5	B	10,82	6	8,30	1	25,15	2	37,92	1	259,30	2	340,13
6	C	12,01	9	11,26	6	24,38	1	47,86	2	64,48	1	391,99
7	N	14,01	4	14,54	9	29,60	6	47,43	1	77,45	2	97,86
8	O	16,00	9	13,61	4	35,15	9	54,93	6	77,39	1	113,87
9	F	19,00	6	17,42	9	34,98	4	62,65	9	87,23	6	114,21
10	Ne	20,18	1	21,56	6	41,07	9	63,5	4	97,16	9	126,4
11	Na	23,00	2	5,14	1	47,29	6	71,65	9	98,88	4	138,60
12	Mg	24,32	1	7,64	2	15,03	1	80,12	6	109,29	9	141,23
13	Al	26,97	6	5,98	1	18,82	2	28,44	1	119,96	6	153,77
14	Si	28,06	9	8,15	6	16,34	1	33,46	2	45,13	1	166,73
15	P	30,98	4	10,55	9	19,65	6	30,16	1	51,35	2	61,05
16	S	32,07	9	10,36	4	23,4	9	35,0	6	47,29	1	72,5
17	Cl	35,46	6	13,01	9	23,80	4	39,90	9	53,5	6	67,80
18	Ar	39,94	1	15,75	6	27,62	9	40,90	4	59,79	9	75,0
19	K	39,10	2	43,34	1	39,81	6	46	9	60,90	4	82,5
20	Ca	40,08	1	6,11	2	11,87	1	51,21	6	67	9	84,39
21	Sc	45,10	10	6,56	15	12,89	10	24,75	1	73,9	6	92
22	Ti	47,90	21	6,83	28	13,57	21	27,47	10	43,24	1	99,8
23	V	50,95	28	6,74	25	14,2	28	29,31	21	48	10	65,2
24	Cr	52,01	7	6,76	6	16,49	25	30,95	28	49,6	21	73
25	Mn	54,93	6	7,43	7	15,64	6	33,69	25	53	28	76
26	Fe	55,85	25	7,90	30	16,18	25	30,64	6	56	25	79
27	Co	58,94	28	7,86	21	15,05	28	33,49	25	53	6	82
28	Ni	58,69	21	7,63	10	18,15	21	35,16	—	56	25	79
29	Cu	63,54	2	7,72	1	20,29	10	36,83				
30	Zn	65,38	1	9,39	2	17,96	1	39,70				
31	Ga	69,72	6	6,00	1	20,51	2	30,70				
32	Ge	72,60	9	7,88	6	15,93	1	34,21				

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul V.7 (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
33	As	74,91	4	9,81	9	20,2	6	28,3				
34	Se	78,96	9	9,75	4	21,5	9	32,0				
35	Br	79,92	6	11,84	9	21,6	4	35,9				
36	Kr	83,7	1	14,00	6	24,56	9	36,9				
37	Rb	85,48	2	4,18	1	27,5	6	40		80		
38	Sr	87,63	1	5,69	2	11,03	1	43				
39	Y	88,92	10	6,38	1	12,4	10	20,5				
40	Zr	91,22	21	6,83	28	14,03	21	24,8				
41	Nb	92,91	30	6,88	25	14	28	28,1				
42	Mo	95,95	7	7,13	—	15,7	—	29,6				
43	Tc	99	—	7,23	—	14,9	—	31,9				
44	Ru	101,7	35	7,36	—	16,6	—	30,3				
45	Rh	102,9	28	7,46	—	15,9	—	32,8				
46	Pd	106,7	1	8,33	10	19,4						
47	Ag	107,88	2	5,57	1	21,5	—	36,1				
48	Cd	112,4	1	8,99	2	16,9	—	44,5				
49	In	114,8	6	5,78	1	18,9	—	28,0				
50	Sn	118,7	9	7,33	6	14,6	—	30,7				
51	Sb	121,8	4	8,64	—	16,7	—	24,8				
52	Te	127,6	9	9,01	—	18,8	—	31				
53	I	126,9	6	10,44	—	19,0	—	33				
54	Xe	131,3	1	12,13	—	21,2	—	32,1		46		76
55	Cs	132,9	2	3,89	1	25,1	—	34,6		51		58
56	Ba	137,3	1	5,21	2	9,96	—	37				
57	La	138,9	10	5,61	21	11,4	—	19,2				
58	Ce	140,1	33	6,91	—	12,3	—	19,5				
59	Pr	140,9	—	5,76								
60	Nd	144,3	65	6,31								
61	Pm	147										
62	Sm	150,4	49	5,6	—	11,4						
63	Eu	152,0	8	5,67	—	11,2						
64	Gd	156,9	45	6,16								
65	Tb	159,2	66	6,74								
66	Dy	162,5	—	6,82								
67	Ho	164,9										
68	Er	167,2										
69	Tm	169,4										

BCU "ALEXANDRU IOAN CUZA" UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul V.7 (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
70	Yb	173,0	1	6,2		12						
71	Lu	175,0	10	6,1		14,7						
73	Ta	180,9	28	7,7		16,2						
74	W	183,9	25	7,98		17,7						
75	Re	186,3	6	7,87		16,6						
76	Os	190,2	25	8,7		17						
77	Ir	193,1	28	9,2		17						
78	Pt	195,2	15	8,96		18,5						
79	Au	197,2	2	9,22		20						
80	Hg	200,6	1	10,43	2	18,7		35		72		
81	Tl	204,4	6	6,11	1	20,3						
82	Pb	207,2	9	7,41	6	15,0						
83	Bi	209,0	4	7,29		19,3						
90	Th	232,1	21			11,5						
92	U	238,1	85	6,13								

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

V.8. PROCESE DE EXCITARE ÎN PLASMĂ

Pentru o mai bună înțelegere a fenomenelor analizate pînă acum, vom descrie, pe scurt, cîteva procese mai importante de excitare.

V.8.1. EXCITAREA PRIN CIOCNIRE ELECTRONICĂ

Să considerăm un gaz de atomi aflați în starea fundamentală (starea permisă de energie minimă) bombardat cu un fascicul de electroni. O primă observație este aceea că, datorită raportului mic între masa electronului și cea a atomului, electronul poate ceda, practic, întreaga sa energie cinetică pentru excitarea atomului. O a doua observație este că electronul trebuie să posede o energie suficient de mare pentru ca procesul să fie posibil.

În figura V.11 este dată schema de nivele (stările legate) ale atomului, în care curba continuă reprezintă interacția electron-nucleu. Electronul liber are, la infinit, energia inițială $E_i^e > 0$. Ciocnindu-se cu atomul, considerat în originea sistemului (E, r), produce excitarea acestuia din starea legată $E_i^a < 0$ (nivel inițial) în starea legată $E_f^a < 0$ (nivel inferior), aflîndu-se, după ciocnire, la ∞ cu energia $E_f^e > 0$, așa cum e figurat pe schemă.

„Reacția" de excitare se poate scrie

$$A(E_i^a) + e(E_i^e) \rightarrow A^*(E_f^a) + e(E_f^e) \qquad \text{(V.165)}$$

sau, mai simplu,

$$A + \vec{e} = A^* + e$$

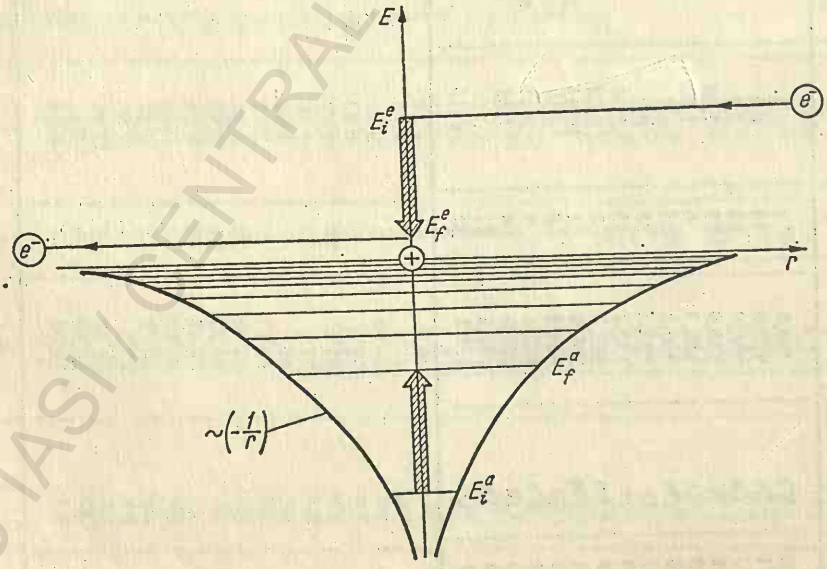


Fig. V.11. Diagrama energetică a excitării atomului prin ciocnire electronică.

unde $\vec{e}$ și e semnifică electronul rapid și, respectiv, lent. Pentru trecerea de pe nivelul E_i^a (negativ) pe un nivel mai aproape de origine, E_f^a (negativ), atomul a primit, evident, o energie pozitivă $\Delta E_{if} > 0$,

$$\Delta E_{if} = |E_f^a - E_i^a| = |E_i^e - E_f^e| \tag{V.166}$$

cu alte cuvinte, avem de-a face cu o *ciocnire directă* electron-atom. Este posibil și fenomenul invers,

$$A^* + e \rightarrow A + \vec{e} \tag{V.167}$$

în care electronul cîștigă energie la ciocnirea cu atomul excitat (ciocnire superelastică). Grafic, fenomenul poate fi reconstituit ușor pe fig. V.11 găsindu-se $\Delta E_{fi} < 0$ (ciocnire inversă sau de ordinul al doilea), unde ΔE_{fi} este preluată, neradiativ, de electronul liber. Desigur, atunci cînd energia de dezexcitare ΔE_{fi} nu este transferată unui electron liber, aceasta poate fi emisă sub formă de cuantă de energie $h\nu = |\Delta E_{fi}|$. La echilibru termodinamic, procesele directe și cele inverse au loc în conformitate cu principiul echilibrului în detaliu.

Primul nivel energetic pe care poate fi excitat un atom din starea fundamentală, astfel încît tranziția înapoi pe nivelul fundamental să fie permisă, este *nivelul de rezonanță*. În tabelul V.8 sînt date energiile nivelelor de rezonanță și metastabile pentru cîteva specii atomice și moleculare.

Tabelul V.8

Energiile nivelelor de rezonanță și metasatabile pentru cîteva specii atomice și moleculare.

Elementul chim.	E_{rez} (eV)			E_{met} (eV)		Elementul chimic	E_{rez} (eV)		E_{met} (eV)	
										6,2
He		21,2		19,8	20,7	N_2		6,1		
Ne	16,7		16,8	16,6	16,7	O		9,1	2,0	4,2
Ar	11,6		11,8	11,5	11,7	O_2		$\sim$ 5,0	1,0	1,8
Kr	10,0		10,6	9,9	10,5	Cl		9,2	0,1	8,9
Xe	8,5		9,6	8,3	9,4	Cl_2		3,6	—	
Rn	7,0		8,5	—		Na		2,1	—	
H		10,2		—		K		1,6	—	
H_2	11,2		12,2	—		Cs		1,5	—	
N		10,2		2,4	3,6	Hg	4,9	6,7	4,6	5,4

V.8.2. FOTOEXCITAREA

Acțiunea unui cîmp radiant asupra unui gaz se poate reprezenta prin interacțiuni binare între „gazul" de fotoni ai cîmpului radiant și atomi gazului dat. Excitarea atomului va avea loc, cu o anumită probabilitate, dacă

energia cuantei este egală cu diferența de energie* între două stări permise ale atomului respectiv (fig. V.12) conform schemei

$$h\nu + A \rightarrow A^* \tag{V.168}$$

în care $\Delta E_{if} > 0$ (ciocnire neelastică directă, prin absorbție de fotoni). Procesul invers va fi

$$A^* \rightarrow A + h\nu \tag{V.169}$$

cu $\Delta E_{fi} < 0$ (proces invers) și este ceea ce numim, de regulă, *emisie spontană*. În general, după o durată de viață 10^{-7} s—10^{-8} s (pentru nivele „normale" sau mai mare de 10^{-4} s (nivele metastabile), atomul revine spontan (de la sine) în starea fundamentală. În practică mecanismul emisiei spontane se atribuie numai nivelelor „normale", cele metastabile avînd o durată de viață prea mare pentru a mai avea sens termenul de „spontan"; în plus, durata de viață a metastabililor poate fi influențată de condițiile în care se află atomul.

Cu toate că durata de viață a atomilor excitați este foarte scurtă, există posibilitatea ca în acest interval să se producă anumite procese ca ciocnirile supraelastice (cum am văzut) sau procese cumulative. Astfel, ciocnirea unui atom, deja excitat, cu un foton sau electron rapid poate duce la excitarea atomului pe un nivel și mai înalt. Aceste procese, care se pot repeta de cîteva ori în decursul vieții atomului excitat, se numesc *procese în trepte* sau *procese cumulative*. Pe această cale poate deci avea loc *excitarea* sau chiar *ionizarea cumulativă*. Evident, aceste procese elementare pot avea loc atunci cînd frecvența ciocnirilor este mare, adică în condițiile unui flux puternic de fotoni sau electroni incidenți, ori a unei presiuni mari a gazului țintă.

Dacă după un timp mai scurt decît timpul de viață al unui nivel excitat, atomul interacționează cu un foton, conform schemei din fig. V.13, are loc fenomenul de *emisie stimulată*, care constă în „forțarea" dezexcitării atomilor înainte de expirarea timpului de viață a lor. Ca urmare, se obțin, în urma fiecărui act elementar, doi fotoni: cel emis prin dezexcitare plus cel care a provocat (stimulat) emisia. Pe această cale se poate produce deci o *amplificare a radiației* electromagnetice dacă ea va traversa un mediu transparent cu o populație foarte mare pe nivelul cuantic de interes. Acest fenomen, a cărui reacție se scrie

$$A^* + h\nu \rightarrow A + 2h\nu \tag{V.170}$$

stă la baza construcției laserilor.

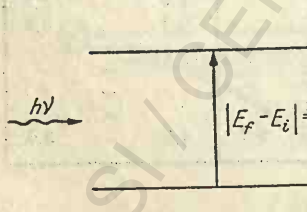


Fig. V.12. Fotoexcitarea.

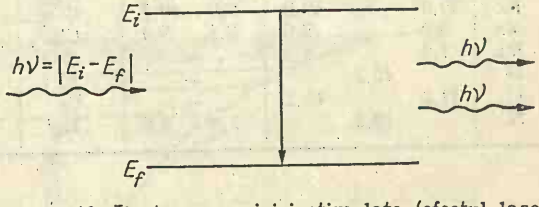


Fig. V.13. Ilustrarea emisiei stimulate (efectul laser)

* Se poate stabili ușor o relație pentru lungimea de undă λ_{ij} necesară unei cuante pentru a acoperi un anumit salt energetic $E_j - E_i$. Din relația $h\nu_{ij} = |E_j - E_i| = eV_{ij}$, punînd $h_{ij} = c/\lambda_{ij}$, obținem $\lambda_{ij} V_{ij} = hc/e = \text{const}$. Dacă exprimăm lungimea de undă în Å și V_{ij} în volți, vom avea relația utilă $\lambda \cdot V = 12\,400$. De exemplu, radiația din vizibil, cu $\lambda = 6\,000$ Å va putea produce un salt energetic de 2,7 eV, iar radiația X cu $\lambda = 1$ Å, acoperă un salt de 12 400 eV.

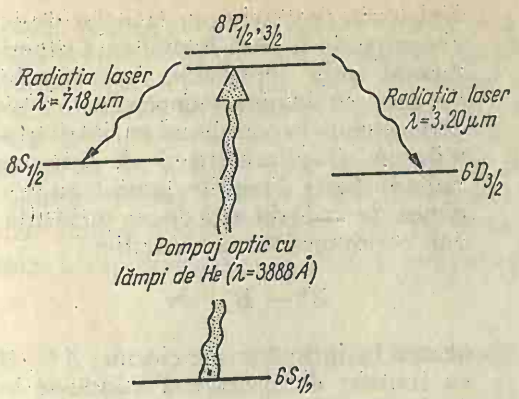


Fig. V.14. Fotoexcitarea în laserul cu cesiu.

În figura V.14 se dă schema spectroscopică a laserului cu cesiu, ca o ilustrare practică atît a fotoexcitării cît și a emisiei stimulate. Astfel, excitarea atomilor de sodiu pe nivelul $8P_{1/2,\,3/2}$ se face prin absorbția radiației de la o lampă cu heliu (radiație de pompaj optic). Primii fotoni emiși spontan la dezexcitările $8P-8S_{1/2}$ sau $8P-6D_{3/2}$ vor provoca (stimula) dezexcitările altor atomi aflați pe $8P$; fotonii rezultați vor provoca, la rîndul lor, noi dezexcitări și așa mai departe, formîndu-se în final fasciculul laser.

V.8.2. EXCITAREA ATOMILOR LA CIOCNIREA CU PARTICULE GRELE

Ciocnirile între atomi sau molecule pot duce de asemenea la fenomen de excitare. Energia cinetică a celor două particule poate fi uneori suficient pentru a face posibilă excitarea uneia din ele sau a amîndurora. Diverse reacți posibile sînt

$$\begin{aligned} A + \vec{B} &\rightarrow A^* + B \\ A + \vec{B} &\rightarrow A + B^* \\ A + \vec{B} &\rightarrow A^* + B^*. \end{aligned} \tag{V.171}$$

Uneori, excitarea poate avea loc și la ciocnirea cu un ion

$$A + \vec{B}^+ \rightarrow A^* + B^*. \tag{V.172}$$

Desigur, în egală măsură sînt posibile și procesele inverse, acestea fiind exemple de ciocniri supraelastice ale particulelor grele.

V.8.4. TRANSFERUL DE EXCITARE

Dacă într-un amestec de două gaze A și B, atomii speciei A sînt excitați, iar atomii B au nivele apropiate de nivelul de excitare din A, este posibilă excitarea atomilor B printr-un proces de transfer al energiei de excitare, conform schemei

$$A^* + B \rightarrow A + B^* \pm \Delta E \tag{V.173}$$

în care diferența energiilor ΔE este convertită în energie cinetică a celor doi atomi sau este „preluată" de cei doi atomi din energia lor cinetică relativă.

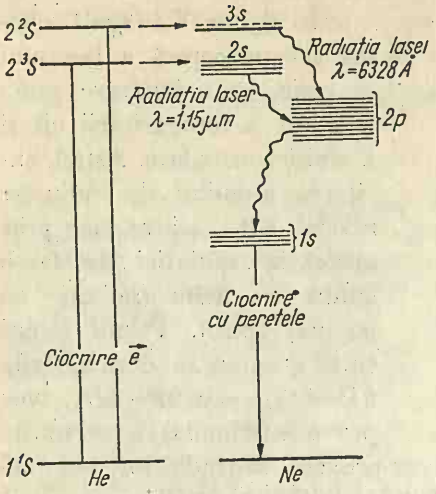


Fig. V.15. Transferul de excitare în laserul cu He—Ne.

Existența proceselor cu transfer de excitare poate fi pusă în evidență experimental prin iluminarea amestecului de gaze cu lumina monocromatică ale cărei cuante $h\nu$ corespund excitării atomilor A. Dacă amestecul de gaze va radia în toate direcțiile lumină cu lungimea de undă diferită de cea incidentă, dar corespunzătoare tranziției

$$B^* \rightarrow B + h\nu$$

atunci în incintă au loc ciocniri $A^*—B$ cu transfer de excitare. Punîndu-se în evidență prin efect Doppler repartizarea defectului ΔE ca energie cinetică relativă, se poate stabili că modificarea lungimii de undă incidente nu se datorește unui eventual efect Compton. În cazul în care $\Delta E = 0$, ciocnirea are loc cu *transfer rezonant* de excitare; acest fenomen se petrece, de regulă, între parteneri identici

$$A^* + A \rightarrow A + A^*. \qquad \text{(V.174)}$$

Ca o aplicație a procesului de excitare prin transfer de excitare vom prezenta mecanismul inversiei de populație în laserul cu heliu-neon. În figura V.15 este dată schema cu principalele nivele de interes în acest tip de laser. Suprapopularea nivelelor 2*s* și 3*s* ale atomilor de Ne se realizează prin transferul de excitare de pe nivelele $2\,^3S$ și $2\,^2S$ ale atomilor excitați de He. Excitarea atomilor de He se face prin ciocnirea acestora cu electronii din plasma de He-Ne. Așadar, în amestecul He-Ne reacțiile de interes pentru efectul laser sînt

$$\begin{aligned} \mathrm{He} + \vec{e} &\rightarrow \mathrm{He}^* + e \\ \mathrm{He}^* + \mathrm{Ne} &\rightarrow \mathrm{He} + \mathrm{Ne}^* + \Delta E \\ \mathrm{Ne}^* &\rightarrow \mathrm{Ne} + h\nu. \end{aligned} \qquad \text{(V.175)}$$

Rata mare a ciocnirilor electronice și celor cu transfer de excitare favorizează menținerea unei permanente suprapopulații pe nivelele neonului, astfel că emisia laser este staționară (continuă) în acest tip de laser.

V.8.5. EXCITAREA PRIN ABSORBȚIE MULTIFOTONICĂ

Dacă intensitatea cîmpului electromagnetic incident este foarte mare, devin foarte probabile procese de excitare de tipul

$$A + nh\nu \rightarrow A^* \qquad \text{(V.176c)}$$

în care atomul absoarbe n fotoni conform schemei din fig. V.16. Absorbția multifotonică este un fenomen neliniar, posibil în prezența unor fascicule

foarte intense și bine focalizate. Astfel de fascicule sînt obținute cu dispozitive laser. În aceste condiții, cîmpul electric „local" al undei laser poate deveni comparabil cu cîmpul de interacție electron-nucleu, ceea ce face ca nivelele atomului să nu mai fie bine „localizate" și ca urmare să devină posibilă absorbția simultană a mai multor fotoni. Schema din fig. V.16 este doar o reprezentare simbolică a fenomenului.

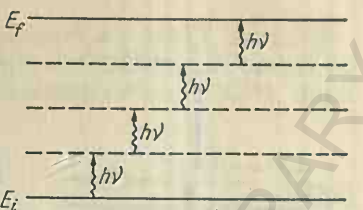


Fig. V.16. Reprezentarea formală a absorbției multifotonice.

V.9. PROCESE DE IONIZARE ÎN PLASMĂ

Dacă electronul legat al unui atom primește energie destul de mare, el poate trece de pe nivelul fundamental (vezi fig. V.11) în spectrul continuu, într-o stare nelegată, cu valori pozitive ale energiei ($E > 0$). Acesta este procesul de ionizare și, în funcție de numărul de electroni îndepărtați din atom, vorbim de ionizare de ordinul întîi (ionizare simplă, cu un singur electron expulzat), ionizare de ordinul doi (ionizare „dublă") etc. Ionizarea este un proces de primă importanță în fizica plasmei, deoarece el este de fapt procesul prin care se realizează trecerea de la un gaz neutru la o plasmă gazoasă.

Dată fiind dispunerea discretă a nivelelor energetice ale electronilor în atom, energiile de ionizare se pot calcula, ele avînd, evident, valori caracteristice fiecărui tip de atom. În tabelul V.7 se pot vedea energiile de ionizare simplă și multiplă ale elementelor. Se observă că metalele alcaline au cele mai mici energii de ionizare. Aceasta sugerează ușurința cu care se pot obține plasme în asemenea substanțe.

V.9.1. IONIZAREA PRIN CIOCNIRE ELECTRONICĂ

Pentru ca reacția de ionizare a unui atom A prin ciocnire electronică

$$A + \vec{e} \rightarrow A^+ + e + e \tag{V.177}$$

să se producă, este necesară îndeplinirea condiției

$$\left(\frac{1}{2} m_e v_e^2\right)_{incident} \geqslant eV_{ionizare}. \tag{V.178}$$

Conform diagramei energetice din fig. V.17.a, electronul incident (e_1), cu energia cinetică $E_i(1) > 0$, transferă atomului energie suficientă pentru a-i smulge un electron (e_2) (de exemplu, din starea fundamentală) punîndu-l în libertate, cu o energie cinetică $E_{cin}(e_2) > 0$. Bilanțul energetic este evident

$$|E_i^{(1)} - E_f^{(1)}| = |E_f^{(2)} - E_i^{(2)}|. \tag{V.179}$$

Prin ionizare, electronul trece din domeniul stărilor (legate) cu energii negative în domeniul stărilor (libere), cu energii pozitive. Energia cinetică a sa va fi

$$E_{cin}^{(2)} = |E_f^{(2)} - E_{ioniz}^{(2)}|. \tag{V.180}$$

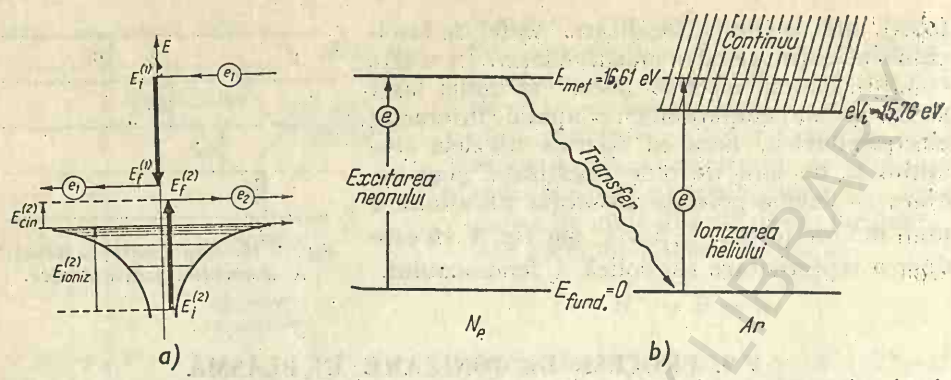


Fig. V.17. Reprezentarea schematică a mecanismului ionizării a) ionizarea prin ciocniri electronice; b) ionizarea Penning.

Desigur, în plasme există și procesul invers

$$A^+ + e + e \rightarrow A + \vec{e} \tag{V.181}$$

care este un proces de recombinare ion-electron la ciocnire triplă.

V.9.2. FOTOIONIZAREA

Energia necesară smulgerii unui electron dintr-un atom poate fi primită și de la o undă electromagnetică. Reacția de fotoionizare

$$A + h\nu \rightarrow A^+ + e \tag{V.182}$$

va fi posibilă dacă

$$h\nu \geq eV_i. \tag{V.183}$$

Va exista deci o frecvență minimă (lungime de undă maximă) pentru care procesul mai este încă posibil.

Procesul invers va fi un proces de recombinare radiativă.

$$A^+ + e \rightarrow A + h\nu. \tag{V.184}$$

Fotoionizarea poate fi produsă și de cuante cu energie inferioară energiei de ionizare, dacă intervin *procese în trepte*. Astfel, un atom excitat printr-o ciocnire electronică poate fi ionizat la ciocnirea cu un foton a cărei energie corespunde trecerii electronului de pe nivelul de excitare în spectrul continuu

$$A + \vec{e} \rightarrow A^* + e, \quad A^* + h\nu \rightarrow A^+ + e, \quad (h\nu < eV_i). \tag{V.185}$$

Prima excitare poate fi produsă și de un foton $h\nu_1$, urmînd ca un al doilea $h\nu_2 < eV_i$ să producă ionizarea

$$A + h\nu_1 \rightarrow A^*, \quad A^* + h\nu_2 \rightarrow A^+, \quad (h\nu_1, h\nu_2 < eV_i) \tag{V.186}$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Menționăm de asemenea și fenomenul de *ionizare asociativă*. Astfel iluminînd vapori de cesiu cu radiație $h\nu < eV_i$, reacția de ionizare mai probabilă este aceea care are loc la ciocnirea a doi atomi excitați de cesiu (Cs*), după schema

$$\begin{aligned} Cs + h\nu &\rightarrow Cs^* \\ Cs^* + Cs^* &\rightarrow Cs^+ + e. \end{aligned} \tag{V187}$$

În cazul fotonilor de mare energie și anume $h\nu \gg eV_i$ (de exemplu, radiații X) trebuie ținut seama de probabilitatea eliberării unui electron dintr-o pătură interioară a atomului. „Golul" creat va fi ocupat de un electron de pe nivele superioare, cu care prilej se va emite o cuantă $h\nu'$. Uneori această cuantă este „autoabsorbită", eliberîndu-se unul sau mai mulți electroni (electroni Auger).

Mai trebuie ținut seama de faptul că, în cazul $h\nu \gg eV_i$, electronul eliberat poate avea o energie destul de mare ($h\nu - eV_i \simeq h\nu$), încît să producă, la rîndul său, noi ionizări.

V.9.3. IONIZAREA MULTIFOTONICĂ

Ca și în cazul excitării multifotonice, dacă fasciculul incident este foarte intens, deci dacă se realizează un mare număr de cuante pe unitatea de volum, devin probabile ionizări prin absorbții multifotonice de tipul

$$A + nh\nu \rightarrow A^+ + e \tag{V.188}$$

unde, evident, $h\nu < eV_i$. Acest proces joacă un rol important în amorsarea plasmelor cu fascicule laser foarte intense.

Precizăm că absorbția multifotonică este un fenomen cu totul diferit de excitarea sau ionizarea în trepte. De aceea, de exemplu, procesul de fotoionizare, în două trepte $A + h\nu \rightarrow A^*$; $A^* + h\nu \rightarrow A^+ + e$ cu $h\nu < eV_i$, *nu* se va nota $A + 2h\nu \rightarrow A^+ + e$, această ultimă notație reprezentînd nu ionizare în două trepte, ci ionizare bifotonică.

V.9.4. TRANSFERUL DE SARCINĂ

Procesul de ionizare este, desigur posibil și la ciocnirea între particule grele. Nu vom analiza acest fenomen, ci vom menționa doar un caz particular și anume acela în care electronul expulzat nu devine liber, ci este „transferat" de la o particulă la alta. Astfel dacă un ion pozitiv A^+ dintr-o plasmă se ciocnește cu un atom neutru B, este posibilă ionizarea lui B, iar electronul expulzat să treacă pe A^+ neutralizîndu-l

$$A^+ + B \rightarrow A + B^+ \pm \Delta E. \tag{V.189}$$

Acest proces este mai puțin probabil decît ionizarea prin ciocniri electronice, însă el poate deveni important în unele cazuri. Secțiunea eficace

maximă o are *transferul rezonant* de sarcină, realizabil între parteneri identici, caz în care $\Delta E = 0$

$$A^+ + A \rightarrow A + A^+. \tag{V.190}$$

Transferul de sarcină (de electron) poate fi folosit pentru obținerea unor fascicule de particule neutre. El poate constitui un factor important de pierdere de ioni pozitivi accelerați, în plasmele fierbinți din capcanele magnetice, deoarece cîmpurile magnetice nu mai acționează asupra particulelor după ce acestea au devenit neutre.

V.9.5. IONIZAREA PENNING

Este un alt caz particular de ionizare la interacțiunea particulelor grele. Considerăm un amestec de două gaze A și B, particulele A avînd un nivel metastabil cu energia egală sau mai mare decît energia de ionizare a particulelor B

$$eV_{met\,A} \geqslant eV_{i,B}. \tag{V.191}$$

La ciocnirea acestor două particule este posibilă ionizarea particulei B în urma unui transfer de energie de la atomul A, excitat pe nivelul metastabil

$$A^* + B \rightarrow A + B^+ + e. \tag{V.192}$$

Un exemplu este amestecul neon-argon în care atomul de Ne excitat pe nivelul $3P_2$, metastabil, de 16,61 eV, poate ioniza atomul de Ar, care are energia de ionizare $eV_i = 15{,}76$ eV.

$$\mathrm{Ne}^* + \mathrm{Ar} \rightarrow \mathrm{Ne} + \mathrm{Ar}^+ + e. \tag{V.193}$$

În figura V.17,b se vede ușor cum electronul atomului de Ar trece în spectrul continuu de energii (ionizare) pe seama energiei de excitare a atomului de Ne. Avînd în vedere diferența mică între cele două nivele ($\Delta E = 0{,}85$ eV), probabilitatea de ionizare este foarte apropiată de unitate în acest caz, procesul fiind mult favorizat și de timpul mare de viață a stării metastabile. Gazele moleculare obișnuite, avînd energia de ionizare $E_i \simeq 15$ eV, sînt ușor ionizate de atomii metastabili ai gazelor inerte, care au $eV_{met} = 16-20$ eV. Pentru ilustrare, dăm cîteva secțiuni eficace de ionizare Penning: He^m, Ar ($7{,}25 \cdot 10^{-16}$ cm^2); He^m, Kr ($2{,}3 \cdot 10^{-16}$ cm^2); He^m, H_2($0{,}98 \cdot 10^{-16}$ cm^2); Ne^m, Ar ($3{,}46 \cdot 10^{-16}$ cm^2).

Ionizarea Penning favorizează micșorarea potențialului de aprindere a descărcărilor electrice în gaze (efect Penning). Dacă într-un tub de descărcare umplut cu neon să adaugă o cantitate mică de argon sau mercur, descărcarea se va aprinde la un potențial mai mic decît în cazul neonului pur. Scăderea potențialului de aprindere este o consecință a apariției de ioni pozitivi și electroni prin ionizări Penning.

V.9.6. ATAȘAREA ELECTRONICĂ (IONI NEGATIVI)

În general, atomii cu pătură electronică externă completă nu pot atașa un electron suplimentar. Acest fenomen are loc îndeosebi la ciocnirea electronilor cu atomii avînd o vacanță în pătura externă. Secțiunea eficace de atașare

electronică (de formare a ionilor negativi) are o valoare maximă pentru electronii de joasă energie ($\simeq$ 1 eV) care rămîn un timp apreciabil sub influența cîmpului de atracție atomic. Ea are, în general, valori între 0,4 cm^{-1}—10^{-5} cm^{-1}.

Un exemplu de ciocnire cu atașare de electroni este captura radiativă

$$A + e \rightarrow A^- + h\nu. \tag{V.194}$$

Dacă V_a este potențialul (iar eV_a energia) de atașare, care caracterizează afinitatea, energia cuantei $h\nu$ din (V.194) va fi

$$h\nu = \frac{m_e v_e^2}{2} + eV_a. \tag{V.195}$$

de unde se vede că spectrul are un prag, adică $\nu \in [eV_0/h, \infty]$.

Formarea ionilor negativi poate avea loc și prin disociere

$$AB + \vec{e} \rightarrow A^+ + B^- + e \tag{V.196}$$

sau prin ciocnirea a două particule grele

$$A + B \rightarrow A^+ + B^-. \tag{V.197}$$

Ionii negativi joacă un rol mai puțin important în plasmele obișnuite. Sînt, însă, cazuri cînd în prezența unor particule electronegative ca F, Cl, Br, I, O, C, H, O_2, SO_2 ș.a. ionii negativi influențează proprietățile plasmei. Astfel, în condițiile în care o parte din electronii liberi sînt captați (chiar și un scurt timp) prin atașare, se modifică coeficientul Townsend de ionizare în gaz.

V.10. RECOMBINAREA ÎN VOLUM

Recombinarea, ca și difuzia (ambipolară și simplă), constituie un important proces de pierdere a purtătorilor de sarcină din gaze ionizate și plasme. Așadar, recombinarea este un fenomen nedorit în plasme, însă dacă se cunoaște dependența între evoluția recombinării și proprietățile plasmei, ea poate constitui o metodă de diagnostică a plasmei. Multe dintre procesele de recombinare sînt procese inverse ale celor prezentate mai sus.

Viteza de recombinare $\mathcal{R}$ este dată, în general, de expresia

$$\mathcal{R} = \left(\frac{\partial n_e}{\partial t}\right)_r = \left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_r = -\alpha_r n_e n_i \tag{V.198}$$

unde $\alpha_r = \langle \sigma_r v_r \rangle$ este coeficientul de recombinare, $\sigma_r(v_r)$ fiind secțiunea eficace de recombinare, iar v_r — viteza relativă a partenerilor ciocnirii. În plasme cu ioni simpli ($n_e = n_i = n$)

$$\mathcal{R} = -\alpha_r n^2. \tag{V.199}$$

Valorile experimentale ale coeficientului de recombinare variază într-un interval larg de 10^{-7}—10^{-12} cm^3/s.

În general, electronul este captat pe un anumit nivel excitat V_{ex} al atomului. Dacă electronul incident are energia cinetică $m_e v_e^2/2$, considerînd ionul ca o țintă imobilă, energia eliberată la recombinare, eV_r, va fi

$$eV_r \simeq eV_i - eV_{ex} + \frac{m_e v_e^2}{2}. \tag{V.200}$$

Cînd această energie este emisă sub formă de cuantă ($eV_r = h\nu$), avem un proces de *recombinare radiativă*, de forma

$$A^+ + e \rightarrow A + h\nu. \tag{V.201}$$

Deoarece energia cinetică a electronului incident poate lua un spectru continuu de valori, recombinarea va da un spectru continuu de radiație avînd frecvența limită ($v_e = 0$) dată de

$$\nu_{min} = \frac{e(V_i - V_{ex})}{h}. \tag{V.202}$$

Reacția (V.201) poate avea loc și în alt mod: energia eliberată la captarea unui electron pe un nivel excitat să nu fie emisă, ci să fie preluată de alt electron al aceluiași atom, care devine astfel *dublu excitat* (A^{**}). Urmează apoi, fie o ionizare, fie o dezexcitare, după schema

$$A^+ + e \rightarrow A^{**} \begin{cases} \nearrow A^+ + e \\ \searrow A^* + h\nu. \end{cases} \tag{V.203}$$

Reamintim și posibilitatea recombinării la ciocnirea triplă, după schema

$$A^+ + e + e \rightarrow A + \vec{e} \tag{V.204}$$

unde energia de recombinare este preluată de electronul „martor" la ciocnire. Locul electronului martor poate fi jucat și de o particulă grea care va deveni „cinetică" sau excitată.

La ciocnirea electronului cu un ion molecular $(AB)^+$ poate avea loc *recombinarea disociativă*, după schema

$$(AB)^+ + e \rightarrow (AB)^* \rightarrow A^* + B^*. \tag{V.205}$$

Un caz particular este

$$A_2^+ + e \rightarrow A_2^* \rightarrow A^* + A^*. \tag{V.206}$$

Privind schema din fig. V.18, se poate găsi ușor următoarea relație între energiile de disociere D_0, D_+ ale moleculei neutre A_2 și ionizate A_2^+ și energiile de ionizare $eV_i(A_2)$, $eV_i(A)$ ale moleculei A_2 și atomului A

$$eV_i(A_2) + D_+ = D_0 + eV_i(A). \tag{V.207}$$

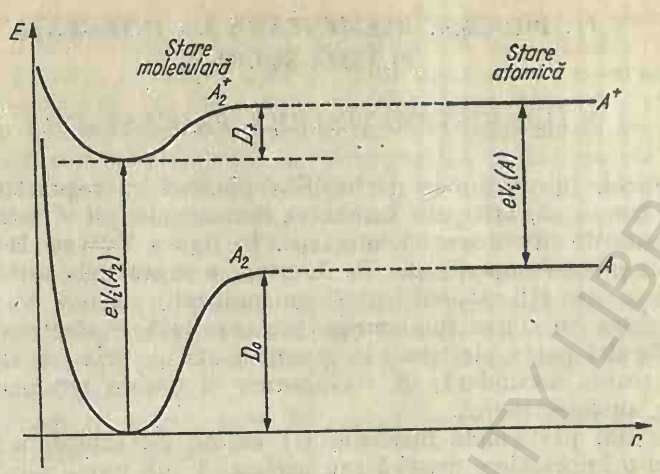


Fig. V.18. Diagrama energetică redînd energiile de disociere D_0 și D_+ ale moleculei neutre și, respectiv, ionizate, precum și energiile de ionizare $eV_i(A_2)$ și $eV_i(A)$ ale moleculei și, respectiv, atomului.

Precizăm că $eV_i(A_2)$ este energia necesară îndepărtării unui electron din molecula A_2, diagrama energetică a ionului molecular A_2^+ fiind plasată în partea superioară a figurii V.18.

V.10.2. RECOMBINAREA ION-ION

La recombinarea ionului pozitiv A^+ cu ionul negativ B^-, energia de recombinare eV_r va fi practic egală cu suma energiilor de formare a ionului pozitiv eV_i și negativ eV_a

$$eV_r \simeq eV_i + eV_a. \tag{V.208}$$

În cazul *recombinării radiative*, această energie se regăsește, practic, sub formă de cuantă de radiație

$$A^+ + B^- \rightarrow AB + h\nu \tag{V.209}$$

unde $h\nu \simeq eV_i + eV_a$, spectrul de recombinare fiind, practic, situat în ultravioletul îndepărtat.

Este posibilă și *recombinarea prin transfer de sarcină*, de tipul

$$A^+ + B^- \rightarrow A^* + B^*, \tag{V.210}$$

în care eV_r se regăsește ca energie de excitare a celor doi parteneri.

Aceste două reacții sînt probabile la presiuni joase, la care predomină ciocnirile binare. La presiuni mari este posibilă *recombinarea la ciocnirea triplă*

$$A^+ + B^- + C \rightarrow AB + C \text{ (sau } C^*) \tag{V.211}$$

în care eV_r este preluată de partenerul (al treilea) neutru.

V.11. PROCESE ELEMENTARE LA INTERFAȚA PLASMĂ-SOLID

V.11.1. SISTEMATIZAREA PROCESELOR

În general, interacțiunea particulelor plasmei cu suprafețele solidelor este foarte complexă, atît prin varietatea fenomenelor cît și prin tipurile de particule emise în urma acestei interacții. În figura V.19 se dă o schemă a principalelor procese superficiale. Pe de o parte suprafețele sînt bombardate cu particule de tip (*1*) ca: ioni (simpli sau multipli) pozitivi +, negativi —, particule neutre (în starea fundamentală sau excitată) *A*, electroni *e* și fotoni $h\nu$, iar pe de altă parte, ele trimit în plasmă particule prin trei tipuri de procese: *A* — emisie secundară, *B* — evaporare și emisie termoelectronică și *C* — emisie autoelectronică.

Oricare din particulele incidente (*1*) căzînd pe suprafața solidului *2*, poate suferi o împrăștiere elastică sau neelastică sub forma particulelor (*3*), *4*, *5*, *6*. Împrăștierea poate avea loc și cu schimbarea sarcinii particulei incidente. Particula incidentă poate fi adsorbită la suprafață *7* sau poate pătrunde în volumul solidului *8*, dacă raza și viteza ei de impact permit acest fenomen. Particula *8* pierde treptat energia cinetică inițială în urma numeroaselor ciocniri pînă ajunge la nivelul energetic corespunzător agitației termice a particulelor din rețeaua solidului; o parte din particulele *8* pot ajunge, prin difuzie 8_7, la suprafața *7* adăugîndu-se stratului de atomi adsorbiți. Atomii acestui strat superficial pot migra pe suprafață $7 \rightarrow 9$, iar dacă temperatura este destul de mare, se pot evapora, părăsind suprafața ca ioni pozitivi *10*, negativi *11* sau atomi neutri *12* (emisie termică).

Particulele incidente (1) pot produce și pulverizarea atomilor, care constă în extragerea acestora *13* din rețeaua solidului, sub formă de ioni pozitivi *14*,

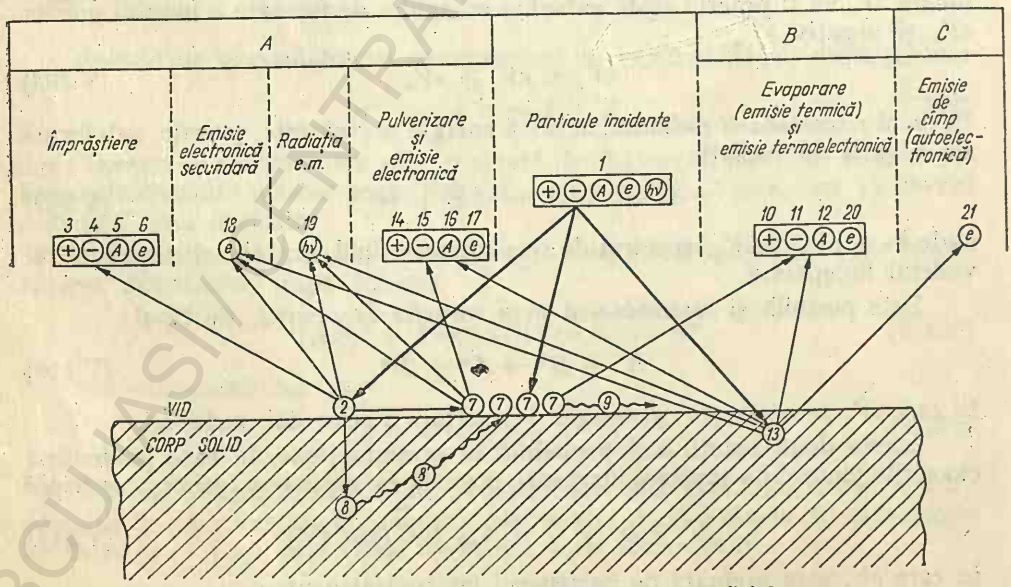


Fig. V. 19. Schema proceselor elementare superficiale.

negativi *15* și atomi neutri *116*; pot fi extrași, în urma acestor ciocniri și electroni *17*. Și atomii adsorbiți *7* pot fi pulverizați în urma bombardamentului cu particule primare *2*. Există apoi o emisie electronică secundară (*18*) din atomii rețelei solidului *13*, din atomii adsorbiți *7* sau chiar din atomii incidenți *2*, prin bombardarea cu electroni sau alte particule primare. De asemenea, apare o emisie de radiație electromagnetică *19* din speciile *13*, *7* și *2*. Trebuie precizat că electronii *18* și *17* pot fi produși și prin efect fotoelectric de către fotonii $h\nu$ rapizi incidenți (*1*). Dacă temperatura corpului este suficient de mare, poate avea loc și emisia termoelectronică *20*. Emisia termoelectronică crește în prezența unor cîmpuri electrice, prin micșorarea lucrului de ieșire $\Delta\varphi \sim \sqrt{E}$, ceea ce facilitează escaladarea barierei de potențial de către electroni (efectul Schottky). La cîmpuri electrice foarte intense are loc o emisie autoelectronică (emisie de cîmp), datorită străpungerii prin efect tunel a barierei de potențial (21).

Mai jos vom trece, pe scurt, în revistă procesele fundamentale de la catodul descărcărilor electrice.

V.11.2. EMISIA ELECTRONICĂ SECUNDARĂ DIN CATOD, LA IMPACT IONIC

Emisia electronilor în urma bombardării catodului cu ionii pozitivi din descărcarea luminescentă este procesul cel mai important de emisie electronică în cazul acestui tip de descărcare. Numărul mediu de electroni secundari emis pentru un ion incident definește *coeficientul emisiei secundare prin ioni pozitivi* γ_i

$$\gamma_i = \frac{\Gamma_e}{\Gamma_i} \text{ (electroni/ion)} \qquad \text{(V.212)}$$

unde Γ_i și Γ_e sînt densitățile de flux de ioni și, respectiv, de electroni.

În figura V.20 este dată dependența coeficientului γ_i (electroni/ion) de energia cinetică a ionilor incidenți, iar în fig. V.21 se poate vedea cum depinde γ_i de ordinul de ionizare pentru ionii gazelor inerte.

Ținînd seama de faptul că, pentru fiecare electron emis, mai trebuie scos încă unul pentru neutralizarea ionului pozitiv (cu sarcina $+e$), condiția energetică generală va fi

$$\frac{m_i v_i^2}{2} + eV_i \geq 2\varphi \qquad \text{(V.213)}$$

unde φ este lucrul de ieșire al electronilor din metalul catodului.

În tabelul V.9 sînt datele valorile φ pentru cîteva metale.

Lucrul de ieșire φ(eV) al

Al	Ag	Au	Ba	Cd	Co	Cr	Cs	Cu	Fe	K
4,20	4,46	4,89	2,51	4,10	4,41	4,60	1,93	4,45	4,44	2,22

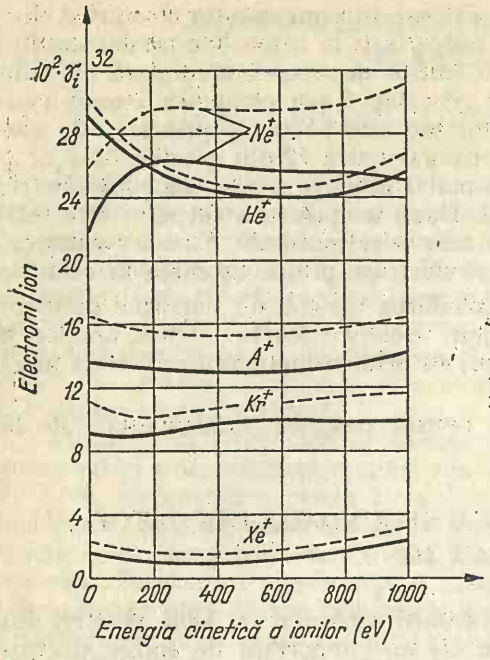


Fig. V.20. Coeficientul de emisie electronică secundară γ_i, prin ionii pozitivi ai gazelor inerte pe suprafețe atomic curate de W (curbe pline) și Mo (curbe punctate).

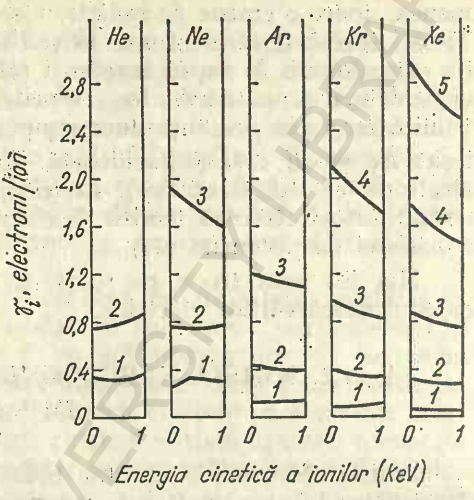


Fig. V.21. Coeficientul emisiei secundare electronice γ_i prin ionii cu diferite ordine de ionizare (ordinul de ionizare este notat pe curbe), pe suprafețe atomic curate de W.

Ionul pozitiv transportă la suprafața catodului două „surse de energie", energia sa cinetică și energia potențială dată de interacția electrostatică a ionului cu microcîmpurile rețelei cristaline. Prima formă de energie stă la baza *emisiei cinetice*, adică scoaterea de electroni secundari datorită energiei cinetice a ionului pozitiv (primul termen din stînga ecuației (V.213). Acest tip de emisie devine dominant la energii mari ale ionilor (peste 10^3 eV), caz în care γ_i crește cu energia ionului incident. În general, în doemniul 10^3 eV—10^6 eV, coeficientul γ_i este de 1—15 electroni/ion. Mecanismul emisiei cinetice constă fie în scoaterea unui electron liber sau legat din metal sau dintr-un atom superficial, fie într-o „emisie termoelectronică locală", datorită încălzirii unei mici regiuni în locul de impact al ionului. Teoria efectului termoelectronic local a fost propusă prima dată de Eugen Bădărău, fost profesor la Universitatea din București. A doua formă de energie stă la baza mecanismului de emisie potențială. În descărcările luminiscente obișnuite, ionii

electronilor din cîteva metale. *Tabelul V.9*

Li	Mg	Mo	Na	Ni	Pt	Ta	U	Zn	W
2,48	3,67	4,24	2,28	4,96	5,36	4,13	3,54	4,29	4,54

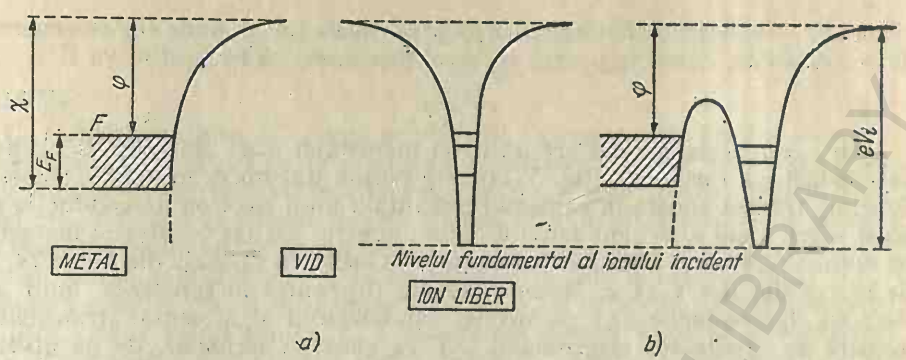


Fig. V.22. Interacțiunea potențială între metal și ion (b). În (a) — energiile neperturbate ale metalului și ionului.

pozitivi (proveniți din lumina negativă și din spațiul întunecos catodic) produc, mai ales, emisie potențială, deoarece energia lor cinetică nu este prea mare (căderi catodice de ordinul $10^2 - 10^3$V).

În figura V.22, a sînt date diagramele pentru stările energetice ale ionului liber, aflat departe de suprafața metalului și, respectiv, pentru stările electronilor din metal. În (b) se arată diagrama energiilor perturbate, ca urmare a vecinătății ion pozitiv — suprafața metalică. φ este lucrul de ieșire, χ afinitatea electronică, F nivelul Fermi, iar E_F energia Fermi.

Un mecanism posibil de emisie potențială este dat în fig. V.23. Un electron (e_1) din banda de conducție a metalului trece (prin efect tunel) pe nivelul fundamental al ionului, neutralizîndu-l. Energia astfel eliberată este preluată de un electron vecin (e_2) care părăsește metalul. Este vorba deci de un mecanism de emisie secundară (a electronului e_2) printr-o neutralizare Auger directă (e_1) a ionului incident. Energia cinetică E_{cin} a electronului secundar (e_2) poate fi evaluată ușor din egalitatea evidentă

$$eV_i - \alpha = \beta + E_{cin} \qquad (V.214)$$

unde α este energia nivelului inițial al electronului neutralizator (e_1), iar β energia nivelului inițial al electronului emis (e_2). Ținînd seama de relațiile

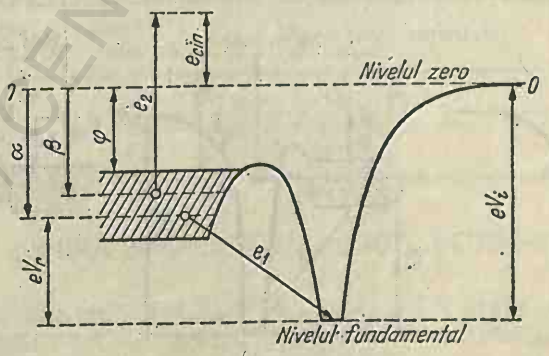


Fig. V.23. Emisia electronică secundară (a electronului e_2 prin neutralizarea directă a ionului incident (cu electronul e_1).

$eV_r \leqslant eV_i - \varphi$ (la recombinare) și $eV_r \geqslant \varphi$ (la emisia lui e_2), unde eV_r este energia de recombinare, condiția pentru ca acest mecanism să fie posibil va fi

$$eV \geqslant \varphi. \tag{V.215}$$

În cazul în care ionul are un nivel metastabil aflat „în dreptul" benzii de conducție a metalului (fig. V.24) este posibil un proces în două „trepte". O primă treaptă constă în captura rezonantă a unui electron de conducție pe acest nivel, ionul devenind astfel un atom neutru, excitat pe nivelul metastabil m (fig. V.24, a). A doua treaptă poate avea loc fie în varianta din fig. V.24, b, fie în cea din fig. V.24, c. Mecanismul din (b) constă în tunelarea unui alt electron de conducție (e_2) pe nivelul fundamental al atomului „tranzient", însoțită de expulzarea electronului (e_1), ca electron secundar, de pe nivelul metastabil m. În (c) are loc dezexcitarea atomului de pe nivelul metastabil însoțită de expulzarea unui electron (e_2), ca electron secundar, din metal.

Să stabilim condiția energetică pentru ca procesul (b) să fie posibil. Conform diagramei avem

$$eV_r \leqslant eV_i - \varphi. \tag{V.216}$$

Dar $eV_r \geqslant eV_{met}$, pentru a avea loc emisia lui e_1. Ținînd seama și de relația $eV_{met} \geqslant \varphi$, urmează condiția

$$eV_i \geqslant 2\varphi. \tag{V.217}$$

Tot astfel, pentru ca electronul e_2 din (c) să fie expulzat pe seama energiei $eV_i - eV_{met}$, eliberată la dezexcitarea electronul e_1, trebuie să avem

$$eV_i - eV_{met} \geqslant \varphi. \tag{V.218}$$

Dar

$$eV_{met} \geqslant \varphi. \tag{V.219}$$

Combinînd (V.218) și (V.219) urmează condiția ca procesul (c) să fie posibil

$$eV_i \geqslant 2\varphi. \tag{V.220}$$

Energetic, procesele (b) și (c) satisfac deci aceeași condiție. Este mai probabil unul sau altul, în funcție de particularitățile locale.

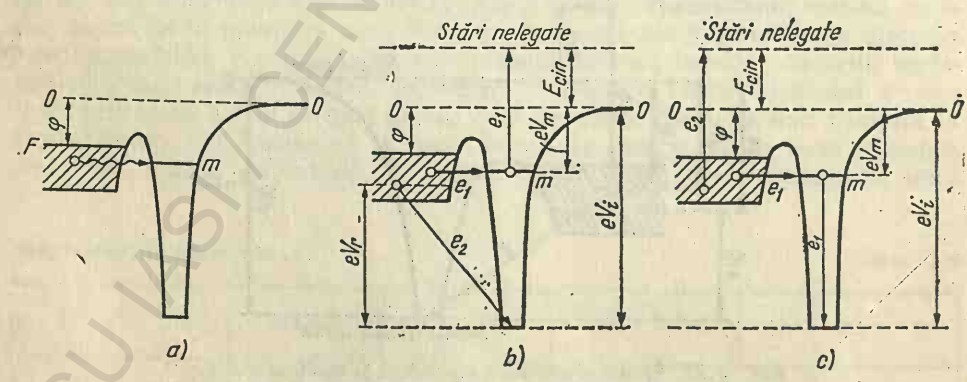


Fig. V.24. Emisia potențială în două trepte; treapta I: (a), treapta II: (b) sau (c).

V.11.3. EMISIA ELECTRONICĂ SECUNDARĂ LA IMPACTUL ATOMILOR NEUTRI

Ca și bombardamentul cu ioni pozitivi (și, în general, cu particule grele) impactul atomilor neutri poate produce pulverizare, ionizare, emisie de electroni. Aici ne interesează ultimul proces. Desigur, emisia cinetică prin atomi, neutri nu poate fi prea diferită de cea cauzată de ionii pozitivi. Emisia potențială însă este neglijabilă la atomii neutri. De aceea, la energii cinetice mici ale atomilor neutri, randamentul γ_n (electroni/neutru) este foarte mic față de γ_i. La energii cinetice foarte mari diferența între γ_n și γ_i scade. În tabelul V.10 sînt date cîteva valori pentru γ_n. Cînd atomul neutru incident este excitat într-o stare metastabilă, crește aportul emisiei potențiale. În tabelul V.11 sînt prezentate cîteva date privind randamentul emisiei secundare prin atomi metastabili γ_m (electroni/metastabil). Starea fizică a suprafeței bombardate influențează foarte mult emisia prin metastabili.

Tabelul V.10

Randamentul emisiei secundare prin atomi neutri γ_n (electroni/neutru).

Energia cinetică maximă (eV)	He	Ne	Ar
20	$8 \cdot 10^{-5}$		
25			$8 \cdot 10^{-5}$
30	$6 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$
50	$8 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$
100	$8 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	$1{,}3 \cdot 10^{-2}$
200	$4 \cdot 10^{-1}$	$3{,}6 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-2}$
400	$4{,}4 \cdot 10^{-1}$	$7{,}3 \cdot 10^{-2}$	$1{,}7 \cdot 10^{-1}$
600			$2{,}3 \cdot 10^{-1}$

Tabelul V.11

Randamentul γ_m (electroni/metastabil).

Atomul	Starea metastabilă	Suprafața metalică	Condiții pe suprafață	γ_m
Hg	$6\ {}^3P_0$	W	Strat de Hg + O_2	10^{-2}
He	$2\ {}^3S_0$	Pt	Strat adsorbit	0,24
He	$2\ {}^1S_0$	Pt	Strat adsorbit	0,40

V.11.4. EMISIA SECUNDARĂ FOTOELECTRONICĂ

În figura V.25 este reprezentată schema energetică pentru emisia de electroni din metal prin efect fotoelectric. Este evident că efectul va fi posibil dacă

$$h\nu \geqslant \varphi. \qquad \text{(V.221)}$$

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY

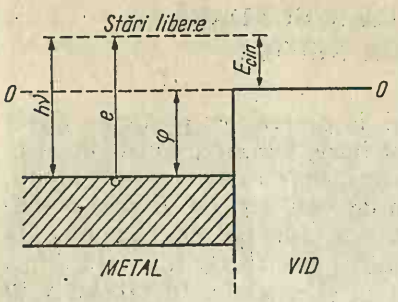


Fig. V.25. Emisia fotoelectrică din metal.

Numărul mediu de electroni produși de un foton definește *randamentul emisiei electronice secundare prin efect fotoelctric* γ_f (electroni/foton). Acesta depinde de starea fizică a suprafeței, de unghiul de incidență și de starea de polarizare a radiației. Valorile maxime ale randamentului γ_f sînt de ordinul 10^{-4}—10^{-3} electroni/foton. Procesul γ_f este uneori competitiv cu γ_i la emisia electronilor din catodul descărcărilor luminiscente, datorită, în principal, radiațiilor ultraviolete din lumina negativă.

În general, γ_f crește cu $h\nu$, datorită eliberării de electroni și din adîncimea solidului. Atinge o valoare maximă pentru $h\nu \simeq 20$ eV ($\lambda \simeq 500$—700 Å); la lungimi de undă mai scurte sînt acționați electroni la adîncimi tot mai mari, de unde puțini ajung la suprafață și γ_f scade cu creșterea energiei $h\nu$

V.11.5. EMISIA TERMOELECTRONICĂ ȘI EMISIA DE CÎMP

Emisia termoelectronică precum și emisia de cîmp (autoelectronică) domină în mecanismul arcurilor electrice. În aceste descărcări, densitățile mari de curent ($j \simeq 10^3$ —10^6 A/cm^2) provoacă fluxuri mari de particule grele (ioni sau atomi excitați), care — bombardînd catodul — îl încălzesc puternic. Totodată, la acești curenți mari, se aglomerează în fața catodului o sarcină spațială pozitivă densă care creează cîmpuri electrice suficient de intense pentru producerea emisiei autoelectronice din catod.

În general, emisia termoelectronică depinde mult de structura atomică a solidului și de starea suprafeței emiterului. Pentru o suprafață omogenă curată, electronii de conducție vor putea părăsi metalul în direcția x, normală la suprafață, dacă viteza v_x a lor satisface condiția (fig. V.26)

$$v_x \geqslant \sqrt{\frac{2\chi}{m}} \qquad \text{(V.222)}$$

componentele din planul suprafeței putînd avea orice valori, $v_y \in (-\infty, \infty)$ $v_z \in (-\infty, \infty)$. Energia necesară poate fi transferată prin încălzirea metalului. Ținînd seama că la o temperatură T probabilitatea ca un electron să aibă o energie $E(v_x, v_y, v_z)$ este dată de distribuția Fermi-Dirac (statistica fermionilor)

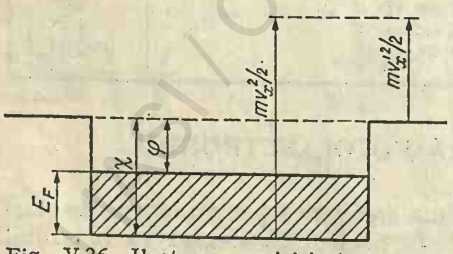


Fig. V.26. Ilustrarea emisiei termoelectrice din metal. Energia cinetică a electronului după ieșirea din metal este $mv_x'^2/2$.

$$P(E, T) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}} \qquad \text{(V.223)}$$

se poate calcula densitatea de curent în direcția x pornind de la relația de definiție

$$j_x = (1-r)\,e\int_{v_y=-\infty}^{\infty} v_y \int_{v_z=-\infty}^{\infty} v_z \int_{v_x=\sqrt{\frac{2x}{m}}}^{\infty} v_x \,\mathrm{d}n \qquad \text{(V.224)}$$

unde e este sarcina electronului, iar $\mathrm{d}n$ se exprimă prin produsul între probabilitatea $P(E, T)$ și densitatea de stări $(2m^3/h^3)\,\mathrm{d}v_x\,\mathrm{d}v_y\,\mathrm{d}v_z$

$$\mathrm{d}n = \frac{2m^3}{h^3}\,P(E, T)\,\mathrm{d}v_x\,\mathrm{d}v_y\,\mathrm{d}v_z. \qquad \text{(V.225)}$$

r este un coeficient mediu de reflexie internă a electronilor din metal la bariera de potențial metal-vid. Pentru metale pure $r \simeq 0{,}5$.

Se găsește cunoscuta ecuație Richardson-Dushman *

$$j_x \equiv j_s = AT^2(1-r)\exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right) \qquad \text{(V.226)}$$

unde $A = 4\pi emk^2/h^3 \simeq 120 \cdot 10^4$ A/(m^2 · K).

Experimental, emisia termoelectronică se determină prin curentul de saturație la colector (anod), adică în condițiile în care sarcina spațială negativă din vecinătatea emiterului este distrusă de o tensiune (anodică) emiter-colector destul de mare (fig. V.27). Din acest motiv în (V.226) s-a notat densitatea curentului de saturație j_s.

De fapt, experiența nu pune în evidență un astfel de „palier" riguros în reprezentarea $j-V$, ci se constată o creștere a curentului peste această limită, cu creșterea tensiunii acceleratoare, cum se arată în fig. V.27. Acest fapt demonstrează că electronii ies din metal nu numai datorită încălzirii, ci și din cauza cîmpului electric tot mai intens din vecinătatea suprafeței sale (efect Schottky). Considerînd acest cîmp E constant, distribuția potențialului va fi o dreaptă

$$V_E(x) = -e\mathrm{E}x \qquad \text{(V.227)}$$

cum este reprezentat în fig. V.28. Dar, în vecinătatea suprafeței mai acționează și forța imagine $e^2/(2x)^2$, care creează un potențial retardant

$$V_{im}(x) = -\frac{e^2}{4x} \qquad \text{(V.228)}$$

reprezentat și el în fig. V.28. Compunerea acestor două potențiale duce la o distribuție de potențial $V(x)$ cu un maxim. Depărtarea acestui maxim sub axa Ox reprezintă mic-

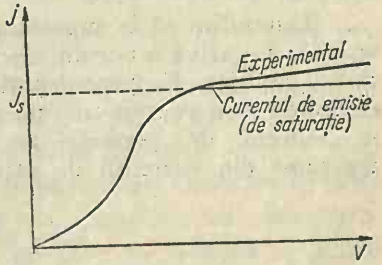


Fig. V.27. Densitatea curentului termoelectronic de saturație (teoretic) și cea experimentală.

* Vezi anexa III.

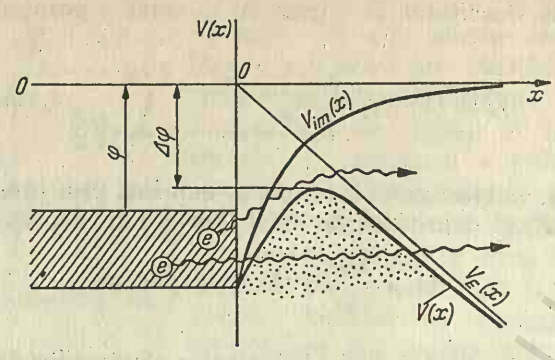


Fig. V.28. Escaladarea barierei de potențial (efect Schottky) și străpungerrea ei prin efect tunel.

șorarea cu $\Delta\varphi$ a înălțimii barierei de potențial, care poate fi calculată din condiția $\partial V(x)/\partial x = 0$, unde $V(x) = V_E + V_{im}$. Se găsește ușor

$$\Delta\varphi = -e\sqrt{eE}. \tag{V.229}$$

Așadar, cîmpul electric E produce o diminuare a lucrului de extracție, el devenind $\varphi - \Delta\varphi$, ceea ce duce la creșterea curentului termoelectric după o formulă modificată Richardson-Dushman

$$j_s = AT^2(1-r)\exp\left(-\frac{\varphi - e\sqrt{eE}}{kT}\right). \tag{V.230}$$

Deoarece coeficientul unghiular al dreptei $V_E(x)$ din (V.227) este proporțional cu E, urmează că o dată cu creșterea intensității cîmpului electric se reduce și grosimea barierei de potențial $V(x)$. Aceasta duce la creșterea penetrabilității barierei prin efect tunel. Cu alte cuvinte, crește coeficientul de transmisie $D = 1 - r$ al barierei și deci probabilitatea fenomenului de emisie autoelectronică. În figura V.28 atît efectul pur cuantic de străbatere a barierei, cît și cel de „escaladare" a ei sînt reprezentate prin cele două traiectorii ondulate ale electronilor. Efectul tunel devine important pentru intensități E mai mari de 10^5—10^6 V/cm.

Reamintim că la suprafața oricărui emiter termoelectronic izolat sarcina spațială negativă a norului electronic creează o barieră suplimentară de potențial de înălțime V_m, reprezentată în fig. V.29 prin curba AB astfel încît numai electronii *1* cu energia mai mare decît eV_m se pot depărta de metal, ceilalți *2* se „reflectă" de „peretele" acestei bariere. La un colector va ajunge doar o fracțiune din curentul de saturație și anume

$$j = j_s \exp\left(-\frac{eV_m}{kT}\right). \tag{V.231}$$

Aplicînd o tensiune pozitivă colectorului, V_m scade. Dacă tensiunea este destul de mare, V_m poate deveni nulă (curba AC) și anodul poate colecta întregul curent de emisie j_s, alcătuit din electroni excitați termic de tipul *3*. Crescînd în continuare tensiunea anodică (curba AD), are loc o micșorare a

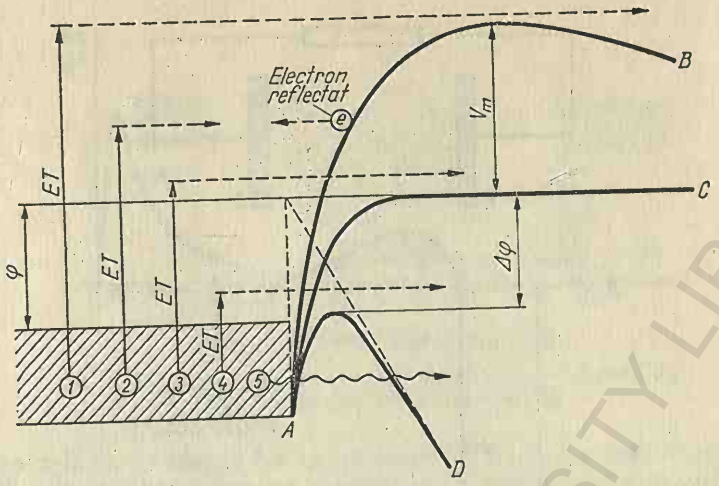


Fig. V.29. Distribuția potențialului la emiterul izolat (AB), cînd tensiunea emiter-colector distruge norul electronic staționar (AC), la tensiuni mai mici (AD). ET — excitări termice.

lucrului de ieșire și o îngustare a barierei ceea ce înlesnește trecerea electronilor prin efect Schottky *4* sau prin efect tunel *5*.

În încheiere, precizăm că încălzirea solidului provoacă nu numai emisia („evaporarea") electronilor, ci și evaporarea materialului sub formă de atomi neutri sau ionizați. În unele cazuri, în tuburi vidate se introduce un gaz inert (cîțiva tori) pentru reducerea evaporării.

V.11.6. IONIZAREA SUPERFICIALĂ

Uneori atomii sau moleculele pierd electroni la contactul cu suprafața metalică (ionizare pozitivă), alteori atașează electroni (ionizare negativă). Mai jos discutăm ionizarea pozitivă; cea negativă se tratează asemănător.

Un posibil mecanism de ionizare pozitivă este tunelarea electronului din atomul liber în banda de conducție a metalului, așa cum se arată în fig. V.30. Evident, condiția este

$$eV_i \leqslant \varphi \qquad \text{(V.232)}$$

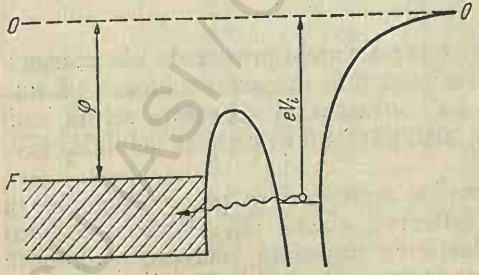


Fig. V.30. Un posibil mecanism de ionizare superficială pozitivă: efectul tunel.

Exemplu: ionizarea atomilor de cesiu ($eV_i = 3{,}89$ eV) pe suprafața wolframului ($\varphi = 4{,}5$ eV).

După ionizare, ionul pozitiv este atras de imaginea sa electrostatică, la care se adaugă impulsul primit la reflexia sa pe suprafața metalului. Ca urmare, fostul atom neutru se întoarce ca ion pozitiv după contactul cu suprafața.

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITY LIBRARY

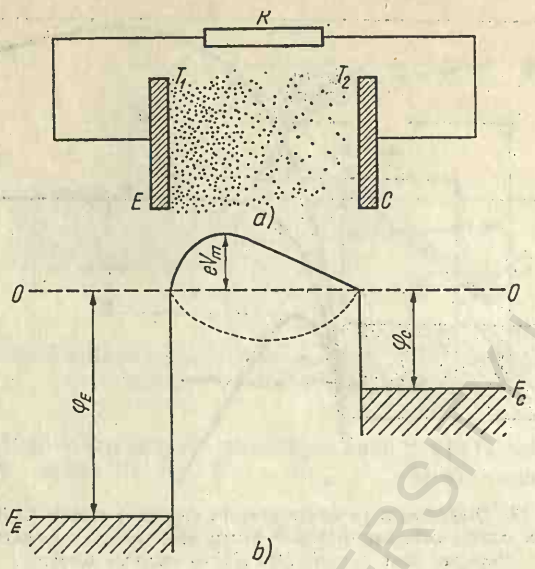


Fig. V.31. Schema electrică (a) și diargama energetică (b) a convertizorului termoelectronic.

Vom menționa utilizarea acestui fenomen la metoda de îmbunătățire a randamentului convertizorului termoionic, care transformă direct energia termică în energie electrică. Schema unui astfel de dispozitiv este dată în fig. V.31. Emiterul E, cu lucrul de ieșire φ_E, este incandescent ($T_1 \simeq 2000°C$); colectorul C cu $\varphi_C < \varphi_E$ are temperatura mai mică ($T_2 \simeq 800°C$). Surplusul de energie poate fi disipat pe o rezistență R, ca energie electrică. Pentru anihilarea barierei V_m din fața emiterului (în scopul creșterii curentului) se procedează astfel: emiterul fiind din wolfram, se trimite un fascicul de atomi de cesiu pe suprafața sa. După contactul cu suprafața, aceștia se întorc ca ioni de cesiu și vor neutraliza norul electronic, distrugînd bariera. Dacă ionii vor fi produși în exces, bariera poate fi transformată într-o groapă de potențial. Randamentul acestor dispozitive poate depăși 20%.

V.11.7. EMISIA ELECTRONICĂ SECUNDARĂ LA IMPACT ELECTRONIC

Electronii liberi alcătuiesc una din componentele principale ale plasmei. O bună parte din ei ajung la pereții recipientului în care evoluează plasma (metalici sau nemetalici) sau la anod. La contactul cu suprafața solidă, unii sînt reflectați practic elastic (fig. V.32), alții pătrund în rețeaua solidului provocînd emisia electronică secundară.

În distribuția energetică a electronilor secundari se pot distinge patru grupe de electroni: electroni primari reflectați elastic (I), electroni primari reflectați după ce au interacționat neelastic cu suprafața, pierzînd o anumită energie în solid (II), un grup intermediar format din electronii primari care au pierdut o mare parte din energie și din electroni eliberați din solid care au

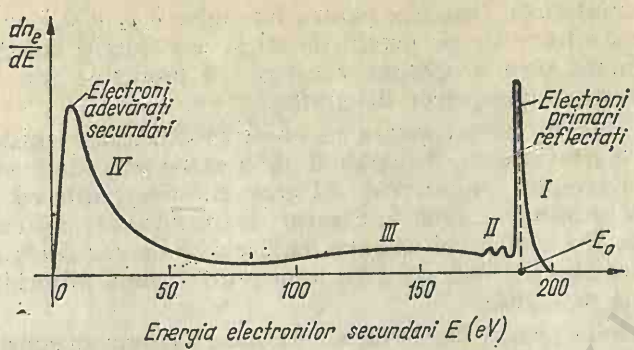


Fig. V.32. Distribuția energetică a electronilor secundari. E_0 esteenergia electronilor primari.

cîștigat energie la interacția lor cu primarii (III) și electroni secundari veritabili (IV) a căror distribuție este aproximativ maxwelliană și practic independentă de energia electronilor primari, maximul distribuției lor fiind la cîțiva eV.

Randamentul emisiei secundare electronice la impact electronic, δ (electroni secundari/electron primar) crește, în general, cu energia primarilor, are un maxim (δ_{max}), apoi scade lent. În tabelul V.12 sînt date valorile δ_{max} și E_{max}

Tabelul V.12

Randamentul δ_{max} și E_{max} pentru cîteva materiale.

Material	δ_{max}	E_{max} (eV)	Material	δ_{max}	E_{max} (eV)
Ag	1,47	800	Pt	1,5	750
Al	0,95	300	Rb	0,9	350
Au	1,45	800	Th	1,1	800
Ba	0,82	400	Ti	0,9	280
Be	0,5	200	W	1,35	650
C	1,0	300	Zr	1,1	350
Cd	1,14	450	B	1,2	150
Co	1,2	500	Ge (cristal)	1,2—1,4	400
Cs	0,72	400	Si (cristal)	1,1	250
Cu	1,3	600	MgO (cristal)	23	1200
Fe	1,3	400	BaO (strat)	4,8	400
K	0,7	200	BaO-SrO (strat)	5—12	1400
Li	0,5	85	sticlă	2—3	300—420
Mg	0,95	300	funingine	0,45	400
Mo	1,25	375			
Ni	1,35	550			

BCU TIMIȘOARA UNIVERSITY LIBRARY

pentru cîteva materiale. Deoarece pentru funingine $\delta_{max} < 0{,}5$, efectul emisiei electronice supărătoare de pe pereții de sticlă sau diferiți colectori metalici poate fi diminuat prin acoperirea acestora cu funingine sau alt material poros, ca acvadagul (suspensie de grafit).

În cazul unor metale acoperite cu un strat dielectric, emisia secundară poate deveni foarte intensă, δ depășind 10^3 (emisie secundară anormală sau *efect Malter*). Exemplu: suprafețe de Al acoperite electrolitic cu un strat de oxid Al_2O_3 de grosime $\simeq 2000$ Å. Stratul dielectric poate fi și cuarț, clorură de potasiu, etc. Dacă în tubul de experiență există un gaz ai cărui atomi pot fi ionizați de către electronii primari, ionii pozitivi fiind adsorbiți pe dielectric, δ crește și mai mult.

Fenomenele fizice care duc la emisia secundară anormală constau în următoarele. Suprafața exterioară a stratului izolator poate pierde mai mulți electroni decît cad pe ea în același timp, în procesul emisiei normale, sub acțiunea electronilor primari. Ea se încarcă astfel pozitiv. Această sarcină pozitivă împreună cu imaginea ei electrostatică din suportul metalic formează un strat dublu electric care se menține datorită bunei izolări a stratului dielectric. Cîmpul electric (accelerator pentru electroni) din stratul izolator poate atinge astfel valori de ordinul 10^6 V/cm, fiind capabil să producă o însemnată emisie autoelectronică (de cîmp) din metal. Efectul este întărit dacă pe suprafața dielectricului sînt adsorbiți ioni pozitivi din gazul ionizat.

În general acumularea superficială a sarcinii pozitive se produce treptat; de aceea, emisia secundară electronică nu se stabilește imediat după începerea bombardamentului cu electroni primari. Dispariția sarcinii superficiale pozitive este, de asemenea, treptată și deci emisia secundară se poate prelungi, după încetarea bombardării, uneori pînă la zeci de ore.

V.11.8. PULVERIZAREA CATODICĂ

La ciocnirea ionilor pozitivi cu suprafața catodului, o parte din energia și impulsul lor este transferată atomilor rețelei care pot părăsi metalul ca atomi sau ca ioni. Fenomenul este numit pulverizare catodică și poate fi caracterizat prin *randamentul de pulverizare* γ_p (atomi/ion). Emisia electronică secundară (γ_i) și pulverizarea catodică (γ_p) sînt cele mai importante procese care au loc la ciocnirea ionilor pozitivi cu catodul descărcărilor luminescente.

O primă teorie consideră pulverizarea ca o evaporare locală determinată de încălzirea materialului în zona de impact, pe seama energiei cinetice a ionului incident (teoria termică). Este însă îndoielnică aplicabilitatea conceptelor termodinamice la o zonă de mici dimensiuni (în jurul punctului de impact) care conține doar cîțiva atomi. O teorie mai bine argumentată experimental consideră că pulverizarea are loc în urma transferului de impuls de la ionul incident la atomii de la suurafața catodului (teoria transferului de impuls).

În figura V.33 este dată dependența randamentului pulverizării catodice produsă de ioni de Ar^+ pe diverse materiale, în funcție de energia cinetică a ionului incident. La energii mai mari de aproximativ $3 \cdot 10^4$ eV, randamentul γ_p atinge o saturație, datorită pătrunderii ionilor în adîncime, astfel că o mare parte din energia incidentă se pierde în interiorul materialului și nu la

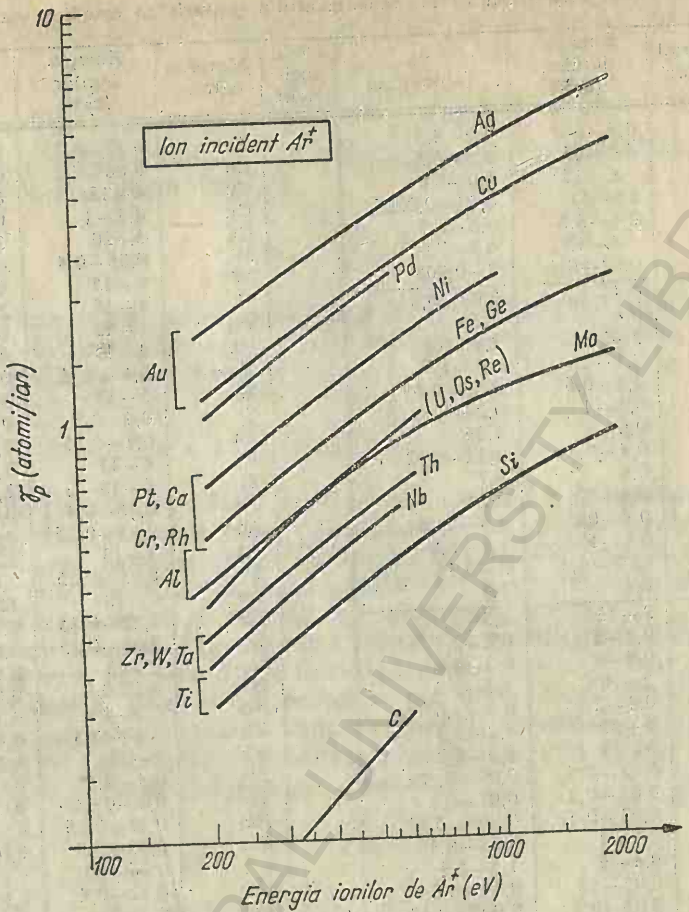


Fig. V.33. Randamentul pulverizării la impactul ionilor Ar^+ pe diferite materiale

suprafața lui. În tabelul V.13. sînt prezentate valori măsurate ale randamentului γ_p în diferite condiții experimentale. Măsurătorile sînt afectate de dificultatea separării curentului pur ionic spre catod de curentul electronilor secundari dinspre catod, precum și de întoarcerea spre catod a unei părți din atomii pulverizați, datorită ciocnirilor cu gazul din tubul de descărcare. Multe din datele publicate nu țin seama de aceste fenomene și de aceea, unele valori din tabelul V.13 și din fig. V.33 pot fi afectate de erori pînă la cîteva zeci de procente.

Să stabilim expresia cantității de material catodic, m, pulverizat în timpul t de curentul ionic I. Numărul N_t de ioni incidenți pe suprafața catodului în timpul t va fi

$$N_t = \frac{It}{q} \qquad \text{(V.233)}$$

Valori experimentale ale randamentului pulverizării catodice γ_p.

Ionul incident	Material catodic	Energia ionilor (keV)	γ_p (atomi/ion)
He^+	Ag	0,4–6	0,9–4,5
	Fe	4–15	3,5–5,5
	Ni	4–15	4,0–8,0
	Cu	15–40	0,23–0,0025
	Pb	0,4–3,5	0,5–2,5
	Co	4–15	4,0–7,0
	Au	0,02–0,1	0–0,008
Ne^+	Fe	0,1–1,0	0,05–0,8
	Cu	0,4	1,53
	Cu	5–25	2,8–3,0
	Cu	0,1–1	0,3–1,7
	Al	0,4–0,6	0,68–0,83
	Ni	0,1–1	0,2–1,1
	Ni	0,6	1,34
	W	0,4–0,6	0,34–0,32
	Pt	0,6	0,7
	Mo	0,4–0,6	0,44–0,54
	Ag	0,4–0,6	1,6–1,98
	Ag	0,4–5	1,2–5,8
	Au	0,02–0,1	0–0,14
	Au	0,4	1,0
Ar	Fe	2–13	1,3–2,3
	Ni	0,1–1	0,2–2,1
	Cu	0,4–4	6,2–4,2
	Cu	5–90	1,5–9,3
	Cu	0,1–1	0,3–2,6
	Cu	5–25	4,2–5,5
	Cu	5–25	5,5–6,2
	Cu(100)	0,02–0,1	0,07–0,42
	Cu(111)	0,03–0,1	0,07–0,2
	Al(111)	0,02–0,12	0,006–0,17
	Mo	0,1–1	0,03–0,45
	Pb	0,4–4	1,5–5,4
	C	0,03–13	0,44–0,8
	Si	0,05–0,3	0,003–0,12
	Ag	3–25	7,0–12,0
	Ag	0,04–0,24	0,01–1,6
	Ag	0,4–6	4,5–9,2
	Au	0,02–0,07	0,06–0,1
	Au	0,02–0,1	0–0,16
	U	2–13	0,8–1,2
Kr^+	Fe	0,1–1	0,1–1,3
	Cu	5–25	6,5–9,0
	Mo	1,1–1	0,02–1,1
	Ag	3–25	8,0–19,0
	Ta	5–30	1,2–2,7
Xe^+	Fe	0,1–1	0,5–1,4
	Cu	0,1–1	0,3–3,7
	Cu	5–25	6,2–10,5
	Si	20–60	0,7–1,3
	Ag	3–18	9,0–21,0
N^+	Cu	5–20	1,5–2,1
N_2^+	Cu	5–20	3,8–4,0
Cl^+	Cu	5–20	4,0–5,0
Hg^+	Fe	0,1–0,4	0,01–0,5
	Ni	0,07–0,4	0,01–0,7
	Ni	0,1–1	0,1–1,7
	Al	0,12–0,35	0,02–0,35
	Cu	0,06–0,3	0,01–0,85
	Cu	4–15	8,0–13,0
	Cu	0,1–1	0,3–3,2
	Cu	5–20	3,0–13,0
	W	0,06–0,4	0,001–0,55
	W	4–15	2,5–4,5
	V	4–15	2,0–4,0
	Pb	4–15	6,0–11,0
	Pb	4–15	5,0–10,0
	Mo	0,15–0,4	0,03–0,43
	Mo	5–15	3,0–6,5
	Cr	0,1–0,3	0,02–0,42
	Ta	0,1–0,35	0,02–0,4
	Ta	4–15	2,5–4,5
	Ti	4–15	2,0–3,5
	Ti	0,15–0,4	0,05–0,45
	Ag	0,05–0,25	0,01–1,3
Hg^+	Ag	4–13	12,0–27,0
	Au	0,05–0,25	0,05–1,3
	Au	4–13	12,0–25,0
	Co	0,12–0,35	0,02–0,48
	U	0,05–0,35	0,01–0,8
	U	2–13	0,8–5,2
	Ir	0,1–0,3	0,07–0,8
	Nb	0,2–0,4	0,1–0,3
	Rh	0,07–0,3	0,02–0,65
	Rh	4–15	4,5–7,0
	Zr	0,1–0,4	0,01–0,35
	Th	0,1–0,42	0,02–0,65
	Re	0,12–0,35	0,07–0,6
	C	0,05–0,5	0,01–0,18
	C	0,06–20	0,044–22,0
	Ge	0,12–0,4	0,05–0,62
	Pd	0–0,3	0,2–0,9
Hg^+	Fe	1–30	0,5–4,5
	Fe	2–13	3,0–6,0
	Oțel	1–30	0,5–4,5
	Grafit	1–30	0,1–2
D^+	Cu	10–44	0,048–0,023
	Oțel inox	6–30	0,05–0,03
	Ta	10–30	0,0045–0,006
Cu^+	Cu	4–25	4,5–8
	Cu	5–25	7,2–11,5
	Cu	0,5–6	3,4–8,7
Pb^+	Pb	0,5–5	8,4–36,2
	Cu	5–25	2,8–4,2
Fe^+	Fe	0–6	1,3–3,5
Ag^+	Ag	3–80	11,0–19,0
Sn^+	Sn	1–4	5,6–12,2
Mn^+	Mn	1,6–6	2,6–7,7
Zn^+	Cu	5–20	4,8–7,4
Ti^+	Cu	5–20	6,3–14,0
Si^+	Cu	5–20	8,0–4,3
Cd^+	Cu	5–20	9,8–11,5
Na^+	Cu	5–20	1,7–3,0
K^+	Cu	5–20	3,5–5,0

unde q este sarcina ionului. Numărul de atomi pulverizați în acest timp va fi

$$N_a = \frac{m}{A}, \tag{V.234}$$

unde A este greutatea atomică a particulelor rețelei. Din definiția randamentului $\gamma_p = N_a/N_i$, găsim imediat

$$m = \frac{A}{q} \gamma_p It. \tag{V.235}$$

Putem exprima ușor și viteza de pulverizare v_p (numărul de atomi pulverizați în unitatea de timp), adică $v_p = N_a/t$ (atomi/s). Anume, ținînd seama de (V.234) și (V.235) vom avea

$$v_p = \gamma_p \frac{I}{q}. \tag{V.236}$$

Relațiile (V.235) și (V.236) pot fi folosite și pentru determinarea randamentului γ_p, dacă se cunosc masa pulverizată m sau viteza de pulverizare v_p.

Pulverizarea catodică poate determina o sensibilă scădere a presiunii gazului din tub, datorită absorbției gazului de către particulele pulverizate. Cel mai puțin absorbite pe această cale sînt gazele inerte.

Pulverizarea catodică are multiple aplicații. Așezînd o piesă în vecinătatea catodului, atomii pulverizați pot forma pe piesa respectivă straturi metalice de grosime dorită. Dizolvînd suportul se pot obține filme metalice subțiri, folosite, de exemplu, în microscopia electronică. Folosind o piesă metalică drept catod, se poate obține curățirea suprafeței sale de diferite straturi de impurități, cu ajutorul pulverizării catodice.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VI

METODE DE PRODUCERE A PLASMELOR. NOȚIUNI DE FIZICA DESCĂRCĂRILOR ÎN GAZE

VI.1. TRECEREA CURENTULUI ELECTRIC PRIN GAZE RAREFIATE

Orice gaz este un izolator perfect atît timp cît el nu conține purtători de sarcină electrică (ioni și electroni). Aerul atmosferic conține totdeauna un anumit număr de ioni și electroni, datorită acțiunii unor factori de ionizare permanenți, cum ar fi radiația cosmică, radioactivitatea Pămîntului sau a unor elemente radioactive din atmosferă, îndeosebi a radiului și thoriului. La suprafața Pămîntului, de exemplu, purtătorii de sarcină sînt produși cu o rată de ionizare $dn/dt \simeq 4-10$ perechi/cm$^3 \cdot$ s, asigurîndu-se o concentrație de echilibru de aproximativ 500—1000 ioni pozitivi/cm^3 și 400—800 ioni negativi/cm^3. Aceste ionizări dau o conductivitate de aproximativ $10^{-16}\,\Omega^{-1}\times$ $\times$ cm^{-1} a atmosferei în vecinătatea pămîntului. Comparată cu conductivitatea metalelor (pentru cupru ea este $10^6\ \Omega^{-1}\times$ $\times$ cm^{-1}), conductivitatea aerului este desigur, foarte mică, dar totdeauna diferită de zero. De aceea, dacă vom aplica o tensiune între doi electrozi A, C ca în fig. VI.1, instrumentul sensibil G va indica un curent pentru orice tensiune diferită de zero. De obicei, experiența se face într-un tub vidat, în care s-a introdus gazul de lucru. Curentul electric măsurat de G se datorește deplasării purtătorilor de sarcină către cei doi electrozi (electronii și ionii negativi către anodul A, ionii pozitivi către catodul C). La tensiuni mici, nu

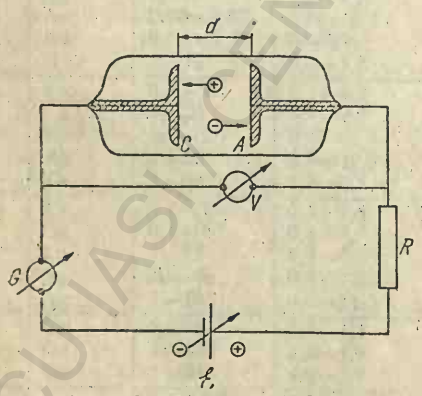


Fig. VI.1. Schemă pentru studiul trecerii curentului electric prin gaze.

toți purtătorii creați într-un anumit timp sînt colectați de electrozi în acel timp, ci numai o fracțiune. Această fracțiune colectată va crește cu creșterea cîmpului electric dintre electrozi. Presupunem electrozii plan-paraleli, cu d mic, deci cîmpul electric uniform. Admitem că ionii pozitivi sînt simpli (odată ionizați), de concentrația n_i, electronii avînd concentrația n_e. Considerăm $n_e \simeq n_i = n$. Dacă u_i și u_e sînt vitezele celor două feluri de purtători în cîmpul de intensitate E, atunci densitățile de curent j_i și j_e vor fi

$$j_i = enu_i = en\,\mu_i E \tag{VI.1}$$

$$j_e = enu_e = en\,\mu_e E \tag{VI.2}$$

unde μ_i, μ_e sînt coeficienții de mobilitate corespunzători. Densitatea totală de curent, măsurată de G, va fi

$$j = j_i + j_e = en(\mu_i + \mu_e)E. \tag{VI.3}$$

Notînd $\sigma = en(\mu_i + \mu_e)$, vom putea scrie

$$j = \sigma E \tag{VI.4}$$

care reprezintă legea lui Ohm pentru curentul datorat ionizării naturale, unde σ este conductivitatea gazului din spațiul AC. În ipoteza cîmpului uniform (cînd distanța d dintre electrozi este mică față de dimensiunea electrozilor), putem scrie $E = U/d$, U fiind tensiunea aplicată între electrozi. Se admite, în plus, că sarcina spațială reprezentată de particulele ionizate este destul de mică, încît nu deformează cîmpul uniform E pentru toate valorile curenților din aceste experiențe. Această condiție este valabilă pentru densități de curent mai mici decît 10^{-8} A/cm^2. Relația (VI.3) se va scrie

$$\frac{I}{S} = en(\mu_i + \mu_e)\frac{U}{d}$$

unde I este intensitatea curentului, iar S secțiunea tubului de curent, presupusă egală cu aria electrozilor, sau

$$U = IR \tag{VI.5}$$

unde

$$R = \frac{d}{enS(\mu_i + \mu_e)} \tag{VI.6}$$

este rezistența electrică a spațiului dintre electrozi. Cum se vede, R nu depinde de U (aceasta se întîmplă la tensiuni mici, la care coeficienții μ_i și μ_e nu depind de U). Graficul $I = f(U)$ va fi deci un segment de dreaptă, ilustrat prin segmentul OA din fig. VI.2,a. Fenomenul de trecere a curentului electric prin gaz se numește *descărcare electrică prin gaz*. În porțiunea AC trecerea curentului se realizează prin ioni și electroni, în timp ce în restul circuitului, conductibilitatea este electronică.

Dacă în spațiul de descărcare se produc $\nu_0 Sd$ ioni/s, unde ν_0 (ionizări/m^{3}s) este numărul de ionizări ce au loc în unitatea de volum și de timp, numai o parte din ei vor participa la curent, cum am spus mai sus; ceilalți ioni se vor

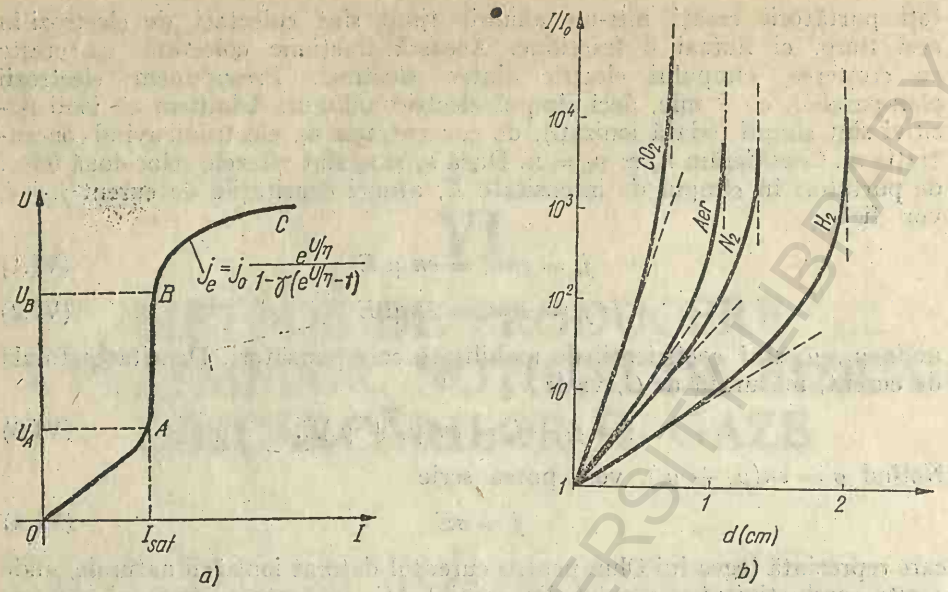


Fig. VI.2. a) Caracteristica $U-I$ la curenți mici.

b) Grafice semilogaritmice pentru raportul I/I_0 în funcție de distanța dintre electroni d, în următoarele condiții experimentale:

p (torr) = 1 (CO_2, aer); 2,48 (N_2); 4,1 (H_2)

E/p (V/cm · torr) = 700 (CO_2); 350 (aer); 165,3 (N_2); 73,5 (H_2)

α/p ($cm^{-1} \cdot torr^{-1}$) = 10,68 (CO_2); 5,26 (aer); 4,13 (N_2); 2,42 (H_2)

$\gamma = 4 \cdot 10^{-4}$ (CO_2); $2{,}8 \cdot 10^{-3}$ (aer); $4{,}3 \cdot 10^{-3}$ (N_2); $9{,}5 \cdot 10^{-3}$ (H_2).

recombina în volum sau la pereții tubului. Dacă însă E va fi destul de mare, vitezele de antrenare vor putea fi atît de mari încît toți ionii creați într-un anumit timp vor fi antrenați către electrozi *înainte ca ei să se recombine*. Vom obține astfel curentul maxim (de saturație)

$$I_{sat} = 2\, e\nu_0 S d \tag{VI.7}$$

cu densitatea de saturație $j_{sat} = 2\, e\nu_0 d$. Experiența arată că există un interval de tensiuni ($U_B - U_A$ în fig. VI.2, a) pentru care intensitatea curentului rămîne constantă. Dacă α_r este coeficientul de recombinare electron-ion, putem scrie variația concentrației în unitatea de timp astfel

$$\frac{dn_e}{dt} = \frac{dn_i}{dt} = \nu_0 - \alpha_r n_e n_i \tag{VI.8}$$

sau, ținînd seama că $n_e \simeq n_i = n$, vom avea

$$\frac{dn}{dt} = \nu_0 - \alpha_r n^2. \tag{VI.9}$$

La staționaritate, $dn/dt = 0$ și deci

$$\nu_0 = \alpha_r n^2$$

sau

$$n = \sqrt{\frac{\nu_0}{\alpha_r}}. \tag{VI.10}$$

Înlocuind (VI.10) în (VI.3) obținem

$$j = e(\mu_i + \mu_e)\sqrt{\frac{\nu_0}{\alpha_r}}\,E. \tag{VI.11}$$

Există situații în care factorul ionizant extern acționează, practic, numai asupra catodului scoțînd din suprafața acestuia electroni. Considerînd că acest factor este un flux de radiații ultraviolete și notînd cu N_e numărul electronilor scoși prin efect fotoelectric din unitatea de suprafață în unitatea de timp, densitatea j_0 a curentului de emisie la suprafața catodului va fi

$$j_0 = N_e e - \frac{e n_e \bar{u}_e}{4} \tag{VI.12}$$

unde termenul al doilea din dreapta reprezintă curentul invers de difuzie a electronilor spre catod. $\bar{u}_e$ este viteza medie de agitație termică a electronilor, iar n_e concentrația spațială a lor. Dacă pe unitatea de suprafață cad în unitatea de timp N_f fotoni, atunci $I_f = N_f h\nu$ este iluminarea energetică a catodului (W/m²), iar $\gamma_f = N_e/N_f$ randamentul emisiei secundare electronice prin fotoni (electroni/foton). Cu aceste două mărimi, relația (VI.12) devine

$$j_0 = \gamma_f \frac{I_f}{h\nu} e - \frac{e n_e \bar{u}_e}{4} \tag{VI.13}$$

$h\nu$ fiind energia fotonului radiației monocromatice incidente. Într-un punct oarecare al spațiului de descărcare expresia densității de curent este

$$j = e n_e \mu_e E + e n_i \mu_i E. \tag{VI.14}$$

Dacă, așa cum am presupus, ionizările în volum sînt neglijabile, nu vor exista ioni pozitivi, $n_i = 0$ și deci

$$j = e n_e \mu_e E. \tag{VI.15}$$

În plus, cîmpurile E fiind slabe, nu există nici multiplicări prin ciocniri electronice, ceea ce înseamnă $j = j_0$. Egalînd (VI.15) cu (VI.13), vom obține

$$n_e = \frac{\gamma_f I_f}{h\nu\left(\frac{\bar{u}_e}{4} + \mu_e E\right)} \tag{VI.16}$$

și densitatea de curent (VI.15) va fi

$$j = \frac{\gamma_f I_f e \mu_e E}{h\nu\left(\frac{\bar{u}_e}{4} + \mu_e E\right)}. \tag{VI.17}$$

Așadar, curentul fotoelectric nu variază liniar cu E din cauza termenului impus de difuzia inversă a electronilor în vecinătatea catodului. În cazul cîmpurilor destul de intense, încît $\mu_e E \gg (\bar{u}_e/4)$, densitatea curentului nu mai depinde de E (curent de saturație)

$$j = j_{sat} = \frac{\gamma_f I_f e}{h\nu} \tag{VI.18}$$

iar la cîmpuri foarte joase, cînd domină termenul mișcării haotice $(\bar{u}_e/4 \gg \mu_e E$, densitatea de curent variază liniar cu E

$$j = \frac{4\gamma_f I_f e \mu_e}{h\nu \cdot \bar{u}_e} E. \tag{VI.19}$$

În concluzie:

a) dacă purtătorii de sarcină sînt produși de un agent constant ce acționează în exclusivitate în volumul gazului densitatea curentului variază liniar cu cîmpul, asemănător legii lui Ohm pentru conductori metalici, conform relației (VI.3), valabilă înainte de saturație;

b) dacă agentul ionizant extern acționează în exclusivitate la suprafața catodului, j crește liniar cu E numai dacă valorile lui E sînt destul de mici (domină mișcarea dezordonată a electronilor emiși), conform relației (VI.19).

c) în practică, sînt prezentate simultan efectele de volum și de suprafață astfel că funcția $f = f(E)$ nu este, în general, riguros, liniară, însă tinde totdeauna spre un curent de saturație ilustrat prin porțiunea AB din fig. VI.2,a.

VI.2. PUTEREA DISIPATĂ LA TRECEREA CURENTULUI PRIN GAZE, ROLUL CIOCNIRILOR

Curentul electric de densitate j va disipa în unitatea de volum din gazul ionizat puterea $P = jE$ (W/m³). Pentru simplificare, considerăm curentul purtat numai de electroni, ionii fiind practic în repaus, deci $j \simeq j_e$. Dacă u_e este viteza de antrenare a electronilor în direcția lui E, atunci $P = en_e u_e E$. Introducînd mobilitatea electronilor μ_e, găsim

$$P = en_e \mu_e E^2. \tag{VI.20}$$

Aproximînd viteza de drift u_e prin viteza căpătată pe un drum mediu liber $u_e \simeq (eE/m_e)\,\tau_c$, unde τ_c este perioada medie a ciocnirilor, putem scrie

$$P = \frac{e^2 n_e}{m_e \nu_c} \mathrm{E}^2 \tag{VI.21}$$

unde $\nu_c = 1/\tau_c$ este frecvența ciocnirilor.

Din echivalența relațiilor (VI.20) și (VI.21) deducem următoarea expresie pentru mobilitate, în cazul curgerii staționare,

$$\mu_e = \frac{e}{m_e \nu_c}. \tag{VI.22}$$

Mobilitatea electronului este deci stînjenită de ciocniri; μ_e scade cu creșterea frecvenței de ciocnire, după (VI.22).

Acumularea de putere în unitatea de volum al gazului de la un cîmp electric constant (curent continuu) scade deci cu creșterea frecvenței de ciocnire a electronilor. Cu totul alta este situația atunci cînd se aplică un cîmp alternativ $E = E_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$. În acest caz, acumularea de putere în unitatea de volum se face tocmai cu ajutorul ciocnirilor. Expresia puterii cheltuită de sursa exterioară, mediată pe o perioadă $T = 2\pi/\omega$ va fi

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T j(t)E(t)\,dt = \frac{en_e}{T}\int_0^T u(t)\,E(t)\,dt \qquad \text{(VI.23)}$$

Expresia vitezei, în absența ciocnirilor, se află prin integrarea ecuației de mișcare

$$m_e \frac{du}{dt} = eE_0 \sin(\omega t + \varphi_0). \qquad \text{(VI.24)}$$

Introducînd $u(t)$ în (VI.23) se găsește $P = 0$. Așadar, electronul care se mișcă, fără ciocniri, în cîmpul alternativ nu ia, în medie, energie din cîmp; ceea ce cîștigă într-o semiperioadă cedează integral în semiperioada următoare. În prezența ciocnirilor, ecuația de mișcare va fi

$$m_e \frac{du}{dt} = eE_0 \sin(\omega t + \varphi_0) - \nu_c m_e u. \qquad \text{(VI.25)}$$

În acest caz, cum se va vedea mai departe, mobilitatea electronilor are expresia

$$\mu_e = \frac{e\nu_c}{m_e(\nu_c^2 + \omega^2)}. \qquad \text{(VI.26)}$$

Puterea disipată pe unitatea de volum va fi în acest caz

$$P = en_e\mu_e E_{ef}^2 \qquad \text{(VI.27)}$$

unde $E_{ef} = E_0/\sqrt{2}$ este cîmpul efectiv. Folosind (VI.26) obținem

$$P = \frac{e^2 n_e}{2m_e} \frac{\nu_c}{\nu_c^2 + \omega^2} E_0^2. \qquad \text{(VI.28)}$$

În cîmpul alternativ, puterea acumulată în unitatea de volum este diferită de zero numai în prezența ciocnirilor (făcînd $\nu_c = 0$ în (VI.28), obținem $P = 0$). Electronul poate deci cîștiga energie din cîmpul alternativ numai datorită ciocnirilor cu atomii gazului care transformă mișcarea oscilatorie ordonată a lor în mișcare dezordonată. În cîmp constant ($\omega = 0$) sau de joasă frecvență ($\omega \ll \nu_c$) relația (VI.28) se reduce la (VI.21), înlocuindu-se E_0 prin $\sqrt{2}\,E_{ef}$. În cîmpul de înaltă frecvență ($\omega \gg \nu_c$), pe de o parte puterea disipată scade cu creșterea pulsației ω, iar pe de altă parte crește cu creșterea frecvenței de ciocnire ν_c, cum arată (VI.28). Trebuie precizat că electronul cîștigă în medie energie chiar dacă se mișcă în sensul sau împotriva cîmpului, deoarece energia disipată este proporțională cu pătratul intensității cîmpului, deci independentă de semnul lui.

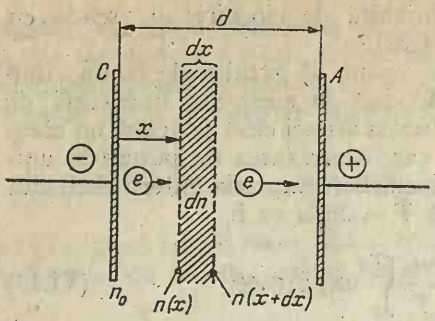


Fig. VI.3. Schema multiplicării electronice (Townsend) în spațiul catod-anod.

VI.3. CREȘTEREA IONIZĂRII ÎN CÎMPURI OMOGENE; DESCĂRCAREA TOWNSEND

Mărind tensiunea peste o anumită valoare U_B, intensitatea curentului începe din nou să crească. Cum puterea agentului de ionizare extern a rămas constantă, înseamnă că au apărut mecanisme noi de ionizare în spațiul AC. Acestea pot fi: ionizări ale atomilor din volumul gazului prin ciocniri cu electronii sau (mai rar) cu ionii pozitivi, smulgerea de electroni din suprafața catodului în urma bombardamentului acesteia cu ioni pozitivi sau cu alte particule grele sau cu fotoni din descărcarea proprie.

Dacă de la suprafața catodului C pleacă n_0 electroni (îi vom numi „primari"), atunci, conform relației (V.56), numărul electronilor la anodul A (fig. VI.3) va fi

$$n_d = n_0 e^{\alpha d}. \tag{VI.29}$$

Am considerat cazul mai simplu în care primul coeficient Townsend α nu depinde de x. Dacă $\alpha = \alpha(x)$ am avea

$$n_d = n_0 e^{\langle\alpha\rangle d} \tag{VI.30}$$

unde

$$\langle\alpha\rangle = \frac{1}{d}\int_0^d \alpha(x)\,dx. \tag{VI.31}$$

De la catod pleacă atît n_0 electroni produși de sursa exterioară ce acționează asupra catodului, cît și n_p electroni produși de plasmă, adică prin acțiunea ionilor pozitivi, fotonilor, metastabililor etc. ai plasmei asupra catodului. Notăm cu n_0' numărul electronilor scoși din catod prin acțiunile conjugate ale agentului exterior și ale plasmei

$$n_0' = n_0 + n_p. \tag{VI.32}$$

Să presupunem, pentru simplificare, că n_p se datorește numai incidenței ionilor. Dacă la distanța x se produc $n(x)$ ionizări simple (rezultînd ioni cu o singură sarcină elementară, $+e$), atunci, pe distanța dx se formează $\alpha n(x)dx$ electroni noi și $\alpha n(x)dx$ ioni simpli. Pe toată distanța d se vor forma deci $\alpha n(x)\,dx$ ioni simpli. Notînd cu γ_i numărul electronilor scoși de un ion pozitiv din suprafața catodului (al doilea coeficient Townsend), atunci numărul electronilor (primari) scoși de ionii formați în spațiul catod-anod, în ipoteza că toți ionii ajung la catod, este $\gamma_i\alpha\int_0^d n(x)\,dx$ electroni primari. Prin urmare, numărul total al electronilor primari va fi

$$n_0' = n_0 + \gamma_i\alpha\int_0^d n(x)\,dx. \tag{VI.33}$$

Dar $n(x)$ este, cum am spus, numărul electronilor produși la distanța x de cei ce vin de la catod, adică de n'_0. Acest număr este deci

$$n(x) = n'_0 e^{\alpha x}.$$

Așadar,

$$n'_0 = n_0 + \gamma_i \alpha \int_0^d n'_0 e^{\alpha x} \, dx.$$

Integrînd, obținem imediat

$$n'_0 = n_0 + \gamma_i n'_0 (e^{\alpha d} - 1)$$

sau

$$n'_0 = \frac{n_0}{1 - \gamma_i (e^{\alpha d} - 1)}. \tag{VI.34}$$

Anodul va colecta $n_a = n'_0 e^{\alpha d}$ electroni, așadar, dacă un agent exterior scoate din suprafața catodului n_0 electroni, aceștia vor deveni, prin avalanșe Townsend, la anod

$$n_a = \frac{n_0 e^{\alpha d}}{1 - \gamma_i (e^{\alpha d} - 1)}. \tag{VI.35}$$

Dacă n_0 este producția electronică în unitatea de timp (electroni/s), atunci curentul I în circuitul exterior, fiind dat de numărul de electroni colectat de anod în unitatea de timp, va avea expresia

$$I = e n_a = \frac{I_0 e^{\alpha d}}{1 - \gamma_i (e^{\alpha d} - 1)} \tag{VI.36}$$

unde am notat $I_0 = e n_0$, curentul electronic produs la catod de agentul ionizator extern.

Pentru a determina și contribuția altor procese, să refacem judecata de mai sus astfel: admitem că cei $n(x)$ electroni de la distanța x produc nu numai $dn_v = \alpha n \, dx$ electroni noi în volum, ci și $dn_k = \omega_i n \, dx$ electroni din catod prin ionii pozitivi creați pe distanța dx. Refăcînd calculul precedent, obținem

$$I = \frac{I_0 e^{\alpha d}}{1 - \frac{\omega_i}{\alpha} (e^{\alpha d} - 1)}. \tag{VI.37}$$

Comparînd (VI.37) cu (VI.36) rezultă

$$\gamma_i = \frac{\omega_i}{\alpha}.$$

Ținînd seama că $\gamma_i = dn_k / dn_v$, putem scrie

$$\omega_i = \gamma_i \alpha = \frac{dn_k}{dn_v} \frac{dn_v}{n \, dx}$$

sau

$$\omega_i = \frac{dn_k}{n\,dx}.$$

Deoarece dn_k reprezintă numărul electronilor scoşi din catod de către ionii creaţi de cei n electroni pe distanţa dx, putem spune că ω_i reprezintă numărul electronilor scoşi din catod prin bombardamentul ionilor produşi pe unitatea de drum de un electron din plasmă.

Notînd cu ω_{fe}, ω_{fi} numărul electronilor scoşi din catod la bombardamentul fotonilor produşi pe unitatea de lungime din plasmă prin ciocniri ale electronilor şi, respectiv, ionilor cu atomii şi moleculele, şi cu ω_m numărul electronilor scoşi din catod de către metastabilii produşi pe unitatea de drum de un electron, putem scrie un randament generalizat pentru producţia de electroni din catod

$$\gamma = \gamma_i + \gamma_{fi} + \gamma_{fe} + \gamma_m \qquad \text{(VI.38)}$$

unde

$$\gamma_{fe} = \omega_{fe}/\alpha,\ \gamma_{fi} = \omega_{fi}/\alpha,\ \gamma_m = \omega_m/\alpha$$

reprezintă randamentele electronice ale acestor particule la impactul lor cu catodul. Uneori, la şirul (VI.38) se mai adaugă şi γ_n — randamentul atomilor neutri rapizi ce pot exista în vecinătatea catodului. Utilizînd randamentul generalizat γ, putem scrie expresia curentului electric

$$I = \frac{I_0 e^{\alpha d}}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)}. \qquad \text{(VI.39)}$$

Dacă agentul de ionizare dispare ($I_0 = 0$), dispare şi curentul de descărcare ($I = 0$), cum arată (VI.39). Această descărcare, condiţionată de acţiunea unui agent de ionizare extern, dar ajutată şi de procese de ionizare proprii (în volum şi superficiale) se numeşte *descărcare semiîntreţinută* sau *descărcare Townsend* (porţiunea BC din fig. VI.2, a).

Introducînd mărimea $\eta = E/\alpha$, unde $E = U/d$, U fiind tensiunea dintre electrozii plan-paraleli, relaţia (VI.39) poate fi scrisă sub forma $I = f(U)$

$$I = \frac{I_0 e^{U/\eta}}{1 - \gamma(e^{U/\eta} - 1)} \qquad \text{(VI.40)}$$

relaţia care descrie porţiunea BC a caracteristicii din fig. VI.2,a sau din fig. VI.4.

Pentru intervale mici catod-anod (d mici) numitorul expresiei (VI.39) contribuie foarte puţin la creşterea curentului, astfel că pentru d mici, graficul $\ln (I/I_0) = f(d)$, este practic o dreaptă cu panta α. În figura VI.2, b se dau astfel de grafice pentru bioxid de carbon, aer, azot şi hidrogen, în condiţiile experimentale notate pe figură. Partea curbă de sus a fiecărui grafic este o consecinţă a proceselor secundare γ; ele apar „vizibile" pe grafic la distanţe de la care variaţiile numitorului relaţiei (VI.39) devin sesizabile şi dependenţa (I, d) devine mai complicată decît o simplă exponenţială.

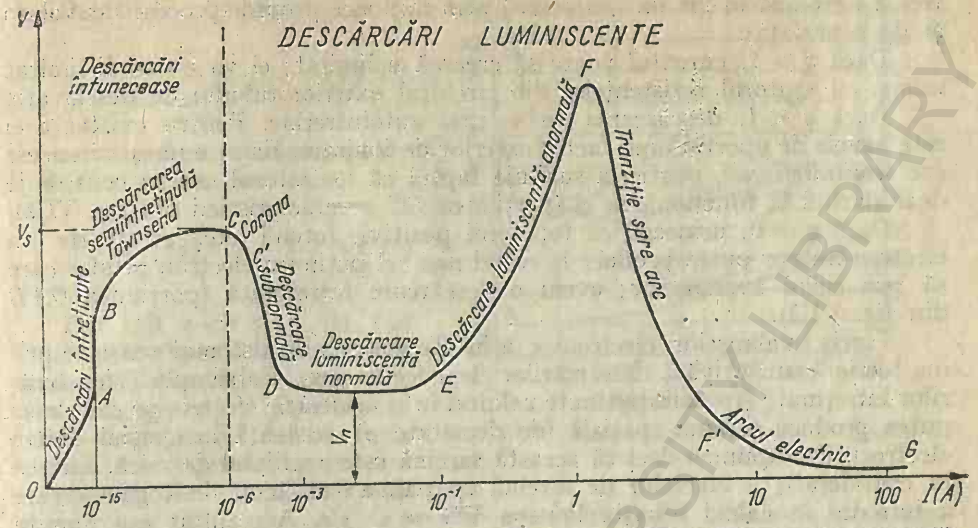


Fig. VI.4. Caracteristica generală $V-I$ a descărcărilor electrice în gaze la presiune constantă. În abscisă sînt date cîteva valori orientative asupra curenților.

VI.4. CONDIȚIA DE STAȚIONARITATE; STRĂPUNGEREA GAZELOR

Dacă înlăturăm agentul de ionizare exterior ($I_0 = 0$), descărcarea se stinge ($I = 0$), cum ne arată și (VI.39). Ea nu se va stinge ($I \neq 0$) numai dacă și numitorul fracției va fi egal cu zero. Așadar, condiția ca o descărcare să se autoîntrețină va fi

$$1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1) = 0 \tag{VI.41}$$

Cînd această condiție este îndeplinită, obținem o *descărcare independentă* sau *autonomă*. Ecuația (VI.41) este echivalentă cu expresia

$$q = \gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1. \tag{VI.42}$$

Interpretarea fizică a acestei condiții este următoarea: Dacă de la catod pleacă un electron, el se va „transforma" prin multiplicare în $e^{\alpha d}$ electroni pînă la anod. Numărul electronilor secundari, terțiari etc., produși de electronul inițial (primar) pe distanța d va fi deci $e^{\alpha d} - 1$, egal și cu numărul ionilor pozitivi (simpli) produși pe distanța d. Acești ioni vor scoate din catod $\gamma(e^{\alpha d} - 1)$ electroni primari. Dacă prin γ înțelegem un randament generalizat putem spune că expresia $q = \gamma(e^{\alpha d} - 1)$ reprezintă numărul de electroni scoși din suprafața catodului de către ionii pozitivi, fotonii, etc., ajunși la catod din cei formați ca urmare a trecerii unui singur electron prin spațiul dintre electrozi. Dacă acest număr este egal cu unitatea, înseamnă că electronul plecat de la catod „și-a asigurat" refacerea exact a unui alt electron la suprafața catodului, care va relua ciclul. Aeasta este *condiția de staționaritate* (de autoîntreținere) a descărcării, descrisă de (VI.41) sau (VI.42). În acest caz, descărcarea poate exista și fără ajutorul vreunui agent de ionizare exterior, deoarece fiecare elec-

tron își creează în loc un „succesor" prin mijloace proprii (procese de volum și de suprafață).

Dacă $q > 1$, curentul poate să crească nelimitat; el va putea fi limitat numai cu ajutorul rezistențelor din circuitul exterior tubului de descărcare.

Dacă $q < 1$, descărcarea nu se mai autoîntreține. Pentru existența ei este nevoie de aportul unui factor exterior de ionizare. Ea se numește în acest caz *semiîntreținută*, pentru a sublinia faptul că ionizatorul extern contribuie doar parțial la funcționarea ei (porțiunea BC a caracteristicii din fig. VI.2).

Dacă $q = 0$, urmează că toți ionii pozitivi, fotonii etc. creați de un electron nu vor putea produce la catod nici cel puțin un electron primar care să reia ciclul avalanșelor; avem o descărcare întreținută (porțiunea OAB din fig. VI.2).

Teoria avalanșelor electronice a lui Townsend, expusă mai sus este prima teorie cantitativă a descărcărilor electrice în gaze. Ea se aplică descărcărilor întreținute și semiîntreținute neluînd în considerație efectele pe care le-ar putea produce sarcina spațială (de densitate ρ) existentă în spațiul dintre electrozi. Presupunem deci că această sarcină este neglijabil de mică. Luarea în considerație a efectelor de sarcină spațială a fost făcută de Rogowski care a introdus în calcul ecuația Poisson $\nabla^2 V = -\rho/\varepsilon_0$. A rezultat așa numita *teorie Townsend-Rogowski* pentru descărcările electrice.

Descărcările întreținute și semiîntreținute nu sînt, în general, însoțite de fenomene luminoase; ele sînt descărcări „întunecoase" sau „obscure" Realizarea condiției de staționaritate (VI.41) este însă însoțită și de apariția (de regulă, bruscă) a unor zone luminoase în spațiul dintre electrozi. Totodată are loc o creștere bruscă a intensității curentului de descărcare și o scădere corespunzătoare a tensiunii dintre electrozi. Fenomenul se numește *străpungerea gazului* sau *aprinderea descărcării*. Luînd pe abscisă intensitatea curentului, iar pe ordonată tensiunea dintre electrozi și păstrînd notațiile din fig. VI.2, fenomenul de aprindere a descărcării este ilustrat în fig. VI.4. Trecerea de la regimul de descărcare întunecoasă ($OABC$) la regimul de descărcare independentă (DE) se face în general brusc (CD), dacă nu se iau măsuri speciale de stabilizare a descărcării. Tensiunea V_s corespunzătoare punctului C se numește *tensiune de străpungere* sau de aprindere, iar cea corespunzătoare punctului D *tensiune de ardere* a descărcării. Tensiunea de ardere variază cu intensitatea curentului de descărcare după cum arată curba $DEFG$ care, cum vom vedea, ilustrează mai multe tipuri de descărcare.

Folosind (VI.41) se poate explicita tensiunea de străpungere V_s. Vom nota cu d_s distanța dintre electrozi corespunzătoare străpungerii (distanța de străpungere). După cîteva transformări simple, (VI.41) poate fi pusă sub forma

$$d_s = \frac{1}{\alpha} \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \qquad \text{(VI.43)}$$

Notînd cu E_s intensitatea cîmpului electric (presupus uniform) care a provocat străpungerea și înmulțind (VI.43) cu acest cîmp, obținem

$$V_s = \frac{E_s}{\alpha} \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \qquad \text{(VI.44)}$$

unde $V_s = E_s d_s$.

De obicei, se notează

$$\frac{E_s}{\alpha} = \eta \qquad \text{(VI.45)}$$

și tensiunea de străpungere poate fi scrisă și sub forma

$$V_s = \eta \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \qquad \text{(VI.46)}$$

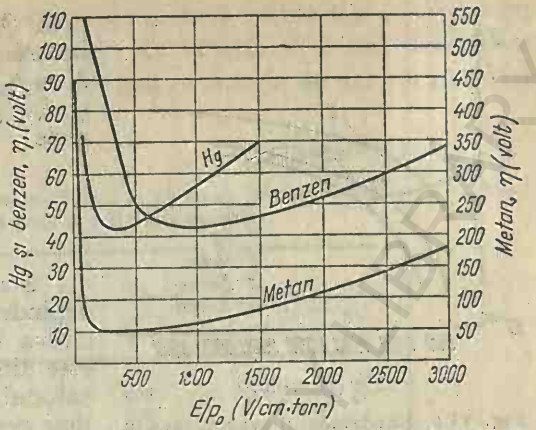


Fig. VI.5. Tensiunea pe o ionizare η în funcție de cîmpul redus E/p_0.

Dar atît η cît și γ nu pot fi calculate riguros în funcție de parametrii obișnuiți ai descărcării, cum sînt presiunea p și distanța dintre electrozi d. Există, însă, informații experimentale privind dependența lor de așa-numitul „cîmp redus" E/p_0, unde p_0 este presiunea gazului la 0°C. Pentru η, de exemplu, este caracteristic faptul că diagramele au, în general, un minim, cum se vede în fig. VI.5. După (VI.45), η (volți/ionizare) reprezintă diferența de potențial de-a lungul căreia un electron capătă, în medie, energia necesară unei ionizări. Cu alte cuvinte, $e\eta$ este energia necesară unei ionizări. Evident cu cît energia ce revine, în medie, unei ionizări este mai mică cu atît se vor produce mai multe ionizări la o tensiune dată între electrozi. De aceea interesează îndeosebi η_{min}. În tabelul VI.1 sînt date valorile η_{min} pentru cîteva gaze,

Tabelul VI.1

Valori minime ale parametrului η și cîmpurile reduse corespunzătoare, pentru cîteva gaze.

Gazul	η_{min} (V)	$\left(\frac{E}{p_0}\right)$ (V/cm.torr)
Xe	37,8	320
C_6H_6	42,2	840
Hg	43,8	445
Ar	45	200
CH_4	53,1	300
CO_2	62	400
Ne	66,6	85
Aer	68	340
N_2	85,6	320
H_2	85,8	300

precum și E/p_0 corespunzătoare. Din cele spuse reiese că $e\eta$ este energia medie căpătată de un electron pe un drum mediu liber de ionizare λ_i, așa că putem scrie

$$e\eta = eE\lambda_i = eE\,\frac{1}{NQ_i} \qquad \text{(VI.47)}$$

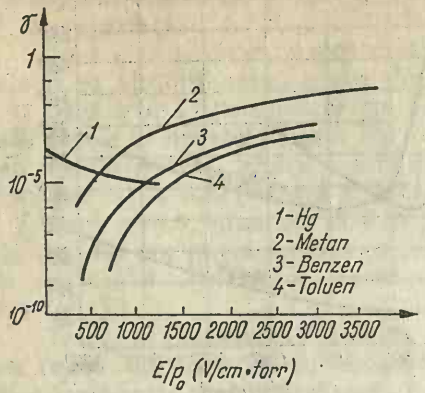


Fig. VI.6. Randamentul generalizat γ în funcție de E/p_0 pentru cîteva substanțe.

unde Q_i este secțiunea eficace de ionizare, iar N concentrația atomilor-țintă. Dar $N \sim p_0$ (căci $p_0 = Nk \cdot 273$), deci $\eta \sim E/p_0$ și, în general, $\eta = f(E/p_0)$ Putem deci scrie

$$V_s = f(E_s/p_0) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \quad \text{(VI.48)}$$

S-a putut stabili că și γ (generalizat) depinde de E/p_0. În fig. VI.6 sînt date cîteva exemple. Pentru mercur catodul este din fier, iar pentru celelalte substanțe catodul este din alamă. Cum se vede, deși pentru unele intervale E/p_0 randamentul γ poate fi luat constant, ceea ce ușurează mult uneori folosirea ecuației (VI.48), el este, în general, o funcție de E/p_0 pe care o vom nota $\gamma = \Phi(E/p_0)$. Înlocuindu-l în (VI.48) obținem

$$V_s = f(V_s/p_0 d_s) \ln\left[1 + \frac{1}{\Phi(V_s/p_0 d_s)}\right] \quad \text{(VI.49)}$$

în care am folosit $E_s = V_s/d_s$. Așadar, relația aparent simplă (VI.46), este în realitate o funcție implicită (V_s, $p_0 d_s$). Funcțiile f și Φ pot fi cunoscute doar aproximativ. Relația (VI.49) pune însă în evidență un fapt de importanță practică deosebită și anume, că potențialul de străpungere V_s depinde de produsul $p_0 d_s$. Ea exprimă *legea lui Paschen* (stabilită experimental în 1889): *pentru aceeași combinație gaz-electrozi, tensiunea de străpungere nu se schimbă dacă produsul $p_0 d_s$ rămîne același, indiferent de valorile p_0 și d_s.* Diagramele $V_s(p_0 d_s)$ poartă numele de *curbe Paschen*. Ele au, practic, același mers general și anume: începînd cu valori mici ale lui $p_0 d_s$ potențialul V_s scade foarte abrupt cu creșterea lui $p_0 d_s$, pînă la o valoare minimă V_{min}, corespunzătoare unui $(p_0 d_s)_{min}$, după care V_s crește mai mult sau mai puțin liniar cu creșterea lui $p_0 d_s$, în funcție de natura gazului și materialului electrozilor. În figura VI.7

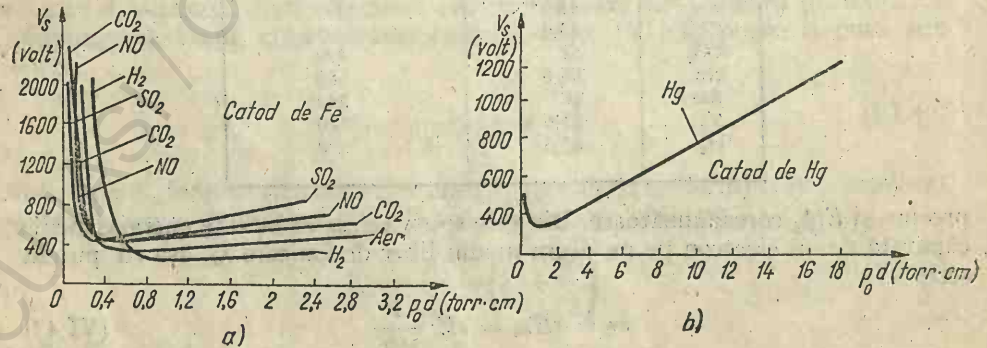


Fig. VI.7. Curbe Paschen.

sînt date curbele Paschen pentru cîteva gaze cu catod de fier (a) și pentru vapori de mercur cu catod de mercur (b). În tabelul VI.2 sînt date cîteva valori $(V_s)_{min}$ și $(p_0 d_s)_{min}$ corespunzătoare pentru o serie de gaze și materiale

Tabelul VI.2

Tensiunile de aprindere minime $(V_s)_{min}$ și $(p_0 d_s)_{min}$ corespunzătoare pentru cîteva gaze și materiale catodice.

Gazul	Catodul	$(V_s)_{min}$ (V)	$(p_0 d_s)_{min}$ (torr·cm)
He	Fe	150	2,50
Ne	Fe	244	3,00
A	Fe	265	1,50
N_2	Fe	275	0,75
O_2	Fe	450	0,70
aer	Fe	330	0,57
H_2	Pt	295	1,25
Hg	W	425	1,80
Hg	Fe	520	2,00
Hg	Hg	295	0,70
Na	Na, Ni	335	0,04
K	K	230	0,33
Cs	Ni	360	0,24

catodice. Se poate spune că diagramele Paschen împart „spațiul" $(V, p_0 d)$ în două: Pentru potențiale V situate sub curbă descărcarea nu este posibilă (nu se aprinde), iar pentru V situate deasupra curbei, descărcarea este posibilă.

Se poate da o explicație fizică pentru forma curbelor Paschen.La valori foarte mici ale produsului $p_0 d_s$ numărul particulelor din spațiul dintre electrozi este foarte mic. Ciocnirile sînt rare și din acest motiv vor fi necesare tensiuni foarte mari pentru aprindere. În aceste condiții, o dată cu creșterea presiunii sau a distanței (deci a produsului $p_0 d_s$) numărul particulelor dintre electrozi crește, ceea ce înseamnă o creștere a numărului de ciocniri, deci mai multe ionizări. Ca urmare, vor fi necesare tensiuni mai mici pentru străpungere (partea din stînga minimului). La $p_0 d_s$ foarte mari, între electrozi sînt foarte multe particule și deci un număr foarte mare de ciocniri. Repartizînd tensiunea dintre electrozi pe acest număr, se poate ca intervalului dintre două ciocniri să-i corespundă, în medie o tensiune prea mică, insuficientă pentru ca electronul să capete energia necesară ionizării. Pentru a se produce străpungerea va trebui deci să folosim o tensiune mai mare pe măsură ce $p_0 d_s$ crește. Așadar, va exista o anumită valoare $(p_0 d_s)_{min}$ de la care tensiunea de străpungere va începe să crească o dată cu creșterea lui $p_0 d_s$ (partea din dreapta minimului), astfel ca, de fiecare dată, tensiunea de accelerare a electronului între două ciocniri să fie suficientă pentru producerea ionizării.

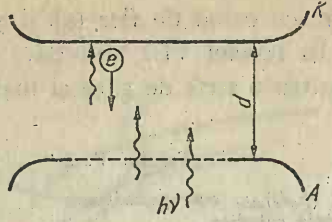


Fig. VI.8. Schema experimentului de determinare a coeficientului α.

VI.5. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A COEFICIENTULUI α. CONSTANTA LUI STOLETOV

Într-un tub de sticlă cu gaz la presiune joasă (zecimi, pînă la unități de torr) se află doi electrozi Rogowski *, ca în fig. VI.8. Distanța d între electrozi este variabilă (catodul K deplasabil). Anodul are un număr mare de orificii prin care pot trece radiațiile ultraviolete intrate în tub printr-o fereastră, de cuarț. Radiațiile ultraviolete scot electroni din catod prin efect fotoelectric. Dacă de pe toată suprafața catodului au fost scoși I_0 electroni în unitatea de timp, atunci intensitatea curentului la anodul A va fi

$$I = I_0 e^{\alpha d} \tag{VI.50}$$

pentru o anumită tensiune între electrozi. Prin logaritmare obținem

$$\ln I = \ln I_0 + \alpha d. \tag{VI.51}$$

Dacă α este o constantă (nu depinde de d), graficul $\ln I = f(d)$ va fi o dreaptă. Din panta dreptei se scoate α. Variind d, variază și intensitatea cîmpului E. Pentru a menține E constant în cursul măsurătorilor, trebuie modificată tensiunea astfel ca V/d să nu se modifice. De asemenea, presiunea p a gazului va fi menținută constantă. De fapt, se urmărește ca la diferite distanțe d și tensiuni V, probabilitatea de ionizare prin ciocniri electronice să nu se modifice, adică α să rămînă constant. Or, această probabilitate este în general, proporțională cu energia căpătată de electron între două ciocniri $\varepsilon = e\eta = eE/Q'p$ unde Q' este secțiunea de ionizare măsurată în $m^{-1}\,(N/m^2)^{-1}$. Așadar $\alpha \sim E/p$. Experiențele se fac deci la $E/p = \text{const}$. În figura VI.9 sînt date graficele $\ln I = f(d)$ pentru aer uscat la diferite valori constante ale cîmpului redus E/p_0 (p_0 este presiunea gazului, redusă la 0°C). Cum se vede, panta dreptelor (deci α) variază cu E/p_0. În general, această dependență a lui α de E/p_0 nu este simplă. O anumită regularitate se observă în reprezentarea

$$\frac{\alpha}{p} = \varphi(E/p) \tag{VI.52}$$

și anume, experiența arată că astfel de grafice, numite și curbe Townsend au un punct de inflexiune P, cum se vede în fig. VI.10. Menținînd E constant în (VI.52), α va fi funcție numai de presiune

$$\alpha(p) = p\,\varphi(E/p). \tag{VI.53}$$

* Electrozii cu profil Rogowski au marginile astfel curbate, încît în porțiunea plan-paralelă cîmpul electric să fie practic uniform și mai intens decît în zona de curbură.

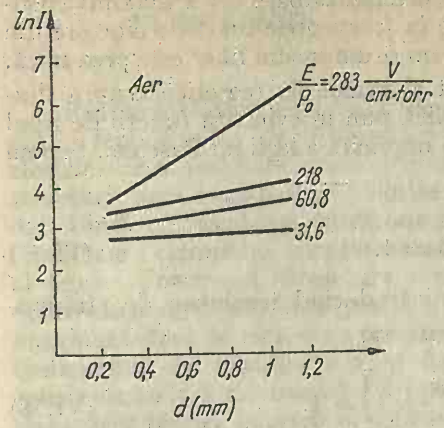


Fig. VI.9. Diagrama ln $I = f(d)$ la E/p = = const., pentru aer

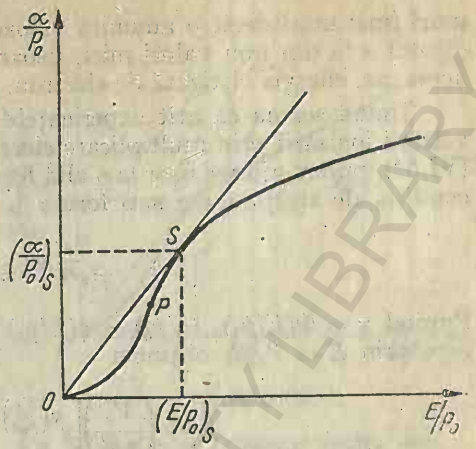


Fig. VI.10. Curbă Townsend.

Să aflăm extremul acestei funcții din condiția $d\alpha/dp = 0$

$$d\alpha = \varphi\, dp + p \frac{\partial \varphi}{\partial (E/p)} \frac{\partial (E/p)}{\partial p} dp$$

sau

$$\frac{d\alpha}{dp} = \varphi - \frac{\partial \varphi}{\partial (E/p)} \frac{E}{p}. \qquad \text{(VI.54)}$$

Notînd cu φ_S și $(E/p)_S$ valorile pentru care se anulează derivata lui α în raport cu p, avem

$$\varphi_S - \frac{\partial \varphi}{\partial (E/p)} \left(\frac{E}{p}\right)_S = 0. \qquad \text{(VI.55)}$$

Conform (VI.52), $\varphi_S = (\alpha/p)_S$ și (VI.55) se poate scrie sub forma:

$$\frac{\partial (\alpha/p)}{\partial (E/p)} = \frac{(\alpha/p)_S}{(E/p)_S}. \qquad \text{(VI.56)}$$

Există un singur punct pe curba Townsend care satisface relația (VI.56) și anume punctul S din fig. VI.10. Rezultă că există o anumită valoare $(E/p)_S$ pentru care coeficientul α este maxim; el se poate determina ușor trasînd curbele Townsend, după care se stabilește punctul S ca punct de tangență a curbei cu o dreaptă ce trece prin origine. Pentru un gaz dat, $(E/p)_S$ este o constantă și se numește *constanta lui Stoletov*. Ea stabilește în ce condiții de cîmp și de presiune a gazului se poate obține valoarea maximă a curentului (dată de valoarea maximă a lui α) în descărcarea întunecoasă Townsend. Această trecere a lui α printr-un maxim, la variația presiunii se poate explica astfel. La presiuni foarte mici, gazul fiind rarefiat, numărul ciocnirilor electronului cu particulele gazului este mic, deci α are o valoare mică. La presiuni

mari (mai mari decît o anumită valoare corespunzătoare lui α maxim) coeficientul α ia din nou valori mici, deoarece la frecvențele mari de ciocnire din acest caz, energia cîștigată de electron, pe un drum mediu liber este prea mică.

Ținînd seama că atît experiențele cît și evaluările teoretice asupra dezvoltării ionizării prin multiplicare electronică pun în evidență funcții de tipul (VI.52), putem ajunge ușor la o altă formă implicită a legii lui Paschen. Scriem condiția de străpungere sub forma

$$\gamma\left(e^{\frac{\alpha}{p_0}p_0 d} - 1\right) = 1. \qquad \text{(VI.57)}$$

Punînd $\gamma = \Phi(E/p_0)$, $(\alpha/p_0) = \varphi(E/p_0)$ și introducînd tensiunea de străpungere prin $E = V_s/d$, obținem

$$\Phi\left(\frac{V_s}{p_0 d}\right)\left[e^{\varphi\left(\frac{V_s}{p_0 d}\right)\cdot p_0 d} - 1\right] = 1. \qquad \text{(VI.58)}$$

Această formă implicită a funcției $V_s = V_s(p_0 d)$ reprezintă o altă expresie a legii Paschen, la fel de binecunoscută ca și (VI.49).

În încheiere, remarcăm faptul că dacă din curbele Townsend luăm valori E/p și α/p corespunzătoare, raportul acestora reprezintă tocmai curba $\eta = E/\alpha$. Evident, minimul curbelor η trebuie să coincidă cu maximul lui α amîndouă valori corespunzînd constantei Stoletov $(E/p)_S$.

Pentru ilustrare, în fig. VI.11 se dau funcțiile α/p_0 și η pentru metan, obținute experimental. Se vede că atît punctul de tangență S (corespunzător valorii maxime pentru α), cît și minimul curbei η se află în dreptul constantei Stoletov $(E/p_0)_S \simeq 400$ V/cm · torr. În figura VI.12 este reprezentată curba Townsend pentru aer uscat. Constanta Stoletov este în acest caz $(E/p_0)_S \simeq$ $\simeq 340$ V/cm · torr.

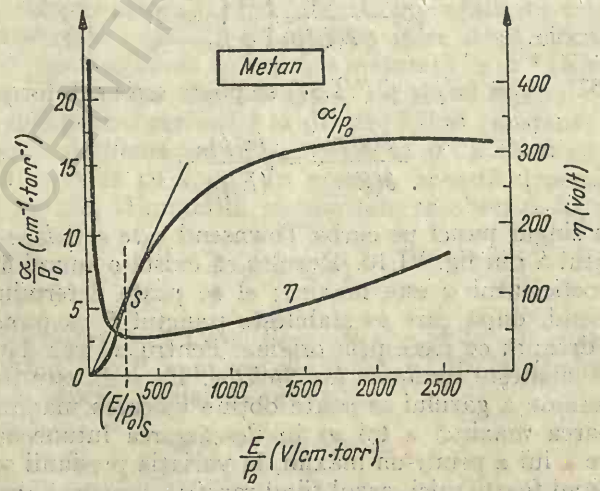


Fig. VI.11. Grafice experimentale pentru η și α/p_0 în funcție de E/p_0, în metan.

VI.6. STUDIUL AVALANȘEI ELECTRONICE

Pentru înțelegerea cît mai deplină a fenomenului de străpungere electrică este necesară cunoașterea structurii unei avalanșe individuale, dat fiind că avalanșa electronică constituie elementul fundamental al teoriei Townsend. Structura sau construirea unei avalanșe poate fi imaginată dacă se cunosc cu precizie coeficientul de ionizare α/p și de emisie secundară electronică γ. După elaborarea teoriei, măsurarea acestor coeficienți a folosit metoda graficului $\ln i$ în funcție de p sau d, la E/p constant, în prezența unui curent inițial i_0 provocat prin iradierea catodului. Mai recent s-au folosit tensiuni foarte stabilizate, de ex. $1/10^5$ și tehnici de vid foarte înaintat, astfel că presiunea gazelor reziduale este sub 10^{-9} torr, ceea ce asigură determinări în gaze foarte pure. Măsurătorile au fost extinse pînă la tensiuni de ordinul 10^5 V și pd de ordinul 10^2—10^3 torr · cm. S-a putut stabili, pe baza acestor experiențe că, criteriul simplificat de aprindere a lui Townsend nu mai este valabil pentru pd mai mari decît aproximativ 500 torr cm. O explicație a acestui fapt este următoarea. Sarcina spațială a unei avalanșe dă naștere unui cîmp electric care se suprapune cîmpului creat de electrozi în vecinătatea avalanșei. Cîmpurile avalanșelor cu sarcină spațială nu prea mare (amplificări $e^{\alpha d}$ mici) nu modifică prea mult cîmpul electric local. Avalanșele lungi, la d mari, conțin însă un număr mare de sarcini ($e^{\alpha d}$ mari) și creează cîmpuri care pot fi egale sau chiar mai mari decît cîmpul local. Trecerea unei avalanșe poate deci distorsiona puternic cîmpul dintre electrozi și teoria simplă Townsend nu se mai poate aplica. Pentru clarificare au fost necesare studii experimentale directe asupra avalanșelor individuale.

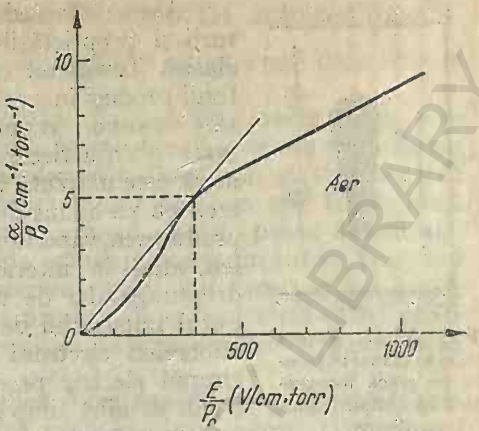


Fig. VI.12. Curba Townsend pentru aer.

Dacă distanța dintre electrozii plan-paraleli este mai mică decît lungimea unei avalanșe, străpungerea este provocată, evident de fenomenele ce au loc în canalul unei singure avalanșe. Dacă d este mai mare decît lungimea unei avalanșe, în spațiul catod-anod pot apărea mai multe avalanșe. Teoria Townsend prevede că străpungerea gazului, urmată de o descărcare autointreținută, are loc atunci cînd un electron primar devine capabil să inițieze o succesiune de avalanșe care se va autoreproduce. Curentul staționar este considerat deci în această teorie ca o succesiune continuă în timp de avalanșe individuale. La curenți mari, pleacă de la catod, simultan o mulțime de avalanșe (proporțională cu numărul electronilor primari). Curenții mici sînt creați de un număr mic de avalanșe. Micșorînd deci curentul, este posibil să fie studiate avalanșele individuale. Cea mai importantă metodă de punere în evidență a avalanșelor individuale este utilizarea *camerei cu ceață*, folosită de Raether începînd din 1937.

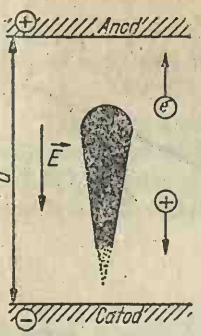


Fig. VI.13. Forma unei avalanșe obținute pe placa fotografică în cîmpuri uniforme.

Această metodă dă informații directe asupra structurii și proprietăților avalanșei spre deosebire de metoda clasică Townsend care este o metodă indirectă de studiu. Ionii produși în avalanșă acționează ca nuclee de condensare a unor vapori suprasaturați. Picăturile rezultate arată poziția fiecărui ion, iar întregul nor, avalanșa. Camera este umplută cu gazul de studiat (aer, azot, hidrogen etc.) cu un adaus de apă sau alcool (sau amestec), pentru producerea vaporilor. La o pereche de electrozi plan-paraleli, aflați în interiorul camerei, se aplică un impuls dreptunghiular de tensiune de ordinul 10^{-7} s. La începutul impulsului de tensiune, un puternic puls de lumină eliberează electroni din catod, care se vor multiplica în cîmpul electric producînd o avalanșă. Înainte ca electronii să aibă timp să parcurgă distanța dintre electrozi, tensiunea scade la zero, lăsînd avalanșele „suspendate" în spațiul dintre electrozi. Prin mărirea bruscă a volumului camerei, temperatura scade, vaporii devin saprasaturanți și se vor condensa pe ioni, producînd un nor de mici particule care va contura forma și dimensiunile fiecărei avalanșe. În figura VI.13 se arată forma avalanșei care se obține pe placa fotografică.

O altă metodă eficace în studiul avalanșelor individuale constă în afișarea pe ecranul osciloscopului a pulsului de tensiune electrică ce apare la capetele unei rezistențe înseriate cu tubul de descărcare. Din duratele pulsurilor negative și pozitive se calculează vitezele de drift ale electronilor și ale ionilor iar înălțimea și forma pulsurilor dau concentrațiile purtătorilor și energia. S-a putut astfel stabili ușor că în cazul în care domină emisia secundară γ_i, apariția unui nou impuls ionic, imediat după primul, are loc atunci cînd unul din ionii pozitivi ai primei avalanșe, ajungînd la catod, eliberează un electron primar care va iniția noua avalanșă. De asemenea s-a clarificat faptul că majoritatea ionilor pozitivi ai avalanșei se află în vecinătatea anodului, astfel că, în medie, ionul „mediu" al unei avalanșe va trebui să străbată întregul interval de descărcare din momentul creării lui și pînă în momentul impactului cu catodul. Studiindu-se și succesiuni de avalanșe inițiale de fotoelectroni, s-a dovedit faptul că și pentru fotonii avalanșei, sediul principal se află tot lîngă anod. Timpul de zbor al unui foton pînă la catod este însă neglijabil. Deci, dacă t_e este timpul de zbor al avalanșei electronice, t_i timpul de zbor al avalanșei ionice, atunci o avalanșă secundară electronică inițiată de un electron primar scos prin γ_i apare după timpul $t = t_e + t_i$ (t măsurat din momentul apariției primei avalanșe), iar o avalanșă secundară inițiată de un electron primar scos prin γ_f apare după $t \simeq t_e$. În general nu există mecanisme pure γ_i sau γ_f, ci într-o experiență acționează simultan ambele (plus alte mecanisme) în proporții diferite.

Intervalul de timp dintre momentul eliberării unui electron primar inițiator al unor succesiuni de avalanșe necesare străpungerii și momentul constituirii unui curent autoîntreținut este „timpul de formare" a descărcării t_f. Acest timp nu poate fi mai mic decît timpul t_e de trecere a unei avalanșe electronice.

VI.7. STRĂPUNGEREA GAZELOR ÎN CONDIȚII SPECIALE

În cele ce urmează vom descrie pe scurt cîteva situații mai deosebite de străpungere a gazelor.

A. **Străpungerea gazelor în vid extrem.** La presiuni foarte joase, sub 10^{-6} torr, ciocnirile sînt foarte rare deci α foarte mic. La aceste presiuni nu mai sînt condiții pentru dezvoltarea avalanșelor Townsend și străpungerea nu mai poate avea loc. Dacă însă distanța dintre electrozi este foarte mică (sutimi de mm), iar tensiunile foarte mari, cîmpul electric poate deveni atît de mare, încît se produce o intensă emisie autoelectronică din catod. Numărul mare de electroni emiși pot încălzi puternic anodul din care vor ieși gazele absorbite sau chiar vapori metalici. Ca urmare, în spațiul anod-catod poate crește presiunea pînă la realizarea condiției de străpungere și descărcarea se aprinde.

B. **Străpungerea în cîmpuri magnetice.** Vom analiza străpungerea la presiuni joase moderate (mai mari de 10^{-2} torr) în două cazuri: cînd cîmpul magnetic aplicat din exterior este paralel cu cîmpul electric și cînd este perpendicular pe cîmpul electric.

a) **B** paralel cu **E**. Teoretic, în cîmp electric uniform (electrozi de dimensiuni infinite), cîmpul magnetic nu influențează mișcarea particulelor în direcția lui **E**, cum se vede din ecuația de mișcare $m\dot{\mathbf{v}} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$. Astfel, nu sînt modificate vitezele de drift electronice și ionice, energia cîștigată pe un drum mediu liber și energia medie a electronilor. Ca urmare, nu este influențată valoarea potențialului de aprindere. Totuși, prin limitarea difuziei laterale a purtătorilor de sarcină impusă de $\mathbf{B} \| \mathbf{E}$, cîmpul magnetic longitudinal are o anumită influență asupra potențialului de aprindere. Astfel de exemplu, dacă dimensiunile electrozilor sînt mai mici decît distanța d dintre ei, pierderea sarcinilor prin difuzie laterală spre pereți, în absența lui B, face să crească V_s. În prezența cîmpului magnetic longitudinal, difuzia laterală este micșorată (fig. VI.14) și V_s va fi mai mic.

b) **B** *perpendicular pe* **E**. În acest caz trebuie luat în seamă faptul că în cîmpuri **E** și **B** încrucișate particulele execută *mișcări cicloidale*. În figura VI.15 sînt date două cicloide plane descrise de un electron pornind din repaus

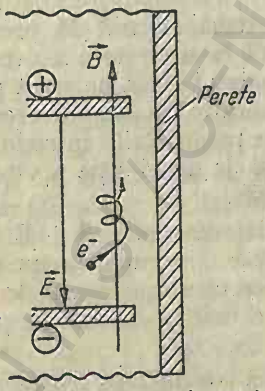


Fig. VI.14. Influența cîmpului magnetic longitudinal asupra difuziei laterale a purtătorilor de sarcină.

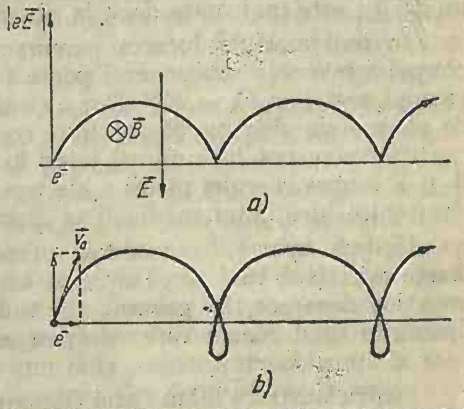


Fig. VI.15. Mișcarea cicloidală a electronului în cîmp magnetic transversal ($B \perp E$)

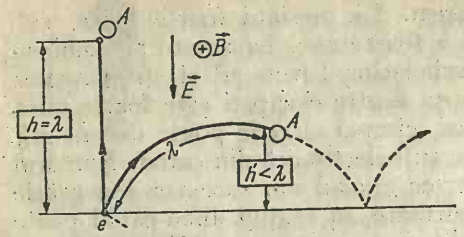


Fig. VI.16. Reducerea deplasării h în direcția cîmpului electric datorită curbării traiectoriei electronului de către $\mathbf{B} \perp \mathbf{E}$ (e — electron, A — atom).

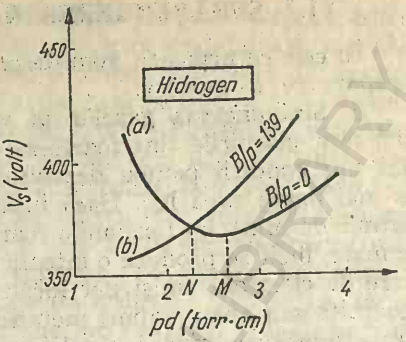


Fig. VI.17. Curbe Paschen în hidrogen în prezența cîmpului magnetic longitudinal ($B/p = 139$ Gs/torr) și fără cîmp magnetic ($B/p = 0$).

(a) sau avînd o viteză inițială (b). În funcție de valoarea presiunii, electronul poate executa, pe un drum mediu liber, un număr mai mare sau mai mic de cicloide sau doar un segment de cicloidă. În figura VI.16 se arată modul în care mișcarea cicloidală reduce deplasarea h în direcția cîmpului electric, între două ciocniri. În absența cîmpului magnetic un electron e, pornit din repaus parcurge liber distanța $h = \lambda$ în direcția cîmpului E (λ este drumul mediu liber). În prezența cîmpului $B \perp E$, traiectoria se curbează și, între două ciocniri cu atomii A, electronul parcurge o distanță h' mai mică decît λ.

Prin astfel de fenomene, cîmpul magnetic transversal determină modificări mult mai substanțiale ale tensiunii de străpungere V_s decît cîmpul longitudinal. În figura VI.17 sînt reprezentate curbele Paschen pentru hidrogen în absența (a) și în prezența (b) cîmpului magnetic transversal. În general, pentru pd mari (mai mari decît valoarea M corespunzătoare minimului curbei), V_s este mai mare în prezența lui B transversal și crește cu creșterea lui pd. Pentru valori mai mici decît (sau în vecinătatea lui) M tensiunea V_s crește de asemenea cu creșterea lui pd, dar în timp ce la cîmpuri magnetice mici V_s este mai mic decît în absența lui B (în stînga lui N), la B mai mari (în dreapta lui N) V_s este mai mare decît în absența lui B.

În linii mari, reducerea parcursului h între două ciocniri în prezența cîmpului magnetic transversal poate fi interpretată ca o creștere a presiunii gazului, astfel ca $p\lambda = p'h'$. Dar o teorie a străpungerii bazată pe acest punct de plecare simplist nu dă rezultate corecte nici calitativ. Evaluări teoretice cantitative se pot face numai luînd în considerație modificările introduse de $\mathbf{B} \perp \mathbf{E}$ asupra energiei medii a electronilor, funcției de distribuție a vitezelor electronice, drumului mediu liber și vitezei de drift.

Un caz aparte îl constituie prezența cîmpului magnetic $\mathbf{B} \perp \mathbf{E}$ la pd foarte mici (sub 10^{-2} torr · cm); la aceste valori pd, străpungerea nu poate avea loc deoarece, în general, drumul mediu liber este mai mare decît d. Ciocnirile fiind foarte rare, străpungerea se poate realiza numai cu prețul unor cîmpuri foarte intense, cum am văzut mai sus.

Pentru ilustrare luăm cazul electrozilor cilindrici coaxiali. În figura VI.18 cilindrul interior este anodul. În această geometrie mișcarea de drift perpendiculară pe B și E este foarte importantă, deoarece „lungind" traiectoria elec-

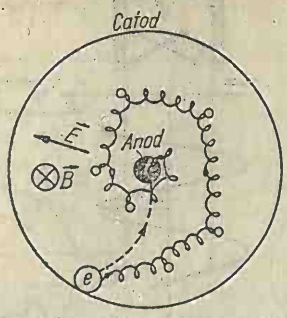


Fig. VI.18. Traiectoria electronului emis de catod în cazul electrozilor coaxiali, cu cîmp magnetic axial $B \perp E$. Linia punctată reprezintă traiectoria în absența cîmpului magnetic. Cerculețele reprezintă atomi.

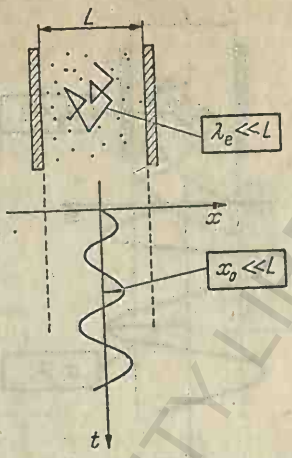


Fig. VI.19. Condițiile străpungerii controlate de difuzie, $(\lambda_e, x_0) \ll L$.

tronului face posibilă creșterea numărului de ciocniri și, prin aceasta, creșterea probabilității de formare a avalanșelor Townsend. Acest lucru este posibil dacă inducția B este suficient de mare încît prin curbarea cicloidală a traiectoriei electronului, acesta să parcurgă distanța catod-anod prin ciocniri (curba plină) și nu direct, fără ciocniri (curba punctată). Dacă astfel de condiții sînt îndeplinite, descărcarea se poate aprinde la V_s mai mici decît cele necesare străpungerii în vid extrem, fără cîmp magnetic.

C. **Străpungerea în cîmpuri electrice alternative.** Cum am văzut, acumularea de putere de către electroni în cîmpuri alternative este efectivă îndeosebi la frecvențe înalte ale cîmpului (relația (VI.28); $\omega \gg \nu_c$). În cîmpuri de înaltă frecvență se pot produce deci ionizări într-un grad destul de înalt pentru a se realiza străpungerea. În general, străpungerea va avea loc atunci cînd generarea de electroni devine egală cu pierderile prin difuzie, recombinare captură sau alte procese. Vom analiza mai jos trei regimuri de străpungere.

a) *Străpungerea controlată de difuzie.* Acest regim este instituit de două condiții. Prima cere ca presiunea gazului să fie destul de mare încît drumul mediu liber al electronului (λ_e) să fie mult mai mic decît dimensiunile tubului ($\lambda_e \ll L$). A doua cere ca intensitatea cîmpului să nu fie prea mare, astfel încît amplitudinea oscilațiilor electronului (x_0) să fie mică față de dimensiunile tubului de descărcare, $x_0 \ll L$ (fig. VI.19). Aceste condiții sînt îndeplinite de exemplu, în cazul $L \sim 1$ cm, $p > 10^{-2}$ torr, $\omega/2\pi > 10^2$ MHz. În cazul frecvențelor joase, electronii efectuează multe ciocniri într-o perioadă ($\nu_c \gg \omega/2\pi$) și astfel ei capătă o mișcare de antrenare în fază cu cîmpul aplicat. Deoarece $x_0 \ll L$, ionizările se produc numai în volum (nu și la pereți sau electrozi), iar pierderile de purtători au loc mai ales prin difuzie la pereți sau electrozi. În cazul frecvențelor înalte ($\nu_c \ll \omega/2\pi$), electronii efectuează multe oscilații între două ciocniri. Pierderea de purtători are loc tot prin difuzie.

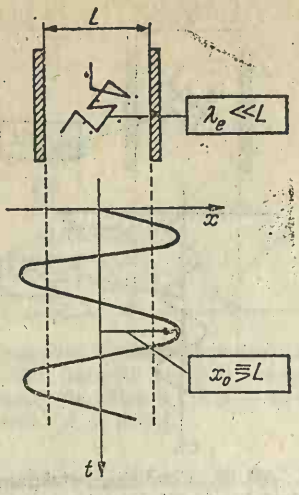


Fig. VI.20. Condițiile străpungerii controlate de mobilitate: $\lambda_e \ll L$, $x_0 \gtrless L$

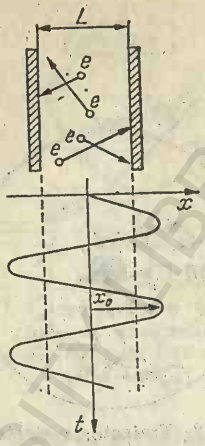


Fig. VI.21. Condițiile străpungerii controlate de emisia secundară electronică (λ_e, x_0) > L.

Așadar, fie multe ciocniri într-o perioadă, fie multe oscilații (de mică amplitudine) între două ciocniri consecutive pierderile de purtători (care vor trebui acoperite prin ionizări) sînt controlate de difuzie.

Electronii neluînd deci contact cu pereții, ei nu vor fi colectați de aceștia și pierderile vor fi astfel mici, ceea ce face ca străpungerea să poată avea loc la cîmpuri destul de slabe. În aceste condiții procesele superficiale nu constituie o condiție necesară pentru străpungerea gazului. Chiar dacă apar electroni scoși de particule incidente (electroni, ioni, fotoni, metastabili) prin emisie secundară, ei nu vor contribui la ionizarea gazului decît atunci cînd cîmpul electric este în direcția favorabilă.

b) *Străpungerea controlată de mobilitate.* Și în acest caz, presiunea gazului este destul de mare ($\lambda_e \ll L$), dar cîmpurile produc oscilații ale electronilor cu amplitudini comparabile (egale sau mai mari) cu dimensiunea tubului de descărcare ($x_0 \gtrless L$), așa cum este reprezentat în fig. VI.20. În acest caz nu mai pot avea loc multe oscilații între două ciocniri, ci se vor produce multe ciocniri într-o perioadă, ceea ce va duce la o mișcare a electronului guvernată de mobilitate. Totodată acum electronii vor lua contact cu pereții sau electrozii. Vor domina deci pierderile la pereți și la electrozi unde purtătorii ajung printr-o mișcare de antrenare (mobilitate). Pentru compensarea acestor pierderi vor fi necesare cîmpuri de străpungere mult mai mari decît în cazul precedent.

c) *Străpungerea controlată de emisia secundară electronică.* Acest regim se stabilește la presiuni joase ($p < 10^{-2}$ torr), cînd $\lambda_e > L$ și cîmpuri intense, astfel ca $x_0 > L$ (fig. VI.21). În acest caz, ciocnirile electronilor cu electrozii și pereții sînt mult mai frecvente decît cu atomii gazului. Ionizarea gazului este deci mult mai puțin probabilă, în schimb emisia secundară electronică devine preponderentă. Ca urmare, cîmpul de străpungere va depinde aproape exclusiv de materialul pereților sau al electrozilor. De regulă, pentru o emisie secundară suficient de intensă sînt necesare cîmpuri puternice, care să creeze amplitudini x_0 mari și accelerații mari ale electronilor primari și secundari.

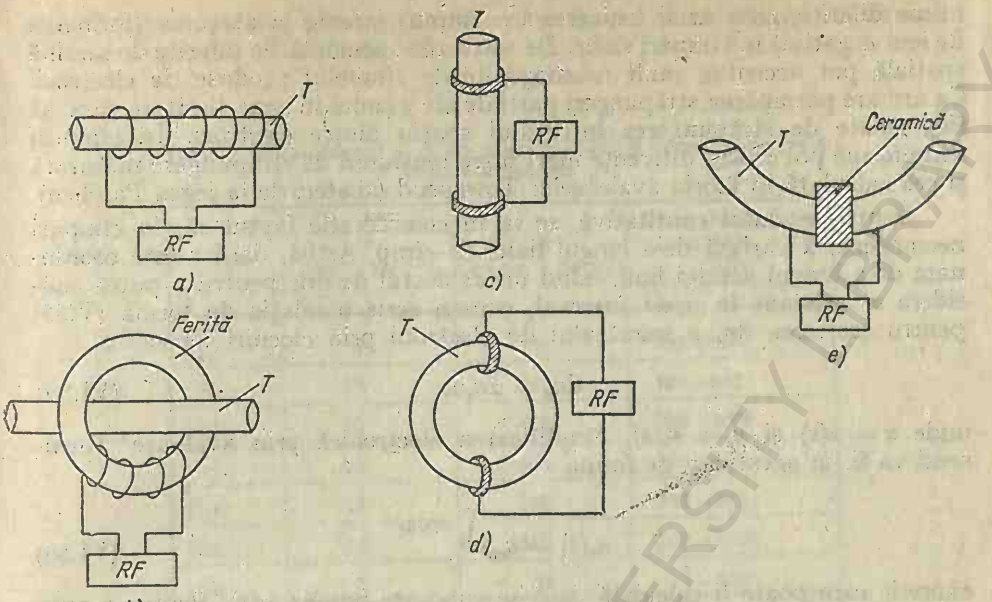


Fig. VI.22. Metode de străpungere în radiofrecvență. T — tubul de descărcare.

d) *Metode experimentale de străpungere în radiofrecvență.* Dăm mai jos cîteva montaje experimentale folosite la străpungerea gazelor cu tensiuni alternative de înaltă frecvență. Aceste dispozitive se folosesc mai ales în instalații de amorsare a plasmelor de interes termonuclear. Frscvențele utilizate sînt din domeniul 10^2 kHz — 10^2 MHz, iar tensiunile, de ordinul sutelor de volți. Metoda descrisă în fig. VI.22, a se bazează pe schema transformatorului cu miez de aer, în care secundarul este chiar coloana de gaz în care se va aprinde descărcarea. În figura VI.22,b coloana de gaz servește ca secundarul unui transformator cu miez de ferită. În figura VI.22,c bornele generatorului de radiofrecvență sînt legate la doi electrozi inelari exteriori tubului de descărcare liniar, iar în fig. VI.22,d se arată același montaj, însă pentru un tub de descărcare toroidal. În aceste ultime două montaje, gazul acționează ca dielectricul unui condensator și absoarbe energia oscilațiilor de radiofrecvență. În figura VI.22,e se dă schema de aprindere într-o cameră toroidală metalică; tensiunea se aplică direct pe tubul T, la capetele unui distanțor din ceramică.

În toate aceste montaje, energia electrică este preluată, în principal, de electroni. De aceea, străpungerea va fi amorsată de electronii inițiali existenți în cameră care, prin ciocniri cu atomii gazului vor putea crea ionizarea necesară.

D. **Creșterea ionizării și străpungerea gazelor în cîmpuri neomogene.** Între electrozi cu suprafețe neplane, cîmpul electric este, în general, neomogen. Chiar între suprafețe plane și paralele, cîmpul poate fi neomogen, dacă distanța dintre ele este mare în comparație cu dimensiunea liniară a lor. Dezvoltarea ionizării în cîmpuri neomogene diferă de cea în cîmpuri omogene. Astfel, de exemplu, în diferite zone ale intervalului dintre electrozi pot acționa meca-

nisme diferite, cum ar fi ionizarea în cîmpuri intense și atașarea (formarea de ioni negativi) în cîmpuri slabe. De asemenea, acumulările diferite de sarcină spațială pot accentua mult neomogenitățile cîmpului produse de electrozi. Ca urmare pot apărea străpungeri parțiale ale gazului în zone limitate fără să fie urmate de străpungerea întregului spațiu dintre electrozi. În cîmpuri neuniforme pot exista diferențe mari între tensiunea de străpungere măsurată și cea calculată în teoria avalanșelor Townsend (abateri de la legea Paschen).

Pentru evaluări cantitative, se ia în considerație faptul că, în cîmpuri neomogene, α variază de-a lungul liniei de cîmp. Astfel, dacă s este coordonata de-a lungul acestei linii, luînd un ds destul de mic pentru a putea considera α constant în acest interval, putem scrie o relație de forma (V.55) pentru creșterea dn_e a numărului de electroni prin ciocniri ionizante

$$dn_e = \alpha n_e ds \tag{VI.59}$$

unde $\alpha = \alpha(s)$ și $n_e = n_e(s)$. Amplificarea electronică prin avalanșe Townsend va fi, în acest caz, de forma

$$n_e(s) = n_{e0} e^{\int_0^s \alpha(s)\,ds} \tag{VI.60}$$

expresie care poate fi calculată dacă se cunoaște funcția $\alpha(s)$. Pentru a avea sens folosirea coeficienților α și γ definiți pentru cîmpuri omogene, trebuie, cum am spus, ca ei să nu varieze prea mult pe un interval mic ds. Cu alte cuvinte, pe un asemenea interval, mișcarea electronilor și ionilor trebuie să fie în echilibru cu cîmpul electric local, adică să existe egalitatea între energia cîștigată de la cîmp și energia transferată prin ciocniri în acest interval. Cum am văzut, aceasta implică dependența mărimilor α/p și γ numai de E/p, adică $\alpha/p = \varphi(E/p)$ și $\gamma = \Phi(E/p)$. Între electrozi plan-paraleli, cu cîmp omogen, cîmpul E variază numai prin modificarea potențialului aplicat, din exterior, electrozilor, nedepinzînd de coordonatele spațiului dintre electrozi. În consecință, α/p și γ nu depind de coordonatele spațiale. În cîmpuri neomogene, însă, α/p și γ sînt funcții implicite de x, y, z, întrucît $E = E(x, y, z)$. Limitarea care se impune va fi deci ca neomogenitatea cîmpului să nu fie prea severă, încît α și γ să mai poată fi considerate constante pe ds. Putem exprima această limitare prin condiția ca intensitatea cîmpului electric să nu varieze apreciabil pe un drum mediu liber electronic. Mai precis, putem scrie ca variația cîmpului electric pe un drum mediu liber, $(dE/dx)\lambda$, să fie mică față de cîmpul local

$$\frac{dE}{dx}\lambda \ll E \tag{VI.61}$$

sau $(\lambda/E)(dE/dx) \ll 1$. Desigur se mai impune și condiția ca densitatea curentului electric să fie destul de mică, astfel ca sarcina spațială să fie neglijabilă și cîmpul electric să fie dat numai de potențialul electrozilor.

Una din primele expresii pentru α/p în cîmpuri omogene (Townsend, 1915) și cea mai puțin riguroasă este

$$\frac{\alpha}{p} = Ae^{-\frac{B}{E/p}}. \tag{VI.62}$$

Valorile aproximative ale constantelor A și B, precum și domeniile de valabilitate a relației (VI.62) sînt date în tabelul VI.3.

Tabelul VI.3

Valorile constantelor A și B din relația (VI.62) și domeniul de valabilitate a relației.

Gaz	A ($cm^{-1} \cdot torr^{-1}$)	B ($V \cdot cm^{-1} \cdot torr^{-1}$)	Domeniul E/p de valabilitate a relației ($V \cdot cm^{-1} \cdot torr^{-1}$)
H_2	5	130	150 — 600
N_2	12	342	100 — 600
CO_2	20	466	500 — 1000
Aer	15	365	100 — 800
H_2O	13	290	150 — 1000
HCl	25	380	200 — 1000
He	3	34	20 — 150
Ne	4	100	100 — 400
A	14	180	100 — 600
Kr	17	240	100 — 1000
Xe	26	350	200 — 800
Hg	20	370	200 — 600

Ca un exemplu pentru modul în care se poate calcula creșterea curentului electronic de la catod spre anod în cazul cîmpurilor neomogene, să luăm condensatorul cilindric format din doi cilindri coaxiali, cel interior avînd raza r_1, iar cel exterior raza r_2. Considerăm cazul, de mai larg interes, în care electrodul interior este un fir metalic subțire, adică $r_1 \ll r_2$. Cîmpul este neomogen, densitatea liniilor de forță fiind maximă pe cilindrul de rază r_1. Considerînd lungimea condensatorului destul de mare, pentru ca efectele de margine să fie neglijabile, liniile de cîmp sînt radiale, astfel că $E = E(r)$. Dacă V este tensiunea între cei doi electrozi, intensitatea cîmpului electrostatic la distanța r de axă va fi

$$E(r) = \frac{V}{r \ln (r_2/r_1)}. \qquad \text{(VI.63)}$$

Să presupunem că dependența lui α de r, prin intermediul lui E, este dată de (VI.62). Vom folosi pentru amplificarea curentului electronic expresia mai generală

$$j_e = j_{e0} e^{\int_{r_1}^{r_2} \alpha(r)\,dr} \qquad \text{(VI.64)}$$

unde j_{e0} este densitatea curentului electronic la catod (fir). Logaritmînd (VI.64) și ținînd seama de (VI.62) și (VI.63), obținem

$$\ln \frac{j_e}{j_{e0}} = pA \int_{r_1}^{r_2} e^{-\frac{pB \ln (r_2/r_1)}{V} r} \, dr$$

care, după integrare ne va da

$$\ln \frac{j_e}{j_{e0}} = -\frac{V}{B \ln (r_2/r_1)} \left[e^{-\frac{pBr_2 \ln (r_2/r_1)}{V}} - e^{-\frac{pBr_1 \ln (r_2/r_1)}{V}} \right]. \qquad \text{(VI.65)}$$

Punînd condiția $r_1 \ll r_2$, vom obține următoarea dependență de V și p a densității curentului electronic înainte de străpungere

$$\ln \frac{j_e}{j_{e0}} = C_1 V e^{-C_2(p/V)} \qquad \text{(VI.66)}$$

unde constantele C_1 și C_2 au expresiile

$$C_1 = \frac{A}{B \ln r_2}, \quad C_2 = Br_1 \ln r_2. \qquad \text{(VI.67)}$$

Experiența confirmă dependența de V a lui j_e. Dependența de p și anume, scăderea lui j_e cu creșterea presiunii, este confirmată numai la presiuni mai mari (între 1—10 torr, pentru H_2 de exemplu), cînd electronii pot căpăta o mișcare în echilibru cu cîmpul datorită ciocnirilor numeroase. Crescînd presiunea, α scade (vezi (VI.62)) și deci j_e scade. La presiuni mici, dimpotrivă ciocnirile sînt rare, majoritatea electronilor ajung la anod fără a suferi ciocniri. Crescînd presiunea, deci concentrația, probabilitatea ciocnirilor ionizante crește și j_e crește cu presiunea, contrar prevederilor relației (VI.67).

Condiția de străpungere în cazul geometriei fir-cilindru coaxial va fi

$$\gamma \left[e^{\int_{r_1}^{r_2} \alpha(r) \, dr} - 1 \right] = 1 \qquad \text{(VI.68)}$$

unde γ este dependent, în principal, de E/p din fața catodului. Prin E vom înțelege, în această expresie și în cele care decurg din ea, cîmpul de străpungere E_s.

Această expresie poate fi pusă sub forma

$$\frac{1+\gamma}{\gamma} = e^{\int_{r_1}^{r_2} \alpha \, dr}. \qquad \text{(VI.69)}$$

Exprimînd dr din (VI.63) și folosind aproximația $(1 + \gamma)/\gamma \simeq 1/\gamma$, relația (VI.69) devine

$$\frac{1}{\gamma} = e^{-\frac{V_s}{\ln (r_2/r_1)} \int \frac{\alpha}{p} \frac{d(E_s/p)}{(E_s/p)^2}}$$

sau

$$\ln \gamma = \frac{V_s}{\ln (r_2/r_1)} \int_{(E_s/p)_1}^{(E_s/p)_2} \varphi(E_s/p) \, \frac{d(E_s/p)}{(E_s/p)^2} \qquad \text{(VI.70)}$$

unde V_s este potențialul de străpungere. S-a obținut astfel o dependență implicită a potențialului de străpungere de raza electrozilor și de presiunea p prin intermediul cîmpului redus E_s/p și a funcțiilor $\alpha/p = \varphi(E_s/p)$ și $\gamma = \Phi(E_s/p)$. Principial, relația (VI.70) nu se deosebește de (VI.57) sau (VI.58), valabile în cîmpuri omogene unde $E_s/p = V_s/(pd_s)$, d_s fiind distanța dintre electrozii plan-paralleli, la străpungere (distanța de străpungere). Relația (VI.70) conține cîmpul de străpungere E_s din imediata vecinătate a firului; ea este calculabilă în măsura în care sînt cunoscute mărimile α/p și γ.

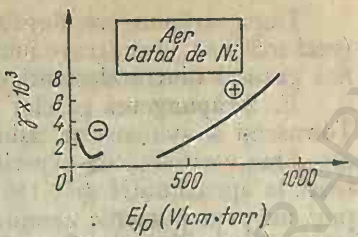


Fig. VI.23. Coeficientul γ corespunzător străpungerii negative ⊖ (firul negativ) și pozitive ⊕ (firul pozitiv).

În figura VI.23 este dat γ în funcție de E/p pentru aer, cu catod de Ni, calculat cu (VI.70), unde s-au folosit valorile experimentale ale lui V_s, iar pentru α/p valori măsurate în cîmpuri omogene. Se vede cît de mult depinde el de polaritatea electrozilor. În plus, el depinde, de starea suprafeței catodului, de natura și starea de puritate a gazului.

În figura VI.24, a este dat graficul $r_1E_s = f(pr_1)$ obținut experimental pentru străpungerea negativă (firul negativ) și pozitivă (firul pozitiv), în aer. Curbele pline sînt trasate cu datele experimentale obținute într-un tub de descărcare în care cilindrul interior avea raza $r_1 = 8$ mm, iar cel exterior, $r_2 = 10{,}4$ mm. Punctele și cerculețele reprezintă datele experimentale pentru un tub de descărcare similar, dar de două ori mai mare: $r_1' = 2r_1$, $r_2' = 2r_2$. Suprapunerea graficelor pentru cele două tuburi asemenea arată că cele două descărcări sînt similare. Curbele Paschen sînt identice pentru două tuburi în care dimensiunile liniare ale electrozilor sînt luate în același raport. Aprinderea descărcării în heliu, în aceleași condiții ca mai sus arată că legile de similitudine se verifică numai pentru străpungerea pozitivă. Pentru cea negativă, se obțin curbe Paschen diferite, așa cum se arată în fig. VI.24,b.

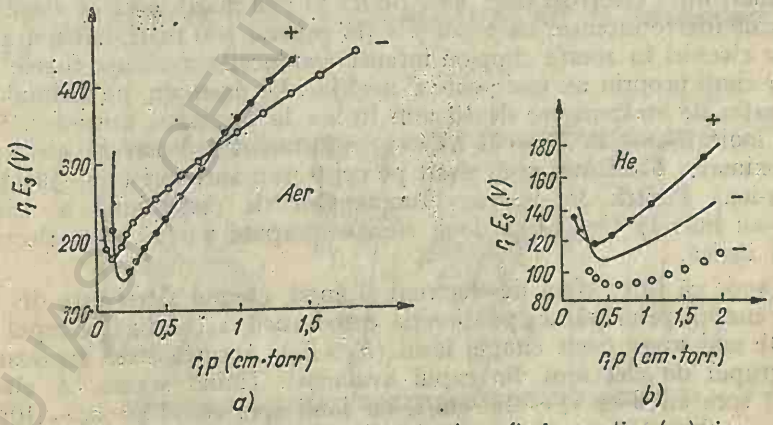


Fig. VI.24. Curbe de străpungere (r_1E_s, r_1p) cu firul negativ (−) și cu firul pozitiv (+), cu electrozi de nichel, în aer (a) și heliu (b).

După străpungere, descărcarea poate evolua spre o descărcare în coroană (vezi mai jos), descărcare luminiscentă, arc sau scînteie, în funcție de presiunea gazului dintre electrozi și de caracteristicile circuitului electric.

E. **Străpungerea gazelor la presiuni mari; mecanismul strimerilor.** Teoria Townsend a avalanșelor, adică dezvoltarea ionizării, prin mecanisme α și γ este bine verificată de experiență pentru presiuni relativ joase, corespunzătoare la aproximativ $pd < 150$ torr cm, atît în cîmpuri uniforme cît și în cîmpuri nu prea puternic neuniforme. În condiții de puritate și stabilizare deosebite, teoria Townsend s-a dovedit valabilă chiar pînă la $pd \simeq 800$ torr cm, atît pentru descrierea creșterii ionizării înainte de străpungere, cît și pentru condiția de străpungere.

La presiuni mari, începînd cu aproximativ presiunea atmosferică, datele experimentale nu mai pot fi explicate prin teoria simplă Townsend. Principalele aspecte greu de interpretat în cadrul acestei teorii sînt:

a) După străpungere se stabilește o descărcare cu totul deosebită de cea la presiuni joase și anume se formează o serie de canale luminoase filiforme, ramificate aproape haotic, multe dintre ele fiind mai scurte decît distanța dintre electrozi. Această formă specifică de descărcare a căpătat numele de **scînteie electrică.**

b) Timpul de formare a descărcării este cu cîteva ordine de mărime mai mic decît timpul necesar ionilor pozitivi să străbată distanța anod-catod ($t_i \simeq d/v_i$).

c) Tensiunea de străpungere nu depinde de materialul catodului, indicînd o slabă participare a mecanismelor γ.

Deși aceste aspecte pot fi interpretate parțial și în cadrul teoriei Townsend printr-o examinare mai amănunțită a ei, totuși explicarea deplină a mecanismului străpungerii la pd mari (mecanismul scînteii) nu poate fi oferită de teoria Townsend. În primul rînd, în această teorie se presupune tacit că dezvoltarea unei avalanșe nu este influențată de sarcina spațială proprie. Or, la presiuni mari această sarcină poate deveni atît de mare, încît cîmpul electric al ei să modifice mult cîmpul local existent și prin aceasta să modifice însești procesele de ionizare din zona respectivă. Într-adevăr, experiența arată că pentru străpungere la presiuni mari sînt necesare tensiuni foarte mari între electrozi (zeci, sute de kV și mai mari), ceea ce asigură cîmpuri locale foarte intense. La p sau/și d (în general, pd) mari, existența numeroaselor ciocniri în aceste cîmpuri intense conduce la avalanșe foarte bogate al căror cîmp propriu nu mai poate fi neglijat. De exemplu, pe ultimul mm al unui spațiu de străpungere de 10 mm în aer la presiunea atmosferică ($\alpha \simeq$ $\simeq$ 18,4 ionizări/cm), la $E_s = 32$ kV/cm, se formează 10^8 perechi electron-ion, de aproximativ 6 ori mai mult decît pe cei 9 mm anteriori ($1{,}6 \cdot 10^7$ perechi electron-ion). Pentru înțelegerea fenomenului de distorsiune a cîmpului local, s-au luat în fig. VI.25 două sfere suprapuse parțial una electronică, cealaltă ionică.

Se vede că între sfera de electroni și anod, cîmpul sferei este de același sens cu cîmpul principal E_0 pe direcția catod-anod, astfel încît cîmpul rezultant este mai mare decît cîmpul local ($E_1 > E_0$). Această sferă reprezintă pe desen grupul de electroni din capul avalanșei. Ținînd seama că electronii se mișcă spre anod cu $v_e \sim 10^7$ cm/s, iar ionii spre catod cu $v_i \sim 10^5$ cm/s, avalanșa se dezvoltă ca un nor de electroni în urma căruia rămîne norul de ioni pozitivi. Sfera pozitivă din desen reprezintă, grosier, acest din urmă

nor. Se vede că între această sferă și catod cîmpul rezultant se întărește de asemenea ($E_3 > E_0$), pe cînd în zona mediană a sferelor cîmpul se micșorează ($E_2 < E_0$). S-a stabilit că efectele de sarcină spațială din capul avalanșei devin importante cînd cîmpul propriu devine mai mare decît aproximativ 1% din cîmpul local E_0. Aceasta corespunde la un număr de ioni pozitivi în această zonă $N > > 10^6$, neglijîndu-se efectele electronilor. În general, electronii din capul avalanșei sînt frînați de către sarcina pozitivă a „sferei" ionice și, totodată, accelerați de cîmpul mărit dintre avalanșă și anod. După ce însă capul anodic al avalanșei electronice a „dispărut" în anod, rămîne numai efectul de retardare a electronilor, ca urmare a acțiunii sferei ionice care se deplasează spre catod. Rezultă o micșorare a lui α și deci o creștere mai înceată a numărului de purtători N decît ar da exponențiala Townsend, însă în bun acord cu rezultatele experimentale.

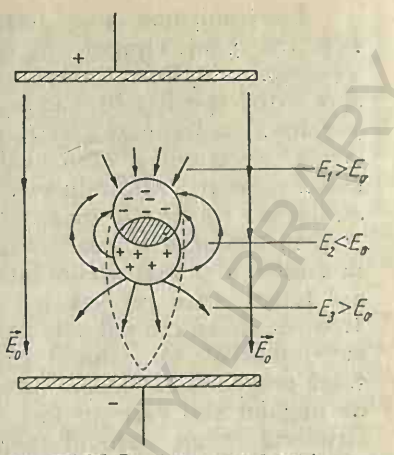


Fig. VI.25. Ilustrarea modului în care cîmpul sarcinilor spațiale distorsionează cîmpul local E_0. La capetele anodic și catodic, cîmpurile se adună la cîmpul local. Între cele două sfere cîmpul propriu se scade din cîmpul local.

La populații ionice foarte mari ale avalanșei ($N > 10^7 - 10^8$), numărul fotonilor energici emiși de avalanșă poate fi destul de mare, încît noii electroni și ioni creați de ei prin efect fotoelectric asupra gazului din jurul avalanșei să joace un rol important în dezvoltarea avalanșei. Pe această bază, se consideră următorul model de străpungere la pd mari (care implică V_s mari). Datorită valorilor mari ale tensiunii și parametrului pd, orice avalanșă, fie că pornește de la catod, fie că pornește din alt punct al intervalului catod-anod, are un număr foarte mare de purtători, N, concentrat în capul avalanșei (peste $10^7 - 10^8$ electroni sau ioni). Ca urmare, capul avalanșei emite un număr mare de fotoni de mare energie, care ionizează gazul (sînt absorbiți) nu prea departe de avalanșă (au un parcurs mic, deoarece presiunea e mare). În figura VI.26 poziția (a) ilustrează un act de fotoionizare.

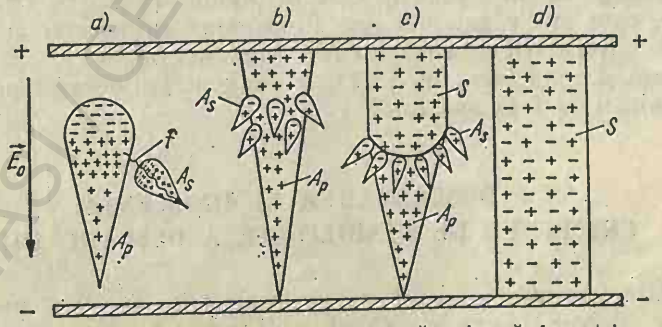


Fig. VI.26. Trecerea de la o avalanșă primară la strimer. A_p — avalanșa primară, A_s — avalanșe secundare, f — fotoni, S — strimer

Electronii nou creați formează avalanșe noi în această vecinătate, unde, cum am văzut, cîmpul este foarte puternic. Între timp, electronii din capul avalanșei primare au „dispărut" în anod iar grupul ionilor pozitivi se îndreaptă spre catod (poziția b). Cîmpul mare al acestora (mai ales al celor din capul avalanșei) antrenează electronii unor avalanșe secundare spre avalanșa principală, electronii și ionii avalanșelor secundare se contopesc cu cei ai avalanșei primare, formîndu-se astfel un filament îngust, foarte ionizat și foarte strălucitor (c) numit *strimer* (engl. streamer). Avalanșele secundare pătrunzînd în avalanșa primară suferă o creștere a amplificării, contribuind astfel la creșterea și mai accentuată a sarcinii spațiale. Gazul superionizat emite noi fotoni, care creează noi avalanșe etc. și strimerul se dezvoltă rapid. Însă, deoarece cîmpul este foarte intens numai în direcția care unește capul sferei pozitive cu catodul ($E_3 > E_0$ în fig. VI.24), avalanșele ionice înaintează preponderent înspre catod, deși nu sînt excluse și alte direcții, în funcție de unghiul sub care au fost emiși (întîmplător) mai mulți fotoni. În final, strimerul atinge catodul (poziția d), moment urmat de o creștere rapidă spre valori extrem de mari a conductivității filamentului. Astfel, descărcarea întregului spațiu catod-anod apare ca o scînteie strălucitoare.

Viteza de propagare a strimerului către catod este mult mai mare decît viteza de drift a ionilor pozitivi în avalanșele simple Townsend, din cauza „avansului" imprimat de fotoni, care au viteza luminii. Viteza măsurată a strimerului pozitiv este cu un ordin de mărime mai mare chiar decît viteza electronilor. Tot datorită fotonilor, străpungerea poate avea loc înainte ca vreo avalanșă primară, inițiată la catod, să atingă anodul. De asemenea, o avalanșă primară inițiată oriunde între electrozi, poate evolua către un strimer, astfel că nu este obligatorie prezența electronilor primari la catod, scoși prin efecte γ, pentru realizarea străpungerii. Străpungerea nu este deci condiționată de proprietățile materialului sau suprafeței catodului. Principalul criteriu, argumentat teoretic de Raether și Meek, îl constituie presupunerea că tranziția spre formarea strimerului are loc atunci cînd cîmpul sarcinii spațiale al unei avalanșe primare devine cel puțin de același ordin de mărime cu cîmpul local. În cadrul acestui model, dacă tensiunea dintre electrozi este mai mare decît valoarea de străpungere, cîmpul sarcinii pozitive din capul avalanșei primare atinge o valoare comparabilă cu cîmpul electrostatic inițial înainte ca avalanșa să atingă anodul. Din acel punct strimerul se dezvoltă fie spre catod (strimer pozitiv), fie spre anod (strimer negativ), în funcție unghiul solid în care predomină emisia de fotoni suficient de energici, cum am văzut mai sus. Propagarea strimerului anodic se presupune a se datora atît accelerării electronilor în cîmpul crescut dintre avalanșa primară și anod (vezi fig. VI.24), cît și generării de avalanșe secundare prin fotoionizări în fața avalanșei.

VI.8. DESCĂRCAREA LUMINISCENTĂ. CRITERIUL DE STABILITATE A DESCĂRCĂRII

Ne vom referi mai jos la descărcările electrice de joasă presiune (sub aproximativ 10 torr.) Cum am văzut, aplicînd o tensiune continuă între electrozi, prin tubul de descărcare va trece un curent electric slab, care crește

la început liniar cu tensiunea (porțiunea OA din fig. VI.4), apoi exponențial (BC), datorită multiplicării electronice. Caracteristica din fig. VI.4 reprezintă dependența curentului de descărcare în funcție de tensiunea de ardere, la presiunea constantă. Curenții corespunzători porțiunii $OABC$, depinzînd de agenții de ionizare externi sau interni și de tensiunea dintre electrozi, variază în limitele 10^{-20} A—10^{-6} A. La aceste intensități efectele de sarcină spațială sînt neglijabile, distribuția cîmpului fiind dată numai de diferența de potențial dintre electrozi și de geometria electrozilor. De asemenea, radiația emisă este foarte redusă, de unde și numele de descărcări întunecoase pentru regimurile $OABC$.

După atingerea potențialului de străpungere (punctul C), rolul sarcinilor spațiale crește simțitor, determinînd intensificări ale cîmpului electric (de exemplu în zonele catodice) care permit ionizări mult mai eficiente. Ca urmare, rezistența electrică a gazului scade mult, ceea ce face să scadă tensiunea necesară menținerii descărcării. Totodată crește intensitatea curentului electric. Creșterea vertiginoasă a ionizării determină apariția de electroni cu energii foarte diverse, ceea ce duce la diversificarea largă a tipurilor de ciocniri (ionizări, excitări, recombinări etc.). Ca urmare a excitărilor, precum și a unor recombinări radiative, gazul se îmbogățește în atomi excitați pe diverse nivele, care prin dezexcitare vor emite fotoni de diferite energii. Gazul dintre electrozi devine astfel luminos. Datorită acestui fapt, descărcările care corespund domeniului CC'DEFF' poartă numele de *descărcări luminiscente.*

Dacă electrozii au vîrfuri ascuțite, în vecinătatea acestora iau naștere cîmpuri foarte intense (neomogene) și dacă în circuit există o rezistență mare limitatoare de curent, atunci tensiunea și curentul nu sar brusc de la valorile din C în cele din D sau F, ci mai întîi se aprinde o descărcare pe vîrfurile respective, corespunzînd unui salt din C în C', numită *descărcare în coroană.* Ea reprezintă un stadiu inițial al descărcării luminiscente, cînd majoritatea ionizărilor și excitărilor se concentrează într-o mică zonă (coroană) din jurul vîrfurilor. Dacă asemenea vîrfuri nu există, se trece direct în regimul de descărcare luminiscentă. Regiunea de tranziție $C'D$ (destul de greu de stabilizat experimental) poartă numele de *descărcare luminiscentă subnormală*.* Regiunea DE în care curentul crește fără variația tensiunii, corespunde *descărcării luminiscente normale.* În acest regim curentul poate varia pe un domeniu destul de larg, tensiunea păstrînd o valoare constantă V_n numită *tensiunea normală.* Dacă anodul se află foarte aproape de marginea dinspre catod a luminii negative, V_n, este totuna cu căderea catodică normală. Experimental, se observă că în regimul descărcării normale numai o porțiune S din suprafața S_K a catodului participă la descărcare. Creșterea curentului I al descărcării este însoțită de creșterea secțiunii S a „tubului de curent" astfel încît raportul I/S rămîne, practic, constant. Densitatea

$$j_n = I/S \tag{VI.71}$$

se numește *densitate de curent normală.* Descărcările normale sînt folosite la construcția *stabilizatoarelor de tensiune* cu descărcări în gaze. După ce

* Este util de menționat că la curenții slabi, corespunzători fenomenului tranzitoriu numit descărcare luminiscentă subnormală, condiția de cvasineutralitate a plasmei nu este satisfăcută.

toată suprafața catodului a fost acoperită de descărcare (punctul E) creșterea în continuare a curentului este însoțită de creșterea EF a tensiunii. Porțiunii EF îi corespunde *descărcarea luminiscentă anormală*.

Pentru autoîntreținerea descărcărilor luminiscente, de la catod trebuie să plece un număr important de electroni. Aceștia sînt produși prin emisie secundară electronică la bombardament cu ioni pozitivi, fotoni, atomi metastabili, atomi neutri rapizi (formați prin transfer de electron la ciocnirea ion-atom). Pentru ca aceste procese să fie eficiente sînt necesare tensiuni de ardere relativ mari, de cîteva sute de volți. Dacă însă curentul crește foarte mult, temperatura catodului poate deveni atît de mare încît începe o puternică emisie termoelectronică din suprafața sa (punctul F). Uneori sarcina spațială densă din fața catodului poate crea cîmpuri destul de mari încît să apară și o emisie autoelectronică din catod. Aceste două procese produc o creștere masivă a concentrației purtătorilor de sarcină, ceea ce provoacă o importantă scădere a rezistenței spațiului de descărcare și a tensiunii pe acest spațiu (porțiunea FF'). Descărcarea trece într-un regim de curenți foarte mari (zeci, sute de amperi) și tensiuni de ardere mici (de ordinul volților sau a zecilor de volți), numită *descărcare în arc* sau *arc electric* ($F'G$).

Cum se vede în fig. VI.4 caracteristica generală voltamperică are zone cu pantă pozitivă ($\mathrm{d}V/\mathrm{d}i > 0$) și zone cu pantă negativă ($\mathrm{d}V/\mathrm{d}i < 0$). În zonele cu panta negativă, cum sînt cele de tranziție de la descărcarea Townsend la descărcarea luminiscentă și de la descărcarea luminiscentă la arcul electric, experiența arată că descărcarea este uneori greu de stabilizat. Pentru a găsi un criteriu general de stabilitate a descărcărilor, să considerăm funcțiile

$$\varepsilon = V + R(i) \tag{VI.72}$$

$$V = V(i) \tag{VI.73}$$

unde ε este tensiunea electromotoare a sursei de alimentare, $V(i)$ caracteristica voltamperică (luată la bornele tubului de descărcare) și R rezistența exterioară tubului de descărcare (fig. VI.27). Ecuația (VI.72) reprezintă legea lui Ohm pentru întregul circuit, în timp ce (VI.73) este o funcție, în general neliniară de i, la bornele descărcării. Acest sistem poate avea mai multe soluții (de exemplu, punctele P și Q din fig. VI.27), dar nu toate soluțiile corespund unei descărcări *stabile în timp*. Să considerăm că la un moment dat apare o variație x a curentului. Aceasta va determina variațiile $\Delta\varepsilon$ și ΔV astfel încît

$$\varepsilon + \Delta E = V + \Delta V + R(i + x). \tag{VI.74}$$

Ținînd seama de (VI.72), relația (VI.74) devine

$$\Delta E = \Delta V + Rx. \tag{VI.75}$$

Dar ΔV este variația tensiunii pe tubul de descărcare $\Delta V = (\mathrm{d}V/\mathrm{d}i)\,x$, iar $\Delta\varepsilon$ este o tensiune electromotoare de autoinducție $\Delta\varepsilon = -\mathrm{L}(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)$, L fiind coeficientul de autoinducție al circuitului. Relația (VI.75) se va scrie

$$L\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\left(R + \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}i}\right)x \tag{VI.76}$$

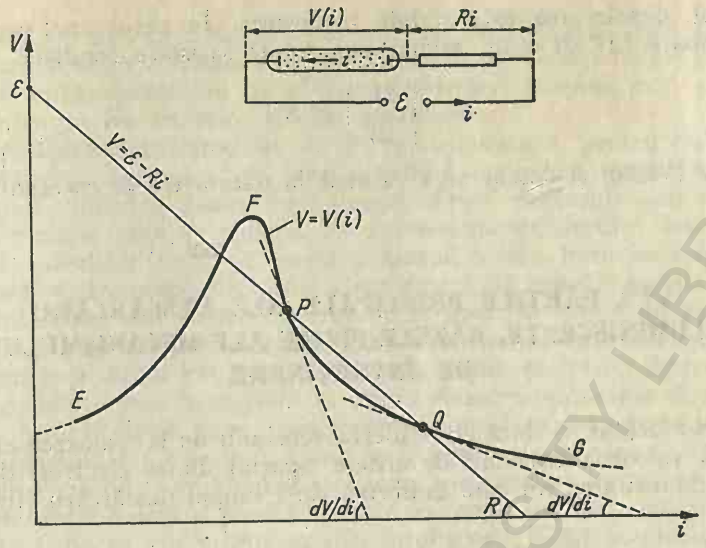


Fig. VI.27. Criteriul de stabilitate $\left|\frac{dV}{di}\right| < R$.

sau

$$\frac{dx}{x} = -\frac{1}{L}\left(R + \frac{dV}{di}\right)dt. \tag{VI.77}$$

Integrarea relației (VI.77) ne va da

$$x = x_0 \exp\left[-\frac{1}{L}\left(R + \frac{dV}{di}\right)\right]t. \tag{VI.78}$$

Expresia (VI.78) ne arată că orice variație inițială x_0 a intensității curentului va crește exponențial cu timpul dacă

$$R + \frac{dV}{di} < 0 \tag{VI.79}$$

și se va anula rapid în timp dacă

$$R + \frac{dV}{di} > 0. \tag{VI.80}$$

În primul caz descărcarea este instabilă, iar în al doilea este stabilă. Așadar, relația (VI.80) reprezintă criteriul de stabilitate a descărcării (Kaufmann, 1900), R fiind o mărime pozitivă, criteriul de stabilitate ne arată că în cazul unei caracteristici $V(i)$ crescătoare (zona EF, de exemplu), în care

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$dV/di > 0$, descărcarea este stabilă totdeauna. În cazul unei caracteristici descrescătoare ($dV/di < 0$), numai punctul Q satisface condiția

$$\left|\frac{dV}{di}\right| < R \qquad \text{(VI.81)}$$

impusă de (VI.80) și descărcarea va arde la parametrii ce corespund acestui punct.

VI.9. PĂRȚILE PRINCIPALE ALE DESCĂRCĂRII LUMINISCENTE. BAZELE FIZICE ALE MECANISMULUI DE ÎNTREȚINERE

Cum s-a arătat, o dată cu scăderea tensiunii de la valoarea ei de străpungere la valoarea tensiunii de ardere, spațiul dintre electrozi devine luminos. Luminozitatea nu este uniformă de-a lungul descărcării (fig. VI.28).

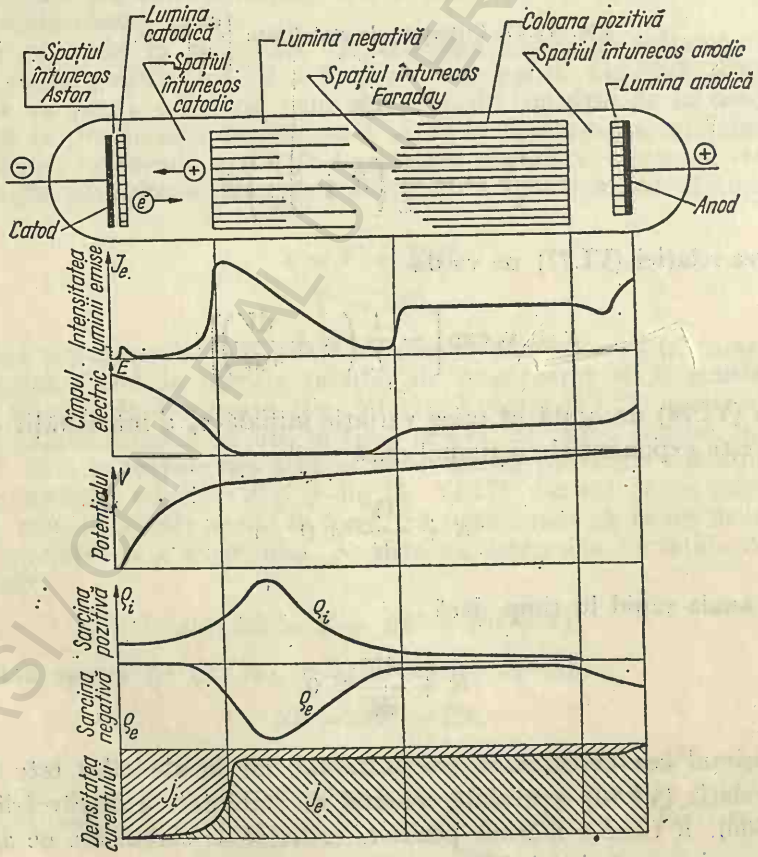


Fig. VI. 28. Zonele descărcării luminiscente.

UNIV. „AL. I. CUZA" BIBL. DE FIZICĂ

Ținînd seama nu atît de luminozitatea, cît de proprietățile fizice ale diverselor straturi, acestea se împart în trei categorii: *părțile electrodice*, în care se extinde influența electrozilor și *plasma descărcării luminiscente*, care face legătura între părțile catodice și cele anodice.

Electronii emiși de catod nu au energii suficiente pentru excitarea și ionizarea gazului. De aceea, în fața catodului apare un spațiu întunecos, numit *spațiul întunecos Aston*, de-a lungul căruia electronii sînt accelerați de cîmpul electric pînă ce energia lor corespunde maximului funcțiilor de excitare ale nivelelor (joase) de energie. Gazul devine luminos formîndu-se *lumina catodică*. Deoarece electronii ating destul de repede energia de excitare, spațiul Aston este foarte îngust. Avînd apoi în vedere mersul general al funcțiilor de excitare prin ciocniri electronice, lumina catodică este de asemenea îngustă și difuză către anod. După o primă excitare, electronii fiind din nou accelerați, pot da naștere la cîteva straturi luminoase din ce în ce mai slabe. Apoi ei devin prea rapizi pentru a produce o excitare însemnată a gazului (energia lor este mai mare decît cea corespunzătoare maximului funcției de excitare). Următoarea porțiune a drumului lor spre anod este deci din nou întunecoasă și poartă numele de *spațiu întunecos catodic* (spațiul Hittorf sau Crookes sau primul spațiu întunecos). Fiind accelerați în continuare, pe acest spațiu, ei capătă la un moment dat energie suficientă pentru a produce ionizarea gazului. După ionizare, atît ei cît și electronii liberi nou formați pot avea energii suficiente pentru excitări. Gazul devine din nou luminos pe o porțiune numită *lumină negativă*. Lumina negativă este destul de net delimitată spre catod și difuză spre anod. Căderea de potențial de-a lungul spațiului întunecos (egală, practic, cu diferența de potențial dintre catod și marginea catodică a luminii negative) se numește *cădere catodică* V_K. Din acest motiv acest spațiu se mai numește *spațiul căderii catodice*. În descărcările luminiscente anormale, grosimea d a spațiului de cădere este mai mică decît drumul mediu liber de ionizare λ_i a electronului și, de aceea, electronii străbat acest spațiu, practic, în cădere liberă. Ei intră în lumina negativă ca un fascicul cvasimonoenergetic, cu energia practic egală cu eV_K. Dacă spațiul de cădere este destul de lung ($\lambda_i > d$), ca în cazul descărcărilor luminiscente normale, au loc ionizări și în acest spațiu, urmate de avalanșe exponențiale ce se înmulțesc spre marginea luminii negative. Deci, în lumina negativă vor acționa atît electroni proveniți direct de la catod cît și alte grupuri formate în lumina negativă și (eventual) în spațiul întunecos catodic. Toți aceștia vor produce o abundentă ionizare și excitare a gazului, ceea ce face din lumina negativă o zonă foarte ionizată și foarte luminoasă. În plus, proprietățile de fascicul ale electronilor se pierd treptat în această zonă, în final formîndu-se un gaz ionizat alcătuit din particule ionizate în mișcare dezordonată, neutru electric la scară macroscopică, adică o *plasmă* (plasma luminii negative). Ionii pozitivi și fotonii produși în lumina negativă, căzînd pe catod, produc o emisie secundară de electroni care uneori (mai ales în descărcările anormale) este suficientă pentru menținerea descărcării. O anumită contribuție la strălucirea luminii negative o au și *radiațiile de recombinare* emise la recombinarea electronilor lenți (foarte numeroși în această regiune) cu ionii pozitivi. Zona de concentrație maximă a plasmei luminii negative se află în apropierea capului catodic al ei (vezi fig. VI.28). O parte din ionii pozitivi (și anume cei care nu se recombină în volum sau la pereți) ajung prin difuzie la marginea dinspre

catod unde vor fi preluați și accelerați de cîmpul intens din spațiul de cădere. Pe de altă parte, gradientul mare de concentrație electronică determină deplasarea electronilor spre anod, formîndu-se o „coadă" difuză a luminii negative din ce în ce mai puțin luminoasă, pînă se trece într-o nouă regiune întunecoasă numită *spațiu întunecos Faraday* (sau al doilea spațiu întunecos). Acesta, spre deosebire de spațiul întunecos catodic, este sărac în excitări nu datorită energiei prea mari a electronilor ca în spațiul de cădere, ci energiei prea mici a lor. Electronii fiind lenți, ionizările sînt cu atît mai mult un fenomen rar în spațiul Faraday. În acest spațiu predomină deci o sarcină spațială negativă. De-a lungul acestui spațiu electronii sînt accelerați spre anod de un slab cîmp electric, pe o distanță destul de mare, pînă la energii suficiente pentru excitarea și ionizarea gazului, ceea ce marchează apariția unei noi formații de plasmă numită *coloană pozitivă*. În această zonă concentrația electronilor ($10^{10}-10^{13}$ electroni/cm^3) este practic egală cu concentrația ionilor pozitivi, ambele tipuri de purtători avînd o intensă mișcare haotică. Ea are deci proprietăți de plasmă (plasma coloanei pozitive). Curentul electric de-a lungul axei este purtat practic de electroni, datorită unei mici viteze de antrenare a lor suprapusă peste mișcarea haotică.

Numele de coloană pozitivă este legat de faptul că ea ocupă toată zona dintre capătul pozitiv al spațiului Faraday și electrodul pozitiv al descărcării (anodul). Lumina emisă de coloana pozitivă se deosebește de cea emisă de lumina negativă: în coloana pozitivă se observă spectrul de arc în timp ce lumina negativă emite și un spectru de scînteie. Lungimea coloanei pozitive depinde de presiunea gazului; cu creșterea presiunii, lungimea părților catodice se reduce iar coloana pozitivă se lungește. Dacă, însă, presiunea rămîne constantă și se modifică distanța dintre electrozi, spațiul ocupat de părțile catodice rămîne același, în timp ce lungimea coloanei pozitive se modifică corespunzător. În general, coloana pozitivă poate fi oricît de lungă dacă tensiunea dintre electrozi este destul de mare. Coloana pozitivă este frecvent utilizată ca sursă de lumină atît în scopuri spectroscopice, cît și dentru iluminatul public. Uneori coloana pozitivă nu are o luminozitate uniformă, ci este formată din straturi luminoase și întunecoase ce se succed de-a lungul ei (*coloană pozitivă stratificată*). Stratificarea coloanei se produce mai ales în tuburi înguste și în prezența impurităților. Straturile pot fi staționare sau mobile.

La capătul dinspre anod al coloanei pozitive se formează *spațiul întunecos anodic*, după care urmează o pojghiță luminoasă, lipită de anod, numită *lumina anodică*. Ca urmare a respingerii ionilor pozitivi de către anod și a atracției electronilor, ia naștere în vecinătatea anodului o sarcină spațială negativă care nu mai este compensată de o sarcină pozitivă, deoarece anodul nu emite ioni pozitivi. Între anod și această sarcină negativă se creează o diferență de potențial, numită *cădere anodică*, de ordinul 5—20 *V*. Electronii accelerați de căderea anodică excită gazele adsorbite pe suprafața metalului, dînd naștere astfel luminii anodice.

În figura VI.28 se poate urmări mersul cîtorva funcții macroscopice mai importante de-a lungul spațiului catod-anod, cum sînt intensitatea radiației luminoase I_l, cîmpul electric E, potențialul V, densitățile de sarcină pozitivă ρ_i și negativă ρ_e, precum și densitățile de curent ionic j_i și electronic j_e.

Din punct de vedere al mecanismului descărcărilor luminiscente, rolul hotărîtor îl au părțile catodice. Într-adevăr, imediat după străpungere, în vecinătatea catodului are loc o bruscă redistribuire a purtătorilor de sarcină; ionii pozitivi fiind mult mai lenți decît electronii, vor forma în vecinătatea catodului o puternică sarcină spațială pozitivă. Ca urmare, apare un cîmp electric intens care va accelera ionii pozitivi spre catod. Această zonă de accelerare este tocmai spațiul întunecos catodic. De-a lungul său cade cea mai mare parte a tensiunii aplicate pe tub, așa-numita *cădere catodică*. Ionii pozitivi accelerați pe spațiul căderii catodice, împreună cu fotonii de energie destul de mare, precum și metastabilii și neutrii rapizi lovind catodul produc electroni primari (vezi relația (VI.38)) a căror energie inițială este cel mult de ordinul electron-voltului. Acești electroni sînt însă rapid accelerați (formînd aproape un fascicul monocinetic) de cîmpul intens de la suprafața catodului. După ce au produs, cum am văzut, unul sau mai multe straturi luminoase lîngă catod (lumina catodică), ei devin prea rapizi pentru a mai produce excitarea gazului și fiind accelerați în continuare pe spațiul căderii catodice devin capabili să producă ionizări și excitări, dînd naștere luminii negative. Lumina negativă trimite, la rîndul ei, un număr suficient de ioni pozitivi, fotoni, atomi neutri rapizi și atomi metastabili care vor reproduce numărul necesar de electroni primari, astfel încît descărcarea să se autoîntrețină. Așadar, într-o descărcare luminiscentă staționară se formează două surse de particule strîns legate una de cealaltă: pe de o parte, suprafața catodului ca sursă de electroni, iar pe de altă parte, lumina negativă ca sursă de ioni pozitivi, fotoni, metastabili și atomi neutri rapizi, spațiul întunecos catodic constituind „canalul" prin care trec aceste particule și în care particulele încărcate sînt accelerate în funcție de sarcina electrică a lor. Desigur, cum am văzut, în cazul descărcărilor luminiscente normale, electronii primari pot produce ionizări nu numai în lumina negativă, ci și în spațiul întunecos catodic. În descărcările anormale (de interes practic mult mai larg) electronii intră în lumina negativă cu energia practic egală cu cea corespunzătoare căderii catodice. Ei vor produce o intensă ionizare în lumina negativă. Electronii secundari astfel formați au o energie mai mică dar suficientă pentru o excitare intensă a gazului și chiar pentru noi ionizări în această regiune, care devine o zonă de plasmă. Spre deosebire însă de plasma în echilibru, distribuția după energii a electronilor nu este general maxwelliană, ci coexistă trei grupuri de electroni și anume: *grupul electronilor primari*, foarte puțin numeros, dar de mare energie, accelerat în spațiul întunecos catodic; s-a pus apoi în evidență *grupul electronilor secundari* cu o energie medie de 5—10 eV, mai numeros. Aceștia produc o mare parte din excitarea și ionizarea gazului. El se formează prin mai multe procese: ionizarea atomilor de către electronii primari, recombinarea electron-ion în prezența unui al treilea electron care preia energia de recombinare, interacțiunea electronilor primari cu electronii ultimi care poate duce la creșterea energiei cinetice a acestora din urmă; există apoi *grupul electronilor ultimi*, cel mai numeros, cu o distribuție maxwelliană corespunzătoare unei energii medii de aproximativ 1 eV. Concentrația acestora crește spre spațiul întunecos Faraday. Concentrația electronilor ultimi crește cu creșterea presiunii gazului și a curentului de descărcare. Însă, energia medie a lor scade cu creșterea presiunii și a curentului. Importanța electronilor primari în formarea și menținerea plasmei luminii negative este relevată și de experiențele care arată că lungimea luminii negative este practic egală cu lungimea drumului de relaxare

a electronilor în gaze avînd o energie inițială egală cu cea corespunzătoare căderii catodice. În spațiul Faraday nu au loc ionizări, curentul electric fiind datorat difuziei electronilor și ionilor din lumina negativă, ca urmare a gradienților puternici de concentrație. Cîmpul electric este aproape nul în lumina negativă pînă aproape de spațiul Faraday, unde crește (vezi fig. VI.28) accelerînd electronii spre coloana pozitivă. Desigur, în lumina negativă, ca plasmă, se realizează o stare staționară între mecanismul de generare a purtătorilor de sarcină și cel de pierdere a lor. Pierderile în lumina negativă au loc prin următoarele procese mai importante: a) difuzia ambipolară radială, însoțită de recombinarea electronilor și ionilor la pereți (proces mai important în tuburi de diametru mic), b) difuzia în direcția axială a purtătorilor de sarcină atît spre catod cît și spre anod, c) recombinarea în volum a electronilor și ionilor.

VI.10. ASPECTE EXPERIMENTALE

Dăm mai jos cîteva informații practice, utile atît pentru înțelegerea fenomenelor, cît și pentru aplicații.

a) *Efectul de pseudovid.* Uneori aprinderea descărcării în tuburi de sticlă este capricioasă, nereproductibilă. În unele cazuri trebuie mărit cu mult potențialul de aprindere. Faptul se datorește încărcării peretelui de lîngă catod cu electroni din *descărcările anterioare.* Cîmpul contrar creat de sarcina negativă superficială stînjenește emisia electronică din catod, făcînd necesare potențiale de aprindere mari ca și cum în tub ar fi scăzut mult presiunea gazului *(efect de pseudovid).* Efectul este cu atît mai pronunțat cu cît tubul de descărcare este mai îngust în zona catodului și cu cît presiunea este mai mică. El se manifestă îndeosebi în tuburile care au fost în prealabil degazate prin încălzire, ceea ce a condus la înlăturarea straturilor superficiale de apă. Apa, fiind conducătoare de electricitate, sarcinile nu se acumulează considerabil. Dar dacă ea a fost înlăturată, peretele este un foarte bun izolator și fixează bine sarcinile electrice. Din acest motiv, în tuburile nedegazate descărcarea se poate aprinde după un anumit timp (timp de migrare, de dispariție a sarcinii superficiale) fără a fi necesară creșterea tensiunii de aprindere. Uneori aprinderea poate fi stimulată punînd mîna pe partea exterioară a tubului de sticlă. Efectul de pseudovid poate fi eliminat fie folosind tuburi largi, fie metalizînd pereții și legîndu-i la un anumit potențial (de regulă, la pămînt).

b) *Influența impurităților.* Mai întîi trebuie menționat că dacă tubul de descărcare nu a fost supus, după confecționarea lui, unei evacuări de lungă durată, pînă la un vid foarte înaintat (după destinația tubului, acest vid poate fi 10^{-6} torr sau chiar sub 10^{-9} torr) și totodată încălzit pînă aproape de temperatura de înmuiere a sticlei (400—600°C) atunci în timpul funcționării, descărcarea poate produce scoaterea din suprafețele solide a unor însemnate cantități de gaze adsorbite au absorbite. Aceste gaze străine impurifică gazul de lucru și mărește presiunea modificînd astfel parametrii de lucru pînă la scoaterea tubului din funcțiune. Trebuie ținut seama că pe suprafețele de sticlă se fixează o pojghiță de apă, foarte greu de distrus iar pe suprafețele metalice se acumulează mari cantități de gaze și mai ales hidrogen molecular (H_2). În unele cazuri se observă și fenomenul invers, dispariția gazului în prezența anumitor substanțe, ceea ce duce la scăderea presiunii în tub. Acest fenomen

are loc mai ales cînd se produce o intensă pulverizare catodică. Uneori se introduc în tub unele substanțe, numite *ghetere*, care prin acțiunea lor chimică absorb resturile de gaze rămase după operația de evacuare. Printre substanțele folosite în operația de *gheterizare* menționăm aluminiul, bariul, magneziul, fosforul.

Impuritățile afectează uneori foarte serios reproductibilitatea fenomenelor și valoarea parametrilor de lucru. Astfel, dacă în tub se află atomi de impuritate cu *potențialul de ionizare mai mic decît potențialul de excitare al gazului* de lucru, vor avea loc coicniri de speța a doua prin care energia de excitare este transferată atomului de impuritate care se va ioniza (ionizări Penning, § V.9.5). În acest fel crește concentrația atomilor ionizați, ceea ce duce la *scăderea potențialului de străpungere*, fenomen cunoscut sub numele de *efect Penning*. Dacă impuritățile sînt gaze electronegative (O_2, Cl_2, I_2, unele molecule organice), acestea atașează ușor electroni de mică energie (0,1—1 eV), formînd astfel ioni negativi grei, care au mobilitate mult mai mică decît electronii. Fenomenul este deci echivalent cu o reducere a vitezei de antrenare a electronilor. Macroscopic, această captură temporară a electronilor pe impurități electronegative echivalează deci cu o creștere a frecvenței de ciocnire și prin urmare cu o creștere aparentă a presiunii gazului de bază. În consecință, părțile catodice se contractă spre catod. În plus, datorită masei lor mari și deci, difuziei lor reduse, acești ioni negativi intensifică sarcina spațială negativă din fața catodului, mărind astfel contrastul între zonele luminoase și întunecoase.

Unele impurități reacționează chimic cu catodul, modificînd astfel randamentul emisiei secundare electronice. De exemplu, oxigenul formează un strat monoatomic foarte stabil la suprafața multor metale ca Mo, W, Al. Acest strat poate fi îndepărtat numai printr-o încălzire foarte puternică, pînă la aproximativ 2000°C sau prin bombardament îndelungat cu ioni pozitivi de energie destul de mare (aproximativ 500 eV). De exemplu, stratul de oxid de pe un catod de molibden, într-o descărcare în neon dispare după 30—40 minute de la aprinderea descărcării cu o tensiune de ardere de aproximativ 210 V.

c) *Întîrzierea aprinderii descărcării*. Am văzut că o anumită întîrziere poate fi provocată prin efectul de pseudovid. Dacă acest efect este anihilat, se observă totuși întîrzieri fluctuante ale aprinderii după ce s-a aplicat la borne tensiunea de străpungere V_s (această tensiune se stabilește prin creșterea lentă a tensiunii pînă ce descărcarea se aprinde). Această întîrziere are un caracter statistic și este determinată de următorul fenomen. Cum am arătat în § VI.1. în spațiul dintre electrozi se află întotdeauna un număr oarecare de electroni, datorită ionizării naturale. Dar pentru formarea primelor avalanșe efective de ioni și electroni este necesar ca cel puțin un electron să se afle cît mai aproape de catod. Acesta este însă un eveniment aleatoriu. Dacă repetăm aplicarea tensiunii V_s de n_0 ori, atunci numărul n de aprinderi după un timp mai mare decît t este dat de $n = n_0 \exp(-t/\tau_s)$, unde τ_s este timpul mediu de întîrziere statistică. Evident, cu cît ionizarea naturală va fi mai puțin intensă, cu atît τ_s va fi mai mare și n va crește. Mărind deci ionizarea inițială pe cale artificială, se poate micșora timpul mediu de întîrziere τ_s. Aceasta se poate realiza, de exemplu, aducînd în apropierea tubului o sursă radioactivă (emițător de radiații γ) sau trimițînd pe catod radiații ultraviolete (efect fotoelectric). De asemenea, întîrzierea scade prin încălzirea catodului pînă la emisia termo-

electronică. Dacă intensitatea acestor factori ajutători este destul de mare, întîrzierea poate deveni inobservabilă ($\tau_s \simeq 0$).

Aici este cazul să menționăm și întîrzierea datorată timpului necesar constituirii descărcării, numit și *timp de formare* τ_f. Acesta este determinat de timpul în care un electron smuls din catod produce atîția ioni încît aceștia să provoace la catod, prin procese γ, scoaterea unui alt electron. Acest timp va depinde de randamentele emisiei secundare (γ), de coeficientul de ionizare (α) de distanța dintre electrozi (d) și de mobilitățile (μ_e) și (μ_i) ale electronilor și ionilor în gazul dat. El poate fi deci calculat. Valoarea lui pentru tuburile de descărcări obișnuite este de cel puțin 10^{-5} s. Pentru descărcarea în scînteie la presiunea atmosferică, unde predomină strimerii și nu avalanșele simple Townsend, timpul este mult mai scurt: 10^{-7}—10^{-9} s.

d) *Descărcarea difuză.* Dacă pe suprafața catodului se depune un strat subțire de izolator sau de semiconductor (de exemplu, strat de Al_2O_2 peste aluminiu), descărcarea se dezvoltă *fără spațiul întunecos catodic;* lumina negativă începe imediat de la catod, luminozitatea suprafeței catodice, căpătînd un aspect difuz. La presiuni foarte joase (mai mici de 10^{-2} torr) poate să apară și un spațiu întunecos catodic subțire. Această descărcare, numită *descărcare difuză,* arde la tensiuni cu aproximativ un ordin de mărime mai mici decît în cazul obișnuit, cu catod metalic, iar densitatea de curent este cu cîteva ordine de mărime mai mare. Acest tip de descărcare trece într-o descărcare obișnuită pe măsură ce stratul izolator (de obicei, strat de oxid) este distrus ca urmare a bombardamentului cu ioni sau cu alte particule grele de mare energie.

Mecanismul descărcării difuze este similar parțial cu cel al emisiei electronice secundare anormale (efect Malter). Și anume, sarcina pozitivă a ionilor care ajung pe suprafață creează un cîmp electric foarte intens în stratul de izolator, care va produce o puternică *emisie autoelectronică* din catod. Diferența între acest fenomen și efectul Malter constă în aceea că în descărcarea difuză stratul de sarcină pozitivă este format prin contactul cu ionii pozitivi din descărcare, pe cînd în cazul efectului Malter electronii primari dau naștere unei emisii electronice secundare atît de intensă încît la suprafață rămîne un strat încărcat pozitiv. O anumită contribuție la emisia electronică o au și vîrfurile microscopice ale suprafeței rugoase, unde se formează cîmpuri locale foarte intense care măresc emisia autoelectronică. Datorită emisiei electronice intense a catodului, nu mai este necesară accelerarea ionilor pozitivi spre catod și de aceea nu se mai formează spațiul căderii catodice; catodul este în contact direct cu lumina negativă. În general, ionii pozitivi incidenți nu mai sînt iuți, de aceea, emisia secundară de electroni prin bombardament ionic este slabă: ionul incident nu mai scoate doi electroni, ci doar unul, cu care se recombină, provocînd în stratul superficial un „gol" pozitiv. Aceste goluri vor forma stratul de sarcină pozitivă care determină puternica emisie electronică observată experimental.

e) *Importanța părților catodice* poate fi demonstrată experimental astfel. Se construiește un tub de descărcare ca în fig. VI.29, a în care catodul C poate fi rotit. Rotind catodul, părțile catodice se rotesc odată cu el, rămînînd fixe pe catod, în timp ce coloana pozitivă și părțile anodice nu suferă nici o modificare. Dacă anodul A se apropie de catod, coloana pozitivă se scurtează corespunzător, fără ca părțile catodice să fie afectate în vreun fel, demonstrînd astfel că ele sînt esențiale pentru întreținerea descărcării. Dacă anodul, paralel

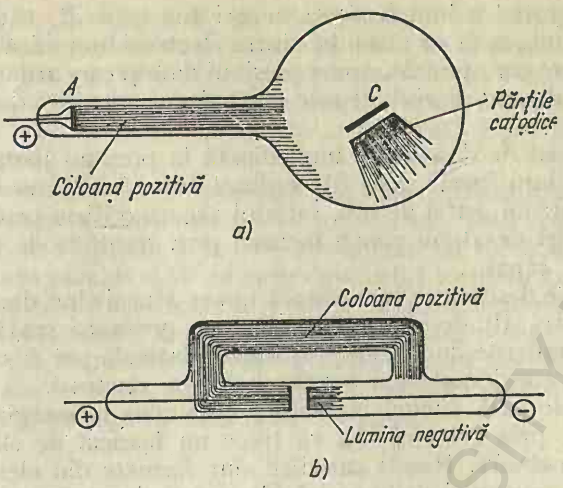


Fig. VI.29. Ilustrarea importanței părților catodice.

cu catodul, se apropie la o distanță mai mică decît grosimea spațiului de cădere, descărcarea se stinge. Într-o astfel de experiență, ambii electrozi sînt acoperiți cu sticlă pe celelalte suprafețe care nu sînt față în față. Această experiență arată direct importanța luminii negative: ea este sursa principală de ioni pozitivi care, accelerați în spațiul de cădere produc emisia secundară necesară din catod. Dacă ea lipsește, lipsesc și acești ioni și descărcarea se stinge. Dacă însă părțile din spate ale electrozilor nu sînt acoperite, descărcarea se aprinde între aceste regiuni electrodice. În figura VI.29, b se vede cum descărcarea se formează într-un tub lateral, fiind fixată pe părțile din spate ale electrozilor.

f) *Descărcarea împiedicată. Raze canal, raze catodice.* Să deplasăm anodul, dar avînd grijă ca intensitatea curentului de descărcare să rămînă constantă. Deoarece și presiunea rămîne constantă, singurul parametru macroscopic variabil va fi tensiunea dintre electrozi. Aceasta se va modifica în funcție de distanța dintre electrozi așa cum arată figura VI.30. În coloana pozitivă tensiunea scade liniar, (porțiunea AB), panta dreptei reprezentînd *gradientul coloanei pozitive.* În spațiul Faraday are loc o scădere bruscă (BC) a tensiunii, de ordinul potențialului de ionizare a gazului, odată cu dispariția căderii și luminii anodice. Urmează o tensiune constantă (practic egală cu căderea catodică V_K) de-a lungul luminii negative. Lîngă marginea dinspre catod a luminii negative se înregistrează o scădere a tensiunii, determinată de reflexia electronilor primari la suprafața anodului, ceea ce intensifică ionizările și face necesară o tensiune de ardere mai mică. Pe măsura dispariției luminii negative sînt necesare tensiuni tot mai mari pentru întreținerea curentului respectiv

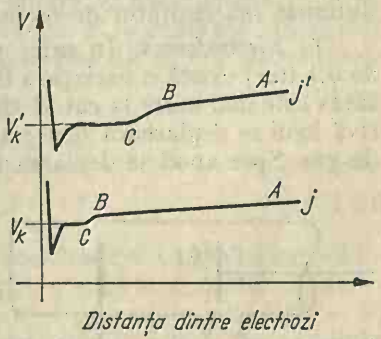


Fig. VI.30. Descărcarea electrică împiedicată.

de descărcare. Aceste tensiuni depășesc uneori foarte mult, căderea catodică. Descărcarea luminiscentă cu distanța dintre electrozi mai mică decît grosimea spațiului de cădere corespunzător unei presiuni date și care arde numai datorită unor tensiuni mult mai mari decît cele obișnuite se numește descărcare *împiedicată*.

Un caz special de descărcare împiedicată la presiuni joase (mai mici de 10^{-2} torr) și tensiuni foarte mari (de ordinul 10—15 kV) are loc în tuburile cu *raze canal*. Într-un astfel de tub, catodul are un orificiu prin care trece un fascicul de ioni (și de atomi neutri formați prin transfere de sarcină) numit fascicul de raze canal.

Un alt gen de descărcare împiedicată apare atunci cînd diametrul tubului de descărcare este atît de mare (în raport cu grosimea spațiului întunecos catodic), încît pierderile de sarcini prin difuzie laterală pot fi suplinite numai printr-o creștere considerabilă a tensiunii dintre electrozi.

Dacă se perforează anodul iar acesta este adus la marginea catodică a luminii negative, prin orificiul său va trece un fascicul de electroni, numit fascicul de *raze catodice*. Razele catodice sînt formate din electronii primari de mare energie, proveniți de la catod (de aici și denumirea) și accelerați în spațiul de cădere.

Descărcarea luminiscentă poate fi deci o sursă comodă de electroni și ioni pozitivi accelerați. Sursa de electroni este catodul, sursa de ioni este lumina negativă, iar zona de accelerare o constituie spațiul întunecos catodic. Razele catodice au fost descoperite în 1876, iar razele canal, în 1886 (Goldstein). În general, tuburile cu raze catodice (electroni) cu distanța dintre electrozi mai mică decît grosimea spațiului întunecos se numesc *tuburi Crookes*. În aceste tuburi, presiunea este mică (sub 10^{-2} torr), iar tensiunile folosite sînt de ordinul zecilor de kV.

g) *Catodul compus*. Parametrii descărcării pot fi mult influențați cu ajutorul unui catod compus dintr-o placă metalică și o grilă așezată foarte aproape în fața ei (E. Bădărău, 1933). Aplicînd un potențial pozitiv grilei G față de placa *C* (fig. VI.31) electronii emiși de *C* sînt accelerați suplimentar, ceea ce duce la creșterea curentului de descărcare. Dimpotrivă, negativînd grila față de *C*, curentul scade datorită respingerii electronilor emiși de placă înainte ca ei să se înmulțească prin dezvoltarea avalanșelor. Cu un astfel de potențial retardant de numai aproximativ 2 V, descărcarea se poate stinge. Depinzînd de potențialul *C*—*G*, un astfel de tub poate fi folosit ca redresor, întrerupător automat sau emițător de oscilații întreținte.

h) *Electroforeza*. În orice tub de descărcare la presiuni mici (mai mici de 0,1 torr) există o variație a densității gazului între electrozi și anume densitatea este mai mare la catod, descrescînd spre anod, deoarece în coloana pozitivă ionii se deplasează spre catod, lăsînd în urma lor o concentrație mai mică de gaz. Spre anod se deplasează doar electronii. Efectul este notabil mai ales la densități relativ mari de curent și tuburi lungi și înguste. Dacă în tub se află două gaze, *diferențele de presiune* vor fi diferite pentru cele două componente și, ca urmare se va produce o anumită separare a lor (electroforeză). Uneori se poate obține o separare aproape totală. Astfel, un amestec de 88 % He

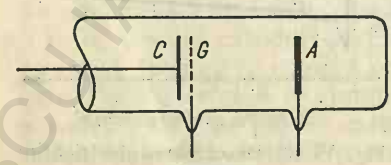


Fig. VI.31. Catodul compus.

și 12% Ar a putut fi separat complet într-un tub de 8 mm diametru și 80 cm lungime într-un timp de numai cîteva secunde. În general, la catod se aglomerează componenta cu potențialul de ionizare mai mic. Termenul (electro+gr. phoresis „deplasare") este folosit în separarea electrică a particulelor din soluțiile coloidale, unde se mai întîlnește și „cataforeză" (spre catod) sau „anaforeză" (spre anod).

Trebuie menționat că, la presiuni mai mari, distribuția concentrației în gaze pure se inversează: ea este mai mare la anod. De exemplu, într-un tub lung de 60 cm, cu secțiunea 0,45 cm² o descărcare în He la 1,31 A/cm² face ca la anod presiunea gazului să fie cu aproximativ 0,1 torr mai mare decît la catod. Creșterea concentrației spre anod la presiuni (și curenți) mari se explică, parțial, prin faptul că electronii transmit moleculelor neutre o cantitate mai mare de mișcare decît cea transmisă de ionii pozitivi în sens invers. Apoi o anumită contribuție o are formarea de ioni negativi (fenomen mai frecvent la presiuni mai mari), care transportă substanța la anod.

VII.11. TEORIA CĂDERII CATODICE. ECUAȚIA PARAMETRILOR DE SIMILITUDINE

Cum am văzut, părțile catodice — în primul rînd spațiul de cădere și lumina negativă — sînt esențiale pentru autoîntreținerea unei descărcări electrice. În abordarea teoretică a mecanismului descărcării, un rol important îl deține faptul că, încă din start, se formează în fața catodului o sarcină spațială pozitivă care modifică puternic distribuția potențialului și cîmpului electric în spațiul dintre electrozi. După aprinderea descărcării staționare, spațiul întunecos catodic este străbătut în sensuri contrare de electroni și ioni pozitivi, cum am văzut. Datorită numărului mai mare și vitezei mai mici, ionii pozitivi dau o densitate de sarcină ρ_i în general mult mai mare decît ρ_e. În spațiul întunecos predomină deci sarcina spațială pozitivă, de aceea vom nota în cele ce urmează $\rho_i \equiv \rho$.

Pentru înțelegerea mecanismului ne vor interesa distribuțiile mărimilor ρ, V, E, j în spațiul întunecos catodic. Modelul cel mai simplu de calcul este acela în care sarcina spațială poate fi neglijată în acest spațiu ($\rho \simeq 0$). În acest caz, ecuația Laplace $\nabla^2 V = 0$ ne va da $E =$ constant. Integrînd $\mathbf{E} = -\nabla V$ care, în cazul nostru (simetrie plană) devine $\mathrm{d}V = -E\,\mathrm{d}x$, obținem

$$V(x) = V_K - Ex \tag{VI.82}$$

sau

$$V(x) = E(d - x) \tag{VI.83}$$

unde, conform figurii VI.32, am luat originea coordonatei x la marginea catodică a luminii negative, iar catodul se află la potențialul zero, astfel că pentru $x = d$ (grosimea spațiului întunecos) $V(d) = 0$ și pentru $x = 0$, $V(0) = V_K$ (căderea catodică). Precizăm că această distribuție liniară a potențialului nu poate fi aproximată decît în eventualitatea unui strat [illegible]rem de slab

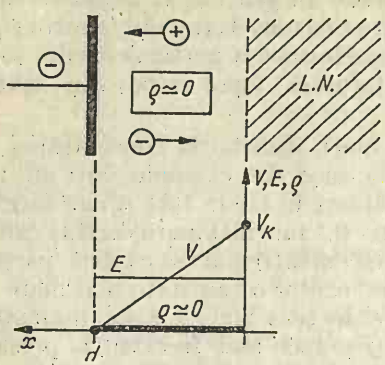


Fig. VI.32. Distribuția potențialului $V(x)$ și a cîmpului electric E în ipoteza $\rho \simeq 0$ în spațiul de cădere.

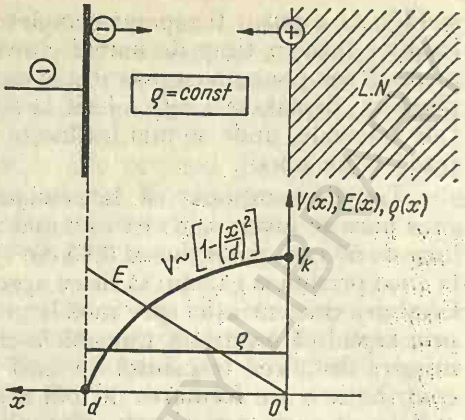


Fig. VI.33. Funcțiile $E(x)$ și $V(x)$ în ipoteza $\rho \simeq \rho_i = \text{const.}$ în spațiul întunecos catodic.

de sarcină spațială ionică în spațiul de cădere, ceea ce e greu de admis într-o descărcare luminiscentă obișnuită.

În general, deci, trebuie să considerăm $\rho \neq 0$ în spațiul întunecos și să plecăm de la ecuația Poisson pentru acest spațiu

$$\Delta^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}. \tag{VI.84}$$

O aproximație simplificatoare în acest caz este $\rho = \text{const.}$ peste tot, în spațiul întunecos. Luînd de asemenea geometria plan-paralelă, vom avea $dE(x)/dx = \rho/\varepsilon_0$ și punînd condiția $E(0) = 0$ la marginea luminii negative (plasmă), obținem

$$E(x) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} x. \tag{VI.85}$$

Această dependență liniară de x a cîmpului electric ne va da, prin integrarea ecuației $dV/dx = -(\rho x/\varepsilon_0)$, o dependență parabolică de x a potențialului

$$V(x) = V_K - \frac{\rho}{2\varepsilon_0} x^2 \tag{VI.86}$$

al cărui grafic are concavitatea în jos, cum se vede în fig. VI.33. Și aici am considerat catodul la potențialul zero, $V(d) = 0$, precum și faptul că punctul $x=0$ are potențialul V_K față de catod, adică $V(0) = V_K$, numit cădere catodică. Folosind aceste valori extreme în (VI.85) obținem o formulă de calcul pentru căderea catodică

$$V_K = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} d^2 \tag{VI.87}$$

care, uneori, nu este prea departe de valorile experimentale. Evident, folosind (VI.87), relația (VI.86) mai poate fi pusă și sub forma

$$V(x) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}(d^2 - x^2). \tag{VI.88}$$

Pe baza ipotezei $\rho = \text{const.}$, putem calcula expresia vitezei de mișcare a ionilor pozitivi $v(x)$ în spațiul întunecos și de aici, expresia densității de curent $j(x)$. Aproximația liniară a cîmpului (VI.85) decurgînd din ipoteza densității constante a sarcinii spațiale presupune o ionizare uniformă în tot spațiul $(0, x)$. Relațiile stabilite sînt deci valabile numai în măsura în care există un ionizator cu un randament de ionizare constant pe întreaga grosime a spațiului respectiv.

O altă aproximație posibilă constă în a considera că ionii pozitivi proveniți din lumina negativă se mișcă în spațiul întunecos prin „cădere liberă" ca în diodele cu vid, plecînd cu viteza $v(0) = 0$, din origine, unde $E(0) = 0$, astfel că la distanța x la care potențialul este $V(x)$, ei au energia cinetică

$$\frac{mv^2}{2} = q[V_K - V(x)] \tag{VI.89}$$

unde m și q sînt masa și sarcina electrică a ionului.

Se consideră deci că $\lambda_i > d$, încît ionul pozitiv nu suferă ciocniri cu atomii gazului în spațiul întunecos. Considerînd că electronii primari ionizează numai în lumina negativă ($\lambda_e > d$), deci că nu există ionizări („surse") în spațiul întunecos și luînd regimul staționar, curentul va fi independent de x și de timp. Prin urmare, densitatea de curent

$$j = \rho v \tag{VI.90}$$

va fi o constantă, măsurabilă experimental, pentru o descărcare dată, unde ρ și v sînt funcții de x. Folosind (VI.89) și (VI.90) ecuația Poisson se va scrie

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \equiv -\frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2q(V_K - V)}}. \tag{VI.91}$$

Înmulțind această ecuație cu dV/dx obținem

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{dV}{dx}\right)^2\right] = \frac{d}{dx}\left(\frac{2j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2q}(V_K - V)}\right). \tag{VI.92}$$

Luînd $dV/dx = 0$ pentru $x = 0$, integrarea ecuației (VI.92) ne va da

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{4j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2q}(V_K - V)}. \tag{VI.93}$$

Prin extragerea radicalului relația (VI.93) devine

$$\frac{dV}{dx} = \sqrt{\frac{4j}{\varepsilon_0}}\sqrt[4]{\frac{m}{2q}}(V_K - V)^{1/4}. \tag{VI.94}$$

După integrare, obținem

$$(V_K - V)^{3/4} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{4j}{\varepsilon_0}}\sqrt{\frac{m}{2q}}\,x \qquad \text{(VI.95)}$$

sau

$$V(x) = V_K - \left(\frac{9}{4\sqrt{2}}\,\frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{q}}\right)^{2/3} x^{4/3}. \qquad \text{(VI.96)}$$

Notînd

$$K = \left(\frac{9}{4\sqrt{2}}\,\frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{q}}\right)^{2/3} \qquad \text{(VI.97)}$$

putem scrie distribuțiile potențialului $V(x)$, cîmpului electric $E = -\mathrm{d}V/\mathrm{d}x$ și a densității de sarcină $\rho = \varepsilon_0 \mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ în felul următor

$$V(x) = V_K - Kx^{4/3} \qquad \text{(VI.98)}$$

$$|E(x)| = \frac{4}{3}\,Kx^{1/3} \qquad \text{(VI.99)}$$

$$\rho(x) = \frac{4}{9}\,K\varepsilon_0 x^{-2/3}. \qquad \text{(VI.100)}$$

În sistemul CGS (Gauss) factorul K are expresia

$$K_{CGS} = \left(\frac{9\pi}{\sqrt{2}}\,j\sqrt{\frac{m}{q}}\right)^{2/3}. \qquad \text{(VI.101)}$$

Aceste trei funcții sînt reprezentate în fig. VI.34. Rezultatul imposibil $\rho = \infty$ pentru $x = 0$ se explică prin extrapolarea condițiilor din spațiul întunecos la marginea luminii negative care este, de fapt, o zonă de graniță, (de „trecere"). Printre altele, viteza aici nu este zero, ci are o valoare finită care, mediată pe zona de graniță (v_0) ne dă o densitate finită în această zonă, $\rho = j/v_0$.

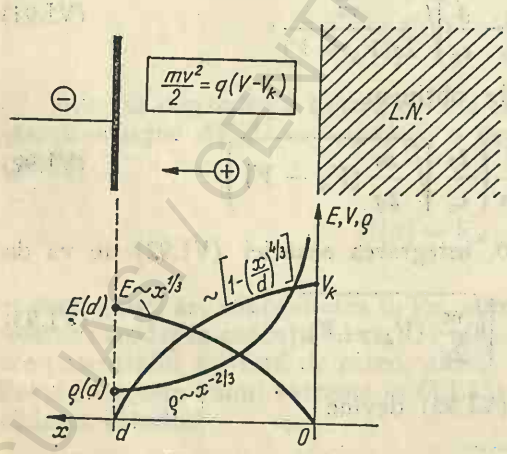


Fig. VI.34. Distribuțiile potențialului, cîmpului electric și densității de sarcină în ipoteza căderii libere a ionilor pozitivi.

Punînd $V(d) = 0$ în (VI.96) obținem o relație pentru căderea catodică

$$V_K = \left(\frac{9}{4\sqrt{2}}\,\frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{q}}\right)^{2/3} d^{4/3}. \qquad \text{(VI.102)}$$

Ținînd seama de (VI.102), distribuția potențialului (VI.98) se mai poate scrie

$$V(x) = K(d^{4/3} - x^{4/3}). \qquad \text{(VI.103)}$$

Ridicînd (VI.102) la pătrat și explicitînd pe j, obținem următoarea formulă pentru caracteristica volt-amperică a spațiului întunecos

$$j = \frac{4\sqrt{2}}{9}\varepsilon_0\sqrt{\frac{q}{m}}\frac{V^{3/2}}{d^2}, \tag{VI.104}$$

care este cunoscuta „lege 3/2" Langmuir-Child.

Formula Langmuir-Child a fost dedusă pentru dioda în vid, *în regim de sarcină spațială*, adică în condițiile în care norul electronic din vecinătatea termocatodului nu a fost distrus (tensiuni anodice nu prea mari). La cîmpuri electrice destul de mari, termoelectronii sînt antrenați spre anod în totalitate, pe măsura emisiei lor (regim de saturație), norul electronic este distrus și legea 3/2 cade. În (VI.104) sursa curentului de ioni pozitivi este lumina negativă care joacă un rol asemănător cu norul electronic ca sursă a curentului de electroni. Asemănarea fenomenelor și a ipotezelor formulate stă la baza faptului că se obține aceeași formă a caracteristlcii curent-tensiune. Amintim că în sistemul CGS (Gauss) coeficientul numeric din legea 3/2 este $(2/9\pi\sqrt{2})\sqrt{e/m}$.

În condiții obișnuite de descărcare, ionii pozitivi nu se mișcă în cădere liberă prin spațiul întunecos, ci suferă ciocniri (elastice și neelastice) cu atomii și moleculele gazului, transferînd la fiecare ciocnire o parte din energia cinetică acumulată pe drumul liber anterior. Dacă la o ciocnire transferă toată energia cîștigată pe drumul liber anterior, ionul pornește practic din repaus după o astfel de ciocnire. Ca urmare a ciocnirilor, ionii capătă o *mișcare de antrenare* spre catod a cărei *viteză de antrenare* u poate fi considerată proporțională cu intensitatea cîmpului electric

$$u = \mu E. \tag{VI.105}$$

O primă aproximație constă în a considera *mobilitatea* μ *constantă în* $(0, x)$. Presupunînd și în acest caz că în spațiul întunecos curentul este purtat, practic, numai de ionii pozitivi, ecuația Poisson pentru acest spațiu se va putea scrie sub forma

$$\frac{dE}{dx} = \frac{j}{\mu\varepsilon_0}\frac{1}{E(x)}. \tag{VI.106}$$

Integrînd (VI.106) cu condiția $E(0) = 0$, obținem

$$E(x) = \sqrt{\frac{2j}{\mu\varepsilon_0}}\,x^{1/2} \tag{VI.107}$$

și, la fel ca mai sus,

$$V(x) = V_K - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2j}{\mu\varepsilon_0}}\,x^{3/2}. \tag{VI.108}$$

Din condiția $V(d) = 0$, găsim imediat

$$V_K = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2j}{\mu\varepsilon_0}}\,d^{3/2} \tag{VI.109}$$

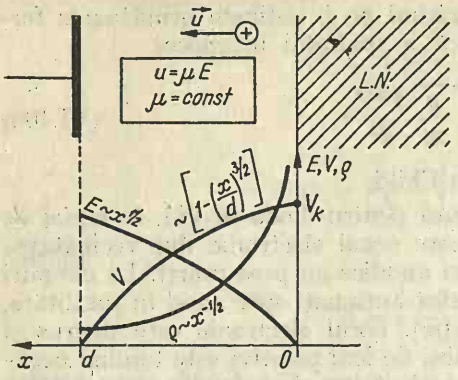


Fig. VI.35. Potențialul V, cîmpul E și densitatea de sarcină ρ în ipoteza mobilității constante ($\mu = \text{const.}$) în spațiul întunecos

astfel că distribuția potențialului (VI.108) se poate pune și sub forma

$$V(x) = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2j}{\mu\varepsilon_0}}\,(d^{3/2} - x^{3/2}). \tag{VI.110}$$

Caracteristica tensiune-curent în această ipoteză va fi

$$j = \frac{9}{8}\,\mu\varepsilon_0\,\frac{V_K^2}{d^3} \tag{VI.111}$$

iar densitatea de sarcină $\rho = j/\mu E$ va fi dată de expresia

$$\rho(x) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 j}{2\mu}}\,x^{-1/2}. \tag{VI.112}$$

În figura VI.35 este dat mersul calitativ al fiecăreia din funcțiile $V(x)$, $E(x)$ și $\rho(x)$ în ipoteza $\mu = \text{const}$.

În general, viteza de antrenare u sau mobilitatea μ sînt greu de obținut prin calcul, deoarece nu se cunosc cu exactitate tipurile de interacții ale ionului și secțiunile eficace corespunzătoare. Cel mai simplu caz îl constituie mișcarea ionilor pozitivi în gazul propriu (H^+ în H, He^+ în He, Ne^+ în Ne etc.), deoarece în acest caz cel mai probabil proces de interacție este transferul de sarcină. Cînd ionul pozitiv interacționează cu un atom neutru de același tip, are loc transferul unui electron de la atomul neutru la ionul pozitiv, fără un schimb important de energie cinetică între ei *(transfer pur* sau *rezonant)*. Ca urmare, ionul pozitiv pornit din lumina negativă nu ajunge, în general la catod; el „cedează" sarcina sa pozitivă (de fapt, primește un electron, neutralizîndu-se) unui atom, după un *drum liber de transfer*, λ, noul ion pozitiv o va ceda din nou altui atom etc., pînă la capătul spațiului întunecos. Catodul va fi atins de ionul pozitiv format pe ultimul drum liber de transfer. Deci, cînd partenerii sînt identici sarcina pozitivă se deplasează „în ștafetă" de la un atom la altul. În absența cîmpurilor electrice, deplasarea are loc cu aceeași probabilitate în orice direcție (ștafetă izotropă). În spațiul întunecos, unde domnește un puternic cîmp electric, deplasarea sarcinii pozitive se face de preferință în direcția catodului *(ștafetă anizotropă)*.

Presupunem că sînt multe ciocniri cu transfer de-a lungul spațiului întunecos, astfel că notînd cu s numărul acestor ciocniri, putem exprima viteza de antrenare u prin raportul

$$u = \frac{s\langle\lambda\rangle}{T} = \frac{\lambda_0}{\langle t\rangle} \tag{VI.113}$$

unde $\langle\lambda\rangle \equiv \lambda_0$ *este drumul mediu liber de transfer*, iar $T = s\langle t\rangle$ este timpul mediu în care s-au produs cele $s\lambda_0$ ciocniri.

Drumurile libere λ sînt împrăștiate exponențial față de λ_0 cu densitatea de probabilitate (normată la unitate)

$$W_n(\lambda) = \frac{1}{\lambda_0}\,e^{-\lambda/\lambda_0}. \tag{VI.114}$$

Timpul mediu dintre două ciocniri cu transfer va fi deci dat de

$$\langle t \rangle = \int_0^\infty \frac{1}{\lambda_0} e^{-\lambda/\lambda_0} t(\lambda)\, d\lambda. \tag{VI.115}$$

Fiind multe ciocniri, λ este destul de mic, încît E poate fi considerat constant pe această distanță. În consecință, slnt valabile, cu bună aproximație, relațiile $mv = eEt$, $mv^2/2 = eE\lambda$, de unde deducem

$$t(\lambda) = \sqrt{\frac{2M}{eE}}\lambda^{1/2}. \tag{VI.116}$$

M și e sînt masa și sarcina electrică a ionului pozitiv simplu. Înlocuind în (VI.115) obținem

$$\langle t \rangle = \sqrt{\frac{2M\lambda_0}{eE}} \int_0^\infty \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_0}} e^{-\lambda/\lambda_0}\, d\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right). \tag{VI.117}$$

Ținînd seama de integrala $\int_0^\infty \alpha^{3} e^{-\alpha^2}\, d\alpha = \sqrt{\pi}/4$, (VI.117) ne va da

$$\langle t \rangle = \sqrt{\frac{\pi M\lambda_0}{2\,eE}}. \tag{VI.118}$$

Introducînd (VI.118) în (VI.113) vom obține pentru viteza de antrenare

$$u = \sqrt{\frac{2eE\lambda_0}{\pi M}}. \tag{VI.119}$$

Dacă Q este secțiunea eficace de transfer, iar N concentrația gazului neutru, atunci, în baza relației (V.43) și folosind $p = NkT$, putem scrie

$$u = \sqrt{\frac{2ekT}{\pi MQ}} \left(\frac{E}{p}\right)^{1/2} \tag{VI.120}$$

sau

$$u = \sqrt{\frac{2e}{\pi M\alpha}} \left(\frac{E}{p}\right)^{1/2}. \tag{VI.121}$$

Ultima relație este mai comodă deoarece luînd e (C), M (kg), E (V/cm), p (torr) și secțiunea eficace de transfer α în $\text{cm}^{-1} \cdot \text{torr}^{-1}$, obținem u în m/s ca și din (VI.120), unde toate mărimile sînt în SI.

Avînd viteza de antrenare, putem calcula, de exemplu, intensitatea cîmpului, pornind de la ecuația Poisson în care vom lua ca și mai sus $\rho = \rho_i + \rho_e \simeq \rho_i$. Notînd $j_i = \rho_i u \simeq i$, vom avea

$$\frac{dE}{dx} = \frac{j}{\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2ekT}{\pi MQ}} \cdot \left(\frac{E}{p}\right)^{1/2}}. \tag{VI.122}$$

Integrînd de la marginea luminii negative ($x = 0$), unde $E(0) = 0$ pînă la x, vom obține

$$E(x) = \left(\frac{3j}{2\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2ekT}{\pi MQp}}} \right)^{2/3} x^{2/3}, \tag{VI.123}$$

iar din $\mathrm{d}V = -E\,\mathrm{d}x$, ajungem, prin integrare, la distribuția potențialului

$$V(x) = V_K - \frac{3}{5} \left(\frac{3j}{2\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2ekT}{\pi MQ\,p}}} \right)^{2/3} \cdot x^{5/3}. \tag{VI.124}$$

Cu condiția $V(d) = 0$, ecuația (VI.124) ne furnizează expresia căderii catodice

$$V_K = \frac{3}{5} \left(\frac{3j}{2\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2ekT}{\pi\, MQ\, p}}} \right)^{2/3} \cdot d^{5/3}. \tag{VI.125}$$

Folosind expresia căderii catodice, distribuția potențialului (VI.124) se mai poate scrie

$$V(x) = V_k \left[1 - \left(\frac{x}{d} \right)^{5/3} \right] \tag{VI.126}$$

O dată stabilită expresia cîmpului electric (VI.123), ecuația Poisson ne conduce, printr-o simplă derivare, la distribuția concentrației ionilor pozitivi în spațiul întunecos, $n = (\varepsilon_0/e) \cdot \mathrm{d}E/\mathrm{d}x$,

$$n = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon_0}{e} \left(\frac{3j}{2\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2ekT}{\pi\, MQp}}} \right)^{2/3} \cdot x^{-1/3}. \tag{VI.127}$$

Distribuțiile $V(x) \sim \left[1 - \left(\frac{x}{d} \right)^{5/3} \right]$, $E(x) \sim x^{2/3}$ și $n(x) \sim \frac{1}{x^{1/3}}$ sînt bine verificate de experiență pentru gazele nobile, vapori de mercur, hidrogen atomic și în general, pentru atomii hidrogenoizi. Reprezentarea lor este dată în fig. VI.28, unde mai sînt adăugate și funcțiile $\rho_e = en_e \simeq 0$, $j_e \simeq 0$, $j_i \simeq \simeq j = \text{const.}$, care fac parte din ipotezele considerate valabile în spațiul întunecos. Și aici se impune observația că rezultatul $\rho = \infty$ pentru $x = 0$ nu este real, deoarece ipotezele făcure, atît pentru ρ cît și pentru celelalte mărimi sînt valabile în majoritatea spațiului întunecos, mai puțin în zonele de graniță (cum ar fi cele de „contact" al spațiului întunecos cu lumina negativă, cu catodul sau cu gazul neutru dintre perete și spațiul întunecos).

Expresia vitezei de antrenare (VI.120) în funcție de „cîmpul redus" (E/p), de forma $u \sim (E/p)^{1/2}$, arată că mobilitatea ionică $\mu = u/E$ nu este o constantă, independentă de E, ceea ce este mai aproape de adevăr, mai ales în cîmpurile intense din descărcările luminiscente anormale, unde $E/p > 100$ V/cm torr. În cîmpuri reduse mai mici decît 10 V/cm · torr experiența dă $u \sim E/p$, adică

μp = const. (legea Langevin) pentru un gaz dat, independent de valorile lui E/p. Calculul teoretic bazat tot pe ipoteza transferului pur ca proces predominant în cinetica ionilor pozitivi în gazul propriu ajunge la această expresie punînd condiția ca viteza de antrenare u să fie neglijabilă față de viteza medie $\langle v \rangle$ de agitație termică, $u \ll \langle v \rangle$.

Este de remarcat faptul că în toate relațiile deduse pe baza ipotezei mobilității guvernată de transfer, apare presiunea gazului p (sau concentrația lui, prin $p = NkT$) ca un important parametru macroscopic. În legătură cu acest fapt, și caracteristica tensiune-curent dată de (VI.125) este de obicei pusă sub o formă mai convenabilă. Astfel, pornind de la faptul că experiența pune în evidență o caracteristică parabolică în reprezentarea curent-presiune (j, p) de forma $j = \text{const.}\, p^2$ sau

$$\frac{j}{p^2} = \text{const.}, \tag{VI.128}$$

pentru o cădere catodică V_K dată (caracteristica lui Güntherschulze), vom explicita din (VI.125) parametrul j/p^2. Ridicăm relația la puterea 3/2 și apoi înmulțim cu p^2 numărătorul și numitorul din dreapta semnului egal. Detașînd totodată p de radical, vom obține

$$V_K^{3/2} = \left(\frac{3}{5}\right)^{3/2} \frac{3}{2\varepsilon_0 \sqrt{\dfrac{2ekT}{\pi MQ}}} \frac{j}{p^2} (pd)^{5/2} \tag{VI.129}$$

care în final ne va da

$$\frac{j}{p^2} = \left(\frac{10}{9}\right)^{3/2} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{3ekT}{\pi MQ}} \frac{V_K^{3/2}}{(pd)^{5/2}}. \tag{VI.130}$$

Experiența mai arată că în descărcările luminiscente anormale grosimea spațiului întunecos se reglează de la sine, în funcție de presiune, astfel încît pentru o cădere catodică V_K dată, produsul pd nu depinde de presiune. Urmează că membrul doi al relației (VI.130) nu depinde de presiune pentru o valoare dată V_K; ea este deci o expresie teoretică a caracteristicii Güntherschulze, valabilă pentru descărcări în gaze monoatomice, în ipotezele făcute mai sus. Mărimile V_K, pd, j/p^2 se mai numesc parametri de similitudine ai descărcării și de aceea relația (VI.130) poate fi numită *relația parametrilor de similitudine* pentru descărcarea luminiescentă anormală.

În figura VI.36 sînt reprezentate calitativ caracteristici (j,p) pentru diferite căderi catodice V_K În reprezentarea (j,p^2) se obține pentru fiecare V_K o dreaptă, a cărei pantă este egală cu membrul doi al ecuației (VI.130). Cunoscîndu-se tipul ionului (M și e) și măsurîndu-se, p, j, V_K, d și panta dreptei, se poate calcula secțiunea eficace de transfer Q.

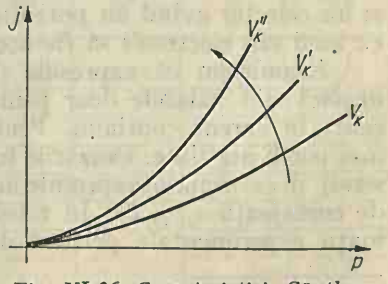


Fig. VI.36. Caracteristici Güntherschulze (j,p). Curbele satisfac legea $\left(\frac{j}{p^2}\right)_{V_K} = \text{const.}$

În tabelul VI.4 sînt date valori E măsurate la jumătatea spațiului întunecos ($x = d/2$) pentru cîteva densități de curent j, în heliu, precum și valori ale vitezei de antrenare a ionilor pozitivi $\langle u_i \rangle$ mediată pe tot spațiul întunecos ($\langle u_i \rangle$ reprezintă 3/4 din viteza la catod). Se dau și valorile calculate cu (VI.123)

Tabelul VI.4

Cîteva valori j, $E(d/2)$ măsurate și $\langle u_i \rangle = (3/4)u_K$, $\sqrt{Q}$ calculate pentru heliu la $p = 1$ torr, $\sqrt{Q_T}$ este dată de teoria ciocnirilor.

j (A/cm²)	$x \simeq d/2$ (cm)	E (V/cm)	$\langle u_i \rangle$ (cm/s)	$\sqrt{Q}$ $(\text{cm} \cdot \text{torr})^{-1/2}$	$\sqrt{Q_T}$ $(\text{cm} \cdot \text{torr})^{-1/2}$
$63{,}70 \cdot 10^{-6}$	0,44	500	$9{,}5 \cdot 10^5$	9,2	9,1
$31{,}90 \cdot 10^{-6}$	0,60	400	$8{,}1 \cdot 10^5$	9,6	9,3
$12{,}70 \cdot 10^{-6}$	0,70	260	$5{,}8 \cdot 10^5$	10,8	9,7
$6{,}37 \cdot 10^{-6}$	1,00	200	$5{,}4 \cdot 10^5$	10,2	0,8
$3{,}19 \cdot 10^{-6}$	1,05	125	$4{,}6 \cdot 10^5$	9,6	10,0
$1{,}27 \cdot 10^{-6}$	1,15	75	$3{,}3 \cdot 10^5$	10,2	10,4

ale secțiunii eficace de transfer Q, iar în ultima coloană, valorile Q_T calculate cu expresia teoretică $\sqrt{Q_T} = A - B \log u_i$, unde A și B sînt

$$A = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-14}}{\alpha \sqrt{eV_i}} \ln (3{,}9 \cdot e^{31} \alpha \cdot \sqrt{eV_i}); \quad B \frac{7{,}1 \cdot 10^{-14}}{\alpha \sqrt{eV_i}} \qquad \text{(VI.131)}$$

$$\alpha = \frac{3}{\sqrt{8}} \frac{mc^2}{137^2 eV_i} \frac{a_0}{a}.$$

eV_i este energia de primă ionizare a atomului de masă m, a raza medie a atomului neutru respectiv, a_0 raza primei orbite Bohr. Pentru gaze nobile $\alpha \simeq 0{,}7$

În încheiere menționăm că relațiile stabilite în acest paragraf sînt valabile pentru orice dispozitiv cu un emițător de ioni pozitivi sau de electroni și un colector avînd un potențial negativ sau pozitiv față de emițător, astfel ca ionii sau electronii să fie accelerați în spațiul emiter-colector.

Reamintim că expresiile (VI.120), (VI.109), (VI.130) și altele care le implică sînt valabile doar pentru regimul anormal al descărcărilor luminiscente în curent continuu. Pentru descărcările normale, la care $d > \lambda_e$, nu mai pot fi neglijate, ionizările în spațiul întunecos catodic (avalanșele Townsend) și ca urmare expresiile matematice sînt mai complicate; ele depind și de coeficienții α, γ, δ*. În tabelele VI.5, VI.6 și VI.7 sînt date cîteva informații experimentale privind descărcările luminiscente normale.

* δ este gradul de acțiune a plasmei luminii negative, reprezentînd cîți ioni din lumina negativă, pătrund în spațiul întunecos catodic pentru fiecare electron ce zboară din spațiul întunecos în lumina negativă. El se poate exprima prin raportul curentului ionic și electronic la marginea luminii negative ($x = 0$): $\delta = j_i(0)/j_e(0)$.

Tabelul VI.5

Căderi catodice normale (în volți),

Catod	Aer	H_2	N_2	O_2	He	Ne	A	Hg
Al	229	170	180	311	140	120	100	245
Ag	280	216	233		162	150	130	318
Au	285	247	233		165	158	130	
Ba			157		86		93	
Bi	272	240	210		137		136	
C		240						475
Ca			157		86	86	93	
Cd	266	200	213		167	160	119	
Cu	370	214	208		177	220	130	447
Fe	269	250	215	290	150	150	165	298
Hg			226		142			340
K	180	94	170		59	68	64	
Mo						115		353
Mg	224	153	188	310	125	94	119	
Na	200	185	178		80	75		
Ni	226	211	197		158	140	131	275
Pb	207	223	210		177	172	124	
Pt	277	276	216	364	165	152	131	340
Sb	269	252	225				136	
Sn	266	226	216				124	
Sr			157		86		93	
W						125		305
Zn	277	184	216	354	143		119	

Tabelul VI.6

Parametrul $(pd)_n$, în torr · cm, pentru căderi catodice normale, la temperatura camerei.

Catod	Aer	H_2	N_2	O_2	He	Ne	A	Hg
Al	0,25	0,72	0,31	0,24	1,32	0,64	0,29	0,33
C		0,90						0,69
Cd		0,87						
Cu	0,23	0,80						0,60
Fe	0,52	0,90	0,42	0,31	1,30	0,72	0,33	0,34
Mg		0,61	0,35	0,25	1,45			
Hg		0,90						
Ni		0,90						0,40
Pb		0,84						
Pt		1,00						
Zn		0,80						

BUCHAREST CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Parametrul $(j/p^2)_n$ în $\mu A/(\text{cm} \cdot \text{torr})^2$ pentru descărcări luminiscente normale la temperatura camerei.

Catod	Acr	H_2	N_2	O_2	He	Ne	A	Hg
Al,	330	90						4
Au	570	110						
Cu	240	64						15
Fe,Ni		72	400		2,2	6	160	8
Mg					3	5	20	
Pt		90	380	550	5	18	150	

VI.12. DESCĂRCAREA CU CATOD DUBLU (CAVITAR)

Dacă într-un tub de descărcare se montează doi catozi plani identici, deplasabili K_1, K_2 și un anod A, ca în fig. VI.37, caracteristica $j = f(p)$ pentru o cădere catodică dată va fi o parabolă cînd descărcarea arde între anodul A și unul dintre catozii K_1 sau K_2. În fig. VI.38 este reprezentată această curbă ($j_0/p^2 = \text{const.}$).

Dacă însă ambele întrerupătoare C_1 și C_2 sînt închise, descărcarea arzînd între A și catodul dublu K_1K_2, mersul caracteristicii este practic identic cu cel al curbei j_0 numai atîta timp cît catozii sînt destul de mult separați, încît în tub se formează două descărcări independente K_1—A și K_2—A. La o anumită distanță între catozi, cele două lumini negative L_1 și L_2 se suprapun, formînd o lumină negativă comună LN. Din acest moment j nu mai scade cu p după o curbă paralelă cu j_0, ci începe să crească cu micșorarea presiunii p. Același fenomen se observă dacă, după ce am adus în contact cele două lumini negative, menținem presiunea constantă și modificăm distanța

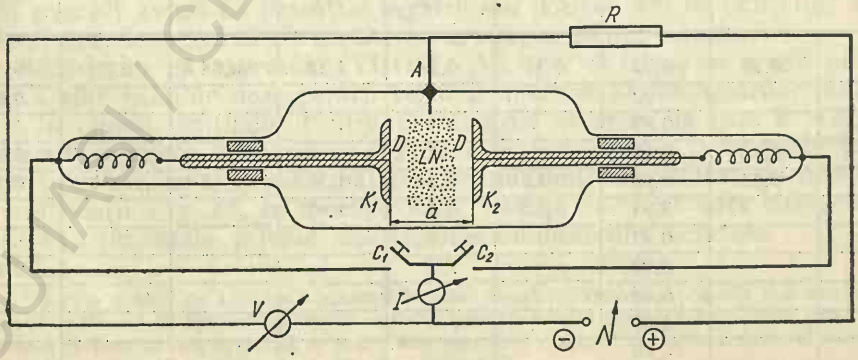


Fig. VI.37. Schema montajului pentru descărcarea cu catod dublu.

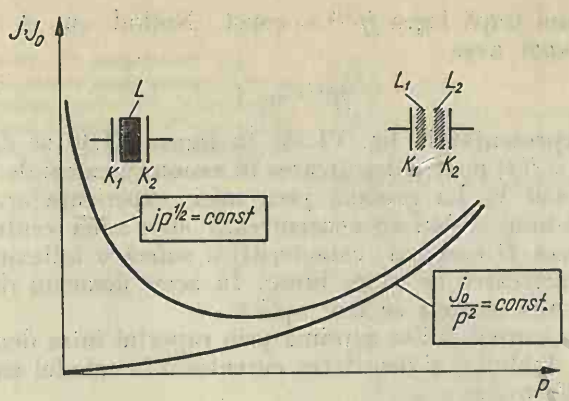


Fig. VI.38. Caracteristici curent-presiune la catodul simplu (j_0) și la catodul dublu (j).

intercatodică, a: cu micșcarorarea intervalului a, curentul j crește. Această creștere a intensității curentului cu scăderea presiunii p sau a distanței intercatodice a (sau a produsului ap)se numește *efectul catodului dublu*. Acest efect are loc, în general, la presiuni mici (sub aproximativ 1torr), la care descărcarea obișnuită, cu catod simplu, arde la curenți foarte slabi. De aceea descărcarea cu catod dublu este o sursă spectrală foarte convenabilă, caracterizată prin linii fine și intense. Finețea liniilor spectrale, datorată presiunii reduse, a recomandat-o de la început ca sursă pentru spectroscopia de înaltă putere de rezoluție, în care sînt implicate și nivelele nucleare.

Experimental se mai constată și faptul că, după formarea luminii negative comune L, grosimea spațiului întunecos catodic, D rămîne practic constant cînd presiunea variază (fig. VI.39). Prin urmare, parametrul pD nu mai este invariant în cazul efectului catodului dublu.

Creșterea curentului cu scăderea presiunii în domeniul de presiuni corespunzător efectului, poate fi explicată, în general, în cadrul teoriei mecanismului descărcării luminiscente anormale descrisă mai sus.

Ținînd seama că produsul pD nu este constant, pentru o cădere catodică dată, relația (6.130) scrisă pentru unul din catozi poate fi pusă sub forma

$$jp^{1/2} = \left(\frac{10}{9}\right)^{3/2} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{3ekT}{\pi MQ}} \frac{V_k^{3/2}}{D^{5/2}} \qquad \text{(VI.132)}$$

unde partea dreaptă este o constantă față de presiune. Această relație arată că în domeniul efectului, curentul descărcării cu catod dublu crește cu

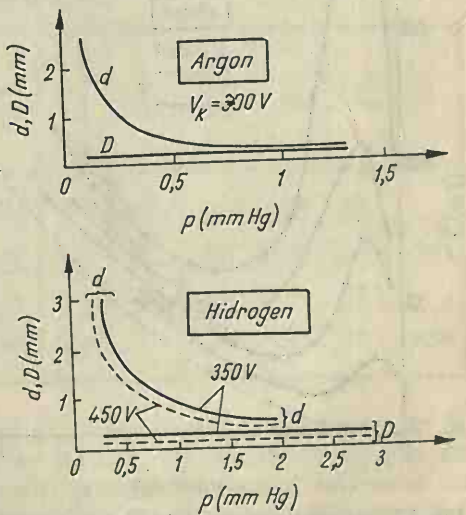


Fig. VI.39. Variația grosimii spațiului întunecos cu presiunea în descărcarea simplă (d) și în cazul efectului catodului dublu (D).

scăderea presiunii după legea $jp^{1/2} = \text{const}$. Notînd cu A constanta din membrul doi, vom avea

$$jp^{1/2} = A \tag{VI.133}$$

așa cum este reprezentat în fig. VI.38. În figura VI.40 se dă un exemplu de variație $j_0(p)$ și $j(p)$ pentru descărcarea în xenon cu catozi de fier la o cădere catodică $V_K = 450$ V. La presiuni prea mici, experiența arată că lumina negativă a catodului dublu se concentrează spre zona centrală, grosimea spațiului întunecos D crescînd; caracteristica suferă o inflexiune, atinge un maxim, apoi descărcarea se stinge brusc. În acest domeniu de trecere relațiile simple de mai sus nu se mai aplică.

Amplificarea curentului se exprimă prin raportul între densitatea curentului la catodul dublu (j) și densitatea curentului la catodul simplu j_0, numit *factor de amplificare* q

$$q = \frac{j}{j_0}. \tag{VI.134}$$

Luînd în considerație faptul că la descărcarea simplă pd nu depinde de presiune, factorul de amplificare capătă expresia

$$q = \sqrt{\frac{Q_d}{Q_D}} \frac{(pd)^{5/2}}{D^{5/2}} \cdot p^{-5/2} \tag{VI.135}$$

unde Q_d și Q_D sînt secțiunile eficace ale transferului rezonant de sarcină în cîmpurile din spațiul întunecos catodic d și, respectiv, D. Raportul lor nu diferă prea mult de unitate. Notînd coeficientul lui $p^{-5/2}$ cu B, putem scrie

$$qp^{5/2} = B. \tag{VI.136}$$

Logaritmînd (VI.136)

$$\log q = \log B - \frac{5}{2} \log p \tag{VI.137}$$

se poate spune că funcția $q(p)$ în reprezentarea grafică dublu logaritmică conduce la o dreaptă cu panta $\varphi = -2{,}5$ indiferent de natura gazului, în intervalul de presiuni în care efectul catodului dublu este optim. În figura VI.41 se dau cîteva curbe experimentale precum și dreapta teoretică AA' cu panta $-2{,}5$.

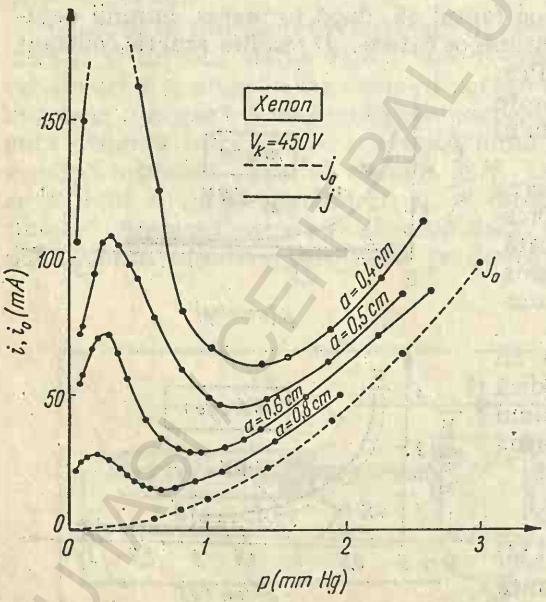


Fig. VI.40. Variația curentului cu presiunea pentru o cădere catodică dată (450 V) la catodul simplu (j_0) și dublu (j) în xenon (catozi de fier).

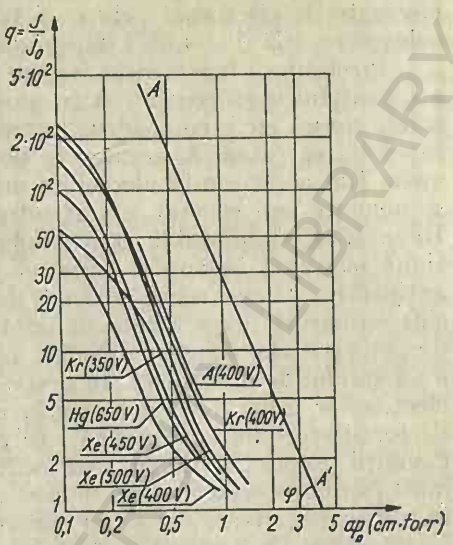


Fig. VI.41. Factorul de amplificare $q(p)$ în reprezentare dublu logaritmică pentru cîteva gaze și căderi catodice (notate iin paranteze). Este dată și dreapta teoretică AA' cu panta $\varphi = 2{,}5$. În abscisă s-a luat produsul dintre distanța între catozi a (cm) și presiunea p redusă a 0°C (în torr).

În tabelul VI.8 se dau, spre exemplu, cîteva date comparative între descărcarea cu catod simplu și cu catod dublu în heliu (catozi de fier). Mărimile V_K, j/p^2, pd au fost măsurate. Celelalte mărimi au fost calculate în cadrul teoriei căderii catodice. Acestea sînt: secțiunea eficace de transfer Q, viteza

Tabelul VI.8

Comparație între descărcările cu catod simplu și cu catod dublu (distanța între catozi $a = 1{,}08$ cm) în heliu (catozi din fier).

q	V_K (V)	p (torr)	j_0, j (A/cm²)	d, D (cm)	Q_D, Q_d (cm^{-1} · torr^{-1})	U_K (10^6 cm/s)	n_K (10^9 ioni/cm³)	N_t	$\langle E \rangle$ (eV)	N_1	N_2	δ
1	330	1,72	$5 \cdot 10^{-4}$	0,292	99	1,29	2,42	50	233	0,60	12	
35	330	1,72	$177 \cdot 10^{-4}$	0,078	57	3,30	33,50	7,6	300	0,14	11	0,1
1	400	0,93	$1 \cdot 10^{-4}$	0,730	81	1,35	0,46	55	262	0,83	15,5	
245	400	0,93	$245 \cdot 10^{-4}$	0,088	53	4,80	31,94	4,3	380	0,08	13	0,08

de antrenare a ionilor pozitivi la catod U_K, concentrația ionilor pozitivi la catod n_K, numărul ciocnirilor cu transfer ale unui ion pozitiv în spațiul de cădere $N_t = Qpd$, numărul N_1 de ionizări produse în spațiul întunecos de către un electron emis de catod și de secundarii săi din acest spațiu, energia medie $\langle E \rangle$ cu care electronul primar plus secundarii săi intră în lumina negativă. Luînd un consum mediu de 31 eV pentru o ionizare în heliu prin ciocnire electronică, în tabel este dat și numărul $N_2 \simeq (1 + N_1)(\langle E \rangle / 31)$ de ionizări

efectuate de electronul primar și filiația sa în lumina negativă. În ultima coloană se află $\delta = j_i(0)/j_e(0)$, gradul de acțiune a plasmei luminii negative.

Precizăm că fenomenele descrise mai sus, legate de amplificarea puternică a curentului spre presiuni mici, au loc pentru orice catod concav (cilindru, calotă sferică etc.), cu condiția ca lumina negativă să se formeze, în întregime, în cavitatea catodică, ceea ce se poate face modificînd corespunzător presiunea. Din acest motiv efectul de amplificare a curentului în aceste condiții se numește mai general, *efectul catodului concav* sau *efectul catodului cavitar*. În cazul catodului dublu, mai simplu de analizat, are loc o suprapunere a acțiunii ionizante în lumina negativă comună din partea celor două fascicule antiparalele de electroni primari. O dată injectați în lumina negativă, electronii sînt reținuți în această zonă datorită „reflexiilor" repetate pe barierele înalte de potențial ale căderilor catodice, ceea ce duce la creșterea ionizării și, deci, a curentului de descărcare. În general, catodul cavitar produce o focalizare a electronilor primari, ceea ce conduce la o creștere mare a ionizării în zona de focalizare (lumina negativă). În plus, geometria catodului concav conferă cavității proprietăți de capcană pentru purtătorii de sarcină ceea ce reduce mult pierderea acestora prin difuzia ambipolară spre pereți. Creșterea ionizării în lumina negativă a catodului concav (dublu) face ca pentru întreținerea aceluiași curent de descărcare să fie necesară o cădere catodică mult mai mică decît în descărcarea simplă, sau la aceeași cădere catodică intensitatea curentului să fie mult mai mare (cu cîteva ordine de mărime) decît în cazul descărcării simple.

VI.13. TUNUL ELECTRONIC CU PLASMĂ

Așezînd o țintă în lumina negativă a unei descărcări luminiscente de joasă presiune, ea va fi bombardată și de un număr de electroni catodici a căror energie, cîștigată în spațiul întunecos, nu s-a disipat încă (sau s-a disipat foarte puțin) prin ciocniri neelastice cu atomii gazului din lumina negativă. Acești electroni vor transfera energia mișcării lor dirijate țintei, încălzind-o. Fracțiunea de electroni rapizi incidenți pe țintă crește cu apropierea țintei de marginea catodică a luminii negative. Pornind de la faptul că electronii catodici urmează traiectorii normale la suprafața catodului, geometria catodului cavitar oferă posibilitatea de focalizare și dirijare a acestor electroni, după dorință. Astfel, catodul concav cu suprafața sferică focalizează electronii într-un punct. Dar se pot obține ușor focalizări pe o dreaptă, pe un cerc, pe o curbă oarecare sau pe o anumită suprafață. Pe acest principiu se construiesc tunurile electronice cu plasmă. În figura VI.42 este reprezentată schema unui tun electronic cu catod cavitar, sferic. Anodul este o piesă coaxială cu

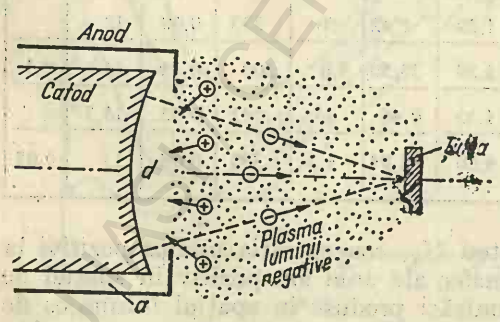


Fig. VI.42. Tun electronic cu plasmă. Intervalul *a* dintre părțile neefective catod-anod este mai mic decît grosimea *d* a spațiului întunecos catodic [J. H. Holliday, G. G. Isaacs, Journ. of. Sci. and Technology, *38*, 1, 1971].

catodul, intervalul catod-anod fiind mai mic decît grosimea spațiului de cădere în regiunile unde nu trebuie să se aprindă descărcarea. Prin orificiul anodic trec atît ionii pozitivi din plasma luminii negative, care vor scoate electronii primari din catod, cît și fasciculul de electroni primari focalizați pe țintă. Atît ionii cît și electronii sînt accelerați în același spațiu întunecos de către cîmpurile corespunzătoare căderii catodice. Tensiunile de accelerare uzuale în aceste tunuri sînt de ordinul 10^3—10^4 V, iar presiunile gazului de lucru de ordinul 10^{-2} torr.

Randamentul energetic al acestor surse de electroni, adică raportul între puterea fasciculului electronic și puterea descărcării depinde de energia și natura ionilor ce bombardează catodul precum și de materialul catodului. În general, acest randament crește cu valoarea coeficientului de emisie electronică secundară, din catod, care la rîndul ei crește cu creșterea energiei ionilor incidenți. Randamentul global, adică raportul dintre puterea fasciculului electronic și puterea absorbită de la rețeaua electrică include și pierderi în transformatoare, stabilizatoare etc. și este peste 70%.

Deși primele experiențe de laborator privind încălzirea metalelor în fluxuri de electroni au fost efectuate încă în 1879 de William Crookes care folosea un catod concav de formă sferică, tunurile electronice s-au dezvoltat, mai ales începînd din anii 1920 sub forma dispozitivelor cu catozi incandescenți și presiuni foarte joase, sub 10^{-5}—10^{-6} torr. Dar prin anii 1960—1970 are loc o revenire la ideile mai vechi, a surselor de electroni cu plasmă în dispozitive de descărcări electrice cu catod rece. În figura VI.43 sînt reprezentate, schematic, atît dispozitivul lui Crookes din 1879, (a), cît și un altul folosit în 1966, (b), la care lumina negativă este, practic, sferică. În ambele dispozitive efectele termice se obțin prin frînarea electronilor catodici pe ținta așezată în centrul de curbură al catodului concav. Deoarece proba este situată în plasmă neajunsurile legate de încărcarea electrostatică negativă a ei sînt anihilate prin neutralizarea produsă de ionii pozitivi ai plasmei. Datorită acestui fapt, pot fi prelucrate nu numai metale ci și izolatori (cristale nemetalice, materiale ceramice etc.).

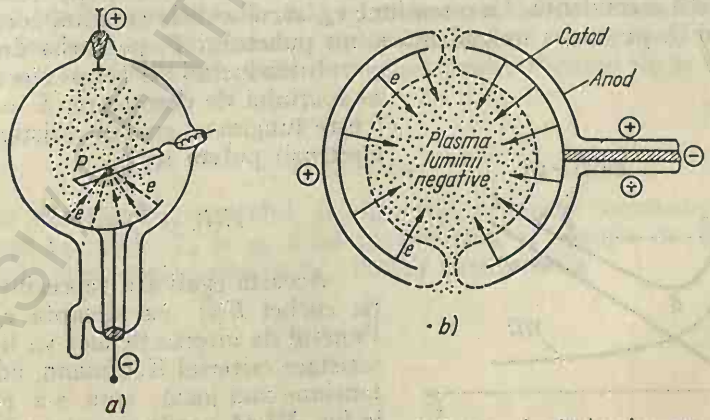


Fig. VI.43. Prezentarea schematică a două tunuri electronice cu plasmă: (a) catod concav aproape semisferic (Crookes, 1879) și (b) catod sferic [R. A. Dugdale, New Scientist, 30, pag. 592, 1966).

Sursele de electroni cu plasmă sînt mai simple, mai ieftine, mai robuste și mai eficiente decît tunurile electronice cu emisie termoelectronică. În plus, ele funcționează la presiuni mai ușor de obținut (10^{-1}—10^{-2} torr). Faptul că procesele termice (încălziri, topiri, suduri, evaporări, depuneri, creșteri de cristale etc.) se pot desfășura în atmosfera oricărui gaz de lucru constituie de asemenea un important avantaj.

VI.14. ARCUL ELECTRIC. PLASMATRONUL

Dacă intensitatea curentului de descărcare crește destul de mult, temperatura catodului poate crește atît de mult încît acesta devine incandescent, descărcarea luminiscentă anormală trecînd într-o nouă fază, cu caracteristică V—I descrescătoare (F—G în fig. VI.4.), numită descărcare în arc sau arc electric. El a fost descoperit de Petrov în 1802. H. Davy (1778—1829) l-a numit *arc voltaic*. Denumirea de „arc" provine de la forma curbă (arcuită) a coloanei de descărcare între electrozi orizontali.

Pentru stabilizarea descărcării, în conformitate cu criteriul de stabilitate ilustrat în fig. VI.27, un rol important îl are rezistența „de balast" R, care trebuie calculată în funcție de cerințele circuitului de descărcare. Ea trebuie să aibă o valoare care să satisfacă criteriul de stabilitate, și, totodată, să permită trecerea unui curent cel puțin egal cu curentul la care va arde arcul. Dacă r este rezistența internă a sursei de tensiune, cricuitul de descărcare va trebui să satisfacă egalitatea $\varepsilon = V(i) + (R + r)i$. În cazul arcului între electrozi de cărbune, în care aprinderea lui se face aducînd electrozii în contact și apoi depărtîndu-i, rezistența R va fi calculată la curentul de scurtcircuit al sursei, pentru ca aceasta să fie bine protejată $R = (\varepsilon/i) - r$. De exemplu, un arc de 20 A, alimentat de la o sursă de 250 V (debitînd cel puțin 20 A) va avea o rezistență adițională $R = 12{,}5\ \Omega$, socotind rezistența internă r neglijabilă. Reprezentînd funcțiile $V(i)$ și iR pe același grafic, în fig. VI.44, se vede ușor cum rezistența R transformă caracteristica $\varepsilon(i)$ descrescătoare într-o curbă ascendentă. La o tensiune ε_A, arcul arde la curentul corespunzător punctului Q, pe curba ascendentă și nu punctului P, pe curba descendentă.

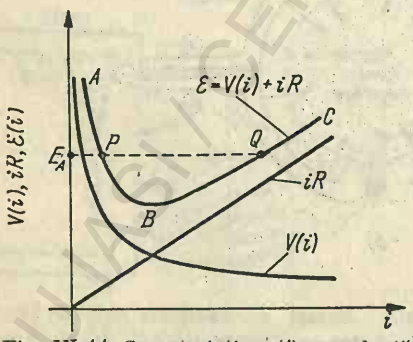


Fig. VI.44. Caracteristica $\varepsilon(i)$ ascendentă (BC) obținută cu o rezistență R în serie cu arcul electric.

Introducînd un cîmp electric mediu al spațiului de descărcare, $E = V/l$, unde l este lungimea arcului (distanța dintre electrozi) putem scrie

$$E(i) = \frac{\varepsilon_s}{l} - i\frac{R}{l}. \qquad \text{(VI.137)}$$

Această egalitate reprezintă intersecția curbei $E(i)$ cu dreapta $\varepsilon_s/l - (R/l)i$. Punctul de intersecție ales va fi acela care satisface criteriul Kaufmann, adică cel de tensiune mai joasă, cum s-a reprezentat în fig. VI.45, unde ε_s este tensiunea în sarcină la bornele sursei de putere. Pe un astfel de grafic se poate urmări ușo

influența condițiilor exterioare asupra funcționării arcului. Cum se vede dreapta intersectează axele de coodronate în $M(0, \varepsilon_s/l)$ și $N(\varepsilon_s/R, 0)$. Dacă se modifică rezistența R, modificarea punctului de funcționare Q se va afla prin rotirea dreptei în jurul lui M. Tot astfel, modificarea lungimii l a arcului corespunde rotației dreptei în jurul lui N, iar variația tensiunii sursei ε_s înseamnă deplasarea dreptei în direcția normală pe ea.

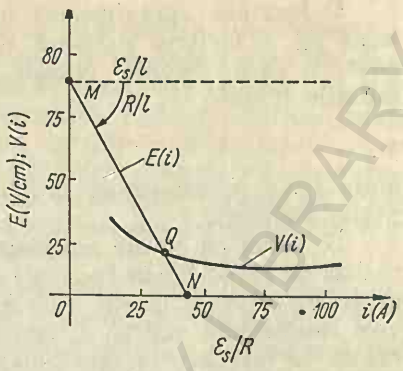


Fig. VI.45. Cîmpul electric și tensiunea pe tun în funcție de curentul de descărcare.

Nu există deosebiri de principiu între descărcarea luminiscentă și descărcarea în arc. Ele se deosebesc doar fenomenologic prin următoarele: (a) densitatea curentului de arc este mult mai mare decît densitatea curentului în descărcarea luminiscentă (zona F—G urmează celorlalte zone de descărcare), (b) căderea catodică este mai mică decît în cazul descărcărilor luminiscente, (c) temperatura catodului este, în general, mai mare, deși există și arcuri electrice cu „catod rece". Datorită existenței multor forme în care se poate realiza, nu există un grup de proprietăți necesar și suficient care să definească precis arcul electric. De obicei, el este definit ca o descărcare de mare intensitate de curent, căderea catodică mică și caracteristică voltamperică descrescătoare. De asemenea, emisia electronică din catod este produsă prin alte mecanisme decît în descăcarea luminiscentă. După criteriul emisiei electronice din catod, arcul electric se poate clasifica astfel.

A. **Arcul cu emisie termoelectronică** în care descărcarea încălzește catodul pînă la temperaturi suficieint de mari pentru a se întreține o puternică emisie termoelectronică, însă destul de mici pentru ca evaporarea materialului catodului să nu fie însemnată. El se realizează, în general, între electrozi de carbon sau din metal cu punct de topire ridicat (W, Mg, Ca etc.). Studiul caracteristicii curent-tensiune poate fi făcut la fel ca în cazul descărcării luminiscente, introducînd în locul randamentului emisiei secundare γ un randament γ' mai mare, care să includă și emisia termoelectronică. Pornind de la ecuațiile

$$j = j_e + j_p \tag{VI.138}$$

$$j_e = j_s + \gamma j_p \tag{VI.139}$$

unde j_s este densitatea curentului de saturație a emisiei termoelectronice, $j_s = AT_c^2 \exp(-\varphi_c/kT_c)$, T_c și φ_c fiind temperatura și energia de extracție ale catodului, vom obține pentru γ', definit prin relația

$$\gamma' = \frac{j_e}{j_p} \tag{VI.140}$$

expresia

$$\gamma' = \gamma + \frac{1+\gamma}{j/j_s - 1}. \tag{VI.141}$$

O legătură aproximativă între temperatura catodului T_c (care determină j_s) și căderea catodică V_c, corelată cu densitatea totală de curent j, poate fi găsită egalînd energia degajată la catod cu energia pierdută prin radiație termică

$$jV_c = \varepsilon\sigma T_c^4 \qquad \text{(VI.142)}$$

unde ε este emisivitatea catodului (puterea de emisie) iar σ constanta lui Stefan-Boltzmann.

B. **Arcul cu emisie autoelectronică** (de cîmp). Acest tip de arc se poate realiza cu catod lichid (mercur) sau, în general, cu catod metalic cu punctul de topire scăzut (Cu, Ag, Au). El apare ori de cîte ori temperatura catodului este insuficientă pentru o emisie termoelectronică importantă, dar se formează în fața sa o sarcină spațială destul de mare pentru a da naștere la cîmpuri intense, capabile să susțină o emisie autoelectronică. El se poate realiza și prin răcirea puternică a electrozilor sau prin deplasarea relativă a lor. Deși temperatura catodului este relativ mică, densitățile de curent sînt mai mari (uneori cu ordine de mărime) decît la catodul de emisie termoelectronică. Astfel, la catodul cu mercur (lichid) s-au găsit densități de curent de ordinul $10^3 - 10^6$ A/cm^2. Trebuie spus că uneori temperatura petei catodice poate fi aproape de temperatura de fierbere; materialul se evaporă și în atmosfera arcului se află o mare concentrație a vaporilor metalici ai catodului. Exemple tipice sînt: catodul de mercur (temperatura petei catodice aproximativ 600 K, iar temperatura de fierbere 630 K) și catodul de cupru (temperatura petei catodice 2200 K, iar temperatura de fierbere 2573 K). În unele cazuri, pe lîngă evaporarea metalului, poate exista și o emisie termoelectronică mare, astfel că mecanismul arcului poate fi atribuit atît emisiei de cîmp cît și emisiei termoelectronice. Astfel de fenomene se petrec în cazurile în care catodul este dintr-un material ușor evaporabil dar care permite și o intensă emisie termoelectronică (Al, Fe, Ni, Pt etc.) De altfel, în principiu, pentru $T > 0$ K, nu se poate face o delimitare netă între emisia termoelectrică și emisia de cîmp. Se poate vorbi doar de preponderența uneia sau alteia la o temperatură dată și un material catodic dat. Dat fiind însă faptul că acestui tip de arc îi aparțin, în general descărcările cu catozi din materiale care se topesc la temperaturi joase și anume, mai mici decît temperatura la care ar putea exista o emisie termoelectronică considerabilă, el se mai numește și *arc cu catod rece*, dominat de emisia de cîmp *sau emisia rece*.

C. **Arcul de joasă tensiune.** În această categorie intră arcurile cu *catod încălzit din exterior*. Astfel, dacă încălzim cu un curent electric auxilar (curent de încălzire) un catod din W, WTh, MoTh sau activat cu oxizi, pînă la o temperatură suficient de mare pentru a se stabili o puternică emisie termoelectronică, se va forma în spațiul catod-anod o descărcare avînd toate proprietățile arcului electric. Desigur, nu este o descărcare autonomă, ci o descărcare întreținută (de curentul de încălzire), regimul de arc fiind determinat de curentul intens termoelectronic, care are același ordin de mărime ca și curentul descărcării.

Se știe că în cazul în care emisia electronică din catod nu este prea intensă, anume, insuficientă pentru întreținerea descărcării, atunci căderea catodică ce se stabilește automat în fața catodului trebuie să fie mai mare decît potențialul de ionizare a gazului; în acest fel, electronii vor căpăta

suficientă energie pentru ca, prin ionizări să furnizeze plasmei purtătorii de sarcină necesari întreținerii ei. Dacă fluxul de electroni emiși de catod (în cazul nostru, termoelectroni) este destul de mare încît ei pot întreține aproape singuri descărcarea, nu mai este necesară o cădere catodică mare. Din acest motiv, arcul cu catod încălzit din exterior poartă numele de *arc de joasă tensiune*. Dat fiind faptul că arcul de joasă tensiune este întreținut atît de emisia termoelectronică ajutătoare, cît și de alte procese de volum și de suprafață, el face parte, vorbind mai precis, din categoria descărcărilor semiîntreținute.

Dacă tensiunea de ardere V a arcului este mai mică decît potențialul de ionizare V_i a gazului dar mai mare decît potențialul de excitare V_e, a lui, el se numește *arc normal*, mecanismul lui incluzînd și participarea procesului de *ionizare cumulativă*. Dacă tensiunea de ardere este mai joasă decît potențialul de excitare, el se numește *arc anormal*, explicarea mecanismului său presupunînd luarea în considerație a fluctuațiilor și oscilațiilor plasmei. În tabelul VI.9 sînt date cîteva valori experimentale pentru V în cazul arcului anormal în diferite gaze, pentru care se dau potențialele de ionizare și cel mai mic potențial de excitare.

Tabelul VI.9

Potențiale de ardere V, pentru cîteva arcuri de joasă tensiune

Gaz	V_i(V)	V_e(V)	V (V)
Hg	10,4	4,6	1,7
He	24,5	19,8	3,5
Ne	21,5	16,6	7,5
A	15,7	11,5	3
Na	5,1	2,1	0,5
K	4,3	1,6	0,5

Fluctuațiile concentrației pot duce la o distribuție de sarcină spațială între electrozi care să formeze la un moment dat o distribuție de potențial cu un maxim mai mare decît tensiunea dintre electrozi și decît V_i, ceea ce înlesnește ionizarea gazului. Tot ca urmare a apariției unei tensiuni întîmplătoare, superioară potențialului de ionizare, ionii pozitivi suplimentari vor micșora sarcina spațială negativă (electronică) de lîngă catod, ceea ce duce la o creștere a curentului descărcării. Creșterea curentului duce la o creștere a căderii de potențial în circuitul exterior arcului, ceea ce produce o micșorare a tensiunii pe arc și deci încetarea ionizării suplimentare. Reducerea ionizării determină creșterea din nou a sarcinii spațiale negative de lîngă catod și deci reducerea curentului de descărcare. Micșorîndu-se curentul, se reduce căderea de tensiune în circuitul exterior, ceea ce duce la creșterea tensiunii pe arc (tensiunea generatorului de putere care alimentează circuitul de descărcare rămîne constantă). Noua creștere a tensiunii pe arc declanșează

un nou ciclu al fenomenelor descrise și astfel, se formează oscilații, a căror amplitudine poate fi superioară potențialului de ionizare. Tensiunea din coloana a 4-a a tabelului VI.9 (arc în curent continuu) este o valoare medie (efectivă) dată de instrumentul de măsură. De exemplu, în cazul unui arc de heliu, amplitudinea acestor oscilații de tensiune s-a găsit a fi cu cîțiva volți mai mare decît 19,8 V, iar frecvența lor de ordinul $10^4 - 10^5$ Hz.

Pata catodică și craterul pozitiv. După aprinderea arcului se formează pe catod o mică arie foarte strălucitoare care servește drept bază a întregului arc, numită pată catodică. Pata catodică apare ca o contracție puternică a coloanei arcului la contactul ei cu metalul catodului, constituind zona principală de trecere a curentului la interferența plasmă-solid; densitatea curentului ce o străbate este de aceea foarte mare, ajungînd la 470 A/cm² pentru arcul cu catod de cărbune, în aer, la presiunea atmosferică. Pentru catodul de fier în aer s-au obținut 7200 A/cm², iar pentru catodul lichid de Hg s-a găsit 4000 A/cm². Experiența arată că, în general, pata catodică tinde să rămînă fixă pe catod dacă mecanismul arcului este dominat de emisia termoelectronică și este mobilă cînd emisia este de natură autoelectronică. Astfel ea rămîne fixă pe catodul de cărbune, se deplasează discontinuu pe catodul metalic solid și se mișcă continuu pe suprafața catodului lichid de Hg. Instabilitatea ei este legată de prezența impurităților de pe suprafața catodului, pata căutînd un loc mai puțin curat (unde oxizii coboară considerabil lucrul de ieșire) pentru a putea menține arcul electric. În plus, impuritățile facilitează apariția unor vîrfuri microscopice în vecinătatea cărora intensitatea cîmpului va fi destul de mare pentru a produce emisia autoelectronică. Determinarea experimentală, prin diverse metode, a temperaturii medii a petei catodice arată valorile cele mai mari la cărbune și wolfram și mai mici la Hg. În tabelul VI.10 sînt date cîteva rezultate experimentale. În unele cazuri, cînd metalul catodului se poate acoperi ușor cu un strat de oxid în timpul arderii, temperatura petei catodice poate depăși temperatura de fierbere a metalului respectiv (exemple: Zn, Mg, Al).

Tabelul VI.10

Temperatura medie a petei catodice pentru cîteva materiale catodice

Catodul	T_c(K)
Wolfram în aer	3640
Cărbune	3400
Fier în aer	2430
Nichel	2360
Cupru	1800
Hg	500

Pata catodică are un contur bine delimitat. Aceasta se explică astfel. Energia radiantă, deci și strălucirea arcului este proporțională cu puterea a patra a temperaturii, conform legii Stefan-Boltzmann, iar emisia termoelectronică, crește practic exponențial cu T, conform legii Richardson—Dushman. Ca urmare, distribuțiile radiale ale strălucirii și curentului vor prezenta o scădere mult mai abruptă decît temperatura, începînd de la centrul petei, spre periferia ei (fig. VI.46), ceea ce dă un contur net petei.

Trebuie menționat că datele experimentale privind densitatea de curent și temperatura petei catodice nu pot fi justificate numai prin emisia termoelectronică; temperatura petei este, în general, insuficientă pentru a corespunde curenților de arc observați experimental. Ca exemplu, să luăm cazul unui catod metalic, cu un potențial mediu de extracție $\varphi_c = 3{,}93$ V. Luînd

$A = 5{,}9$ A/cm²·K², formula Richardson ne va da, pentru $T = 2430$ K, densitatea curentului termoelectronic de saturație $j_s = 0{,}28$ A/cm². La această temperatură, densitatea măsurată a curentului de descărcare în zona petei catodice este, cum am văzut, mult mai mare, $j = 7200$ A/cm². Chiar la o temperatură de 4000 K, densitatea de curent calculată este abia 1056 A/cm². Urmează că în explicarea mecanismului arcului termoelectric trebuie avute în vedere și alte fenomene. Cel mai important este, desigur, procesul de ionizare a gazului prin ciocniri electronice. S-a putut constata experimental că grosimea spațiului întunecos catodic este, practic, de ordinul drumului mediu liber de coicnire al electronilor (și ionilor), iar căderea catodică, de ordinul potențialului de ionizare al gazelor sau vaporilor din zona catodică și crește cu răcirea catodului. De exemplu, pentru arcul în vapori de Hg grosimea spațiului de cădere este de ordinul 10^{-4} cm, iar căderea catodică de ordinul 10 V. Pentru arcul în vapori de Cu, între electrozi din Cu, căderea catodică este de aproximativ 20,5 V, practic egală cu al doilea potențial de ionizare al atomului de Cu. La arcul cu catod de cărbune, în aer, căderea catodică este de aproximativ 5 V, suficientă pentru a facilita ionizarea moleculelor de CN, care se formează ușor în atmosfera acestui arc (V_i pentru CN este 4,4 V). Chiar la căderi catodice mai mici decît V_i, un anumit rol în procesul de ionizare îl au electronii rapizi din coada energiilor mari a distribuției maxwelliene, iar fracțiunea acestora crește cu temperatura. Un alt proces important este emisia autoelectronică. Împărțind valoarea căderii catodice la grosimea spațiului întunecos se găsesc valori medii ale intensității cîmpului electric în zona petei catodice de ordinul $10^5 - 10^6$ V/cm, ceea ce este suficient pentru a justifica și contribuția emisiei autoelectronice la curentul electric al arcului.

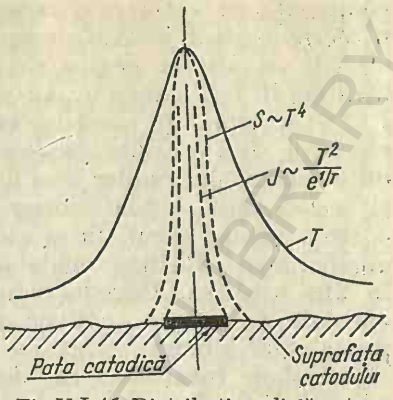


Fig.V I.46. Distribuția radială a temperaturii T, strălucirii S și densității de curent j în pata catodică.

Din cele de mai sus rezultă că fenomenele fizice care au loc în zona petei catodice sînt de importanță fundamentală pentru mecanismul de ardere a arcului electric. În general, procesele de la electrozi sînt procese de graniță, legate de transferul curentului între un conductor metalic în care numai electronii sînt purtătorii de sarcină ai curentului și un conductor gazos (plasma) în care purtătorii de sarcină sînt particule libere, de ambele semne (electroni, ioni). Dar, în timp ce la catod fenomenele sînt esențiale pentru aprinderea și întreținerea descărcării luminiscente sau a arcului, anodul are un rol pasiv, fiind doar un colector de electroni, fenomenele anodice fiind de importanță neglijabilă pentru mecanismul descărcărilor.

În vecinătatea anodului, omogenitatea coloanei pozitive este alterată. Notăm cu $j_t = en_e\bar{v}_e/4$ densitatea curentului haotic din coloana pozitivă, datorat mișcării termice a electronilor și cu j densitatea curentului electronic orientat ce trece prin anod ($j = i/S$; i — intensitatea curentului de electroni, S — suprafața anodului). Dacă suprafața anodului este mică în

comparație cu secțiunea coloanei, atunci $j > j_t$ și în fața anodului se formează o *cădere anodică pozitivă* de ordinul potențialului de ionizare, deci un cîmp electric accelerator pentru electroni, pentru a se întreține o ionizare suplimentară în fața anodului. În cazul unui anod de suprafață mare, vom avea $j < j_t$; la suprafața anodului este necesar un cîmp electric întîrzietor pentru electroni, deci o *cădere anodică negativă*, de ordinul a cîțiva volți, care permite numai electronilor destul de rapizi să ajungă la anod. Chiar la unul și același anod se poate forma fie o cădere anodică pozitivă (presiuni mari, curenți anodici mici), fie o cădere anodică negativă (presiuni mici, curenți anodici mari). Răcirea anodului poate transforma o cădere anodică pozitivă în una negativă. Introducerea de ioni pozitivi în zona anodică (creați de exemplu de un arc auxiliar) poate reduce căderea anodică pozitivă sau o poate chiar schimba în cădere negativă.

Trebuie menționat că, deoarece energia electronilor ce se îndreaptă spre anod este de ordinul a cîțiva eV, ei produc și excitări ale gazului în această regiune, ceea ce face ca o dată cu dezvoltarea căderii anodice să se formeze și stratul luminos numit *lumina anodică*.

Locul ocupat de descărcarea în arc pe anod se numește *craterul pozitiv*. Denumirea provine de la faptul că anodul de cărbune al arcului în aer liber are, în general, o scobitură în locul de fixare a descărcării, cum se arată în fig. VI.47.

Arcul la presiuni joase (de ordinul torrului și mai mici), are, în general, același aspect ca și descărcarea luminiscentă; diferă doar valoarea căderii catodice (mult mai mică la arc) și densitatea curentului (mult mai mare). Dacă gazele sînt practic total evacuate din camera de ardere, arcul poate arde în vaporii substanțelor evaporate din electrozi, caz în care el se numește *arc în vid*. Astfel de descărcări au loc de exemplu în redresorii cu vapori de mercur. La *presiuni înalte* (peste 1 atm) și *foarte înalte* coloana arcului se contractă spre axă, devenind un șnur îngust de plasmă foarte fierbinte izolat de pereți printr-un strat de gaz relativ rece. Plasma arcului de înaltă presiune se apropie mai mult de plasma termică decît în cazul arcului de joasă presiune.

În tabelul VI.11 se dau cîteva valori aproximative obținute experimental, ale căderii catodice U_c și căderii anodice U_a pentru arcuri scurte în vapori metalici la presiunea 1 atm.

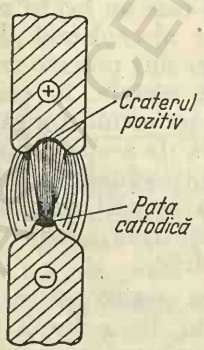


Fig. VI.47. Craterul pozitiv și pata catodică la arcul cu electrozi de cărbune în aer liber.

Tabelul VI.11

Căderi catodice U_c și anodice U_a pentru arcul scurt în vapori metalici la presiunea atmosferică.

Vapori metalici	Intensitatea curentului i (A)	U_c (V)	U_a (V)
Hg	5–20	5,48	3,72
Zn	10–30	5,25	5,25
Cd	10–20	5,02	5,02
Mg	10–30	4,90	7,61

Convertizorul termoionic cu plasmă. O aplicație importantă a fenomenelor ce au loc în arcul de joasă tensiune este conversia directă a energiei termice în energie electrică. Am văzut că arcul de joasă tensiune, în regim anormal are o tensiune de ardere catod-anod pozitivă, care accelerează electronii emiși de termocatod. Dacă însă suprafața catodului are un lucru de ieșire mult mai mic, arcul poate arde chiar cu o tensiune catod-anod negativă, care se formează ca urmare a diferenței de potențial de contact $\varphi_c - \varphi_a$. Astfel, un arc în Xenon la presiune joasă ($p \simeq 0{,}1$ torr), cu catod din tantal (φ_c mare) și anod acoperit cu bariu (φ_a mic), arde la un curent de 0,5 A și tensiune catod-anod negativă de 0,8 V. Acest regim poate fi obținut și în vapori de cesiu cu catod din *W*, Mo sau T_a și anod activat (de exemplu Ag acoperit cu oxid de Cs). În astfel de descărcări, plasma luminoasă dintre electrozi are o formă globulară, sferică, motiv pentru care acest mod de funcționare a arcului se mai numește și *modul sferei de foc.* În acest regim, căldura cedată catodului excită termic o parte din electroni pînă la o energie suficient de înaltă, pentru ca ei să învingă atît lucrul de ieșire de la suprafața catodului, cît și bariera de potențial a sarcinii spațiale negative din suprafața lui și să ajungă la colector (anod). Lucrul de ieșire al anodului fiind mic, o parte din energia potențială a electronilor colectați va contribui la deplasarea lor prin circuitul exterior, dacă anodul este legat de catod printr-o rezistență de sarcină. Se poate deci produce un lucru mecanic util pe rezistența de sarcină; se obține astfel conversia directă a energiei termice folosită la încălzirea catodului în energie electrică consumată în circuitul exterior. Arcul de joasă tensiune poate deci funcționa ca un convertizor de energie) convertizor termoionic cu plasmă) avînd la bază diferența $\varphi_c - \varphi_a$ dintre lucrurile de ieșire ale catodului, și anodului suficient de mare pentru ca tensiunea de ardere a arcului să devină negativă, electronii ajungînd la anod și în circuit exterior fără a fi necesară o tensiune de accelerare. Convertizorul termoionic acționează deci ca o mașină termică avînd gazul electronic ca fluid de lucru într-un proces ciclic: acest „fluid" primește energie (termică) la catod și o transferă circuitului exterior ca energie electrică. Pentru mărirea puterii și randamentului convertizorului termoionic cu plasmă se acționează, în principal, pe două căi: creșterea diferenței de potențial de contact între catod și anod, prin folosirea unor materiale corespunzătoare și reducerea efectelor dăunătoare ale sarcinii spațiale electronice dintre electrozi prin diverse metode ca, reducerea spațiului între placa emițătoare și cea colectoare (diode cu vid) folosirea cîmpurilor electrice și magnetice, încrucișate (triode magnetice), introducerea de ioni pozitivi (convertizori cu neutralizare ionică). Prin introducerea unui număr destul de mare de ioni pozitivi în spațiul emiter-colector, convertizorul funcționează ca arc de joasă tensiune în regimul sferei de foc. În stratul de sarcină spațială pozitivă ce se formează la suprafața catodului, ia naștere o cădere de potențial care va accelera electronii pînă la energii suficient de mari pentru a produce o ionizare intensă a gazului din volumul ocupat de plasma sferei de foc. În urma ciocnirilor, electronii sînt împrăștiați în toate direcțiile în sfera de plasmă, căpătînd o distribuție maxwelliană a energiilor, corespunzătoare unei temperaturi electronice T_e.

În general temperaturile de lucru ale catodului acestor convertizoare este de 1000—2500°C, permițînd un randament limită de aproximativ 65%.

Temperatura arcului. Temperatura electrozilor poate fi determinată prin metode pirometrice iar a plasmei prin metode spectroscopice sau prin atenuarea fie a razelor X moi (λ de ordinul nanometrilor) fie a fasciculelor de particule α sau de electroni, precum și prin unde de șoc sau tehnici schlieren.

În general, electrozii nu au aceeași temperatură. La încălzirea anodului contribuie atît energia cinetică dobîndită de electroni pe spațiul căderii anodice cît și lucrul de ieșire eliberat la intrarea electronilor în anod. La catod numărul ionilor pozitivi care îl bombardează este mult mai mic decît al electronilor la anod și de aceea încălzirea catodului prin bombardament cu ioni este mai slabă decît încălzirea anodului prin bombardament cu electroni (căderea catodică fiind de același ordin de mărime cu cea anodică). În plus, catodul se răcește prin ieșirea electronilor din masa sa, pierzînd astfel ceea ce s-ar putea numi „căldura latentă de evaporare" a fluidului electronic. Temperatura anodului este deci, în general, superioară temperaturii catodului. Din aceste motive anodul este, de regulă și partea cea mai strălucitoare a arcului; de aceea craterul pozitiv al arcului în aer cu electrozi de cărbune poate fi folosit ca izvor de lumină. Temperatura craterului pozitiv (deci și intensitatea luminoasă) depinde de presiunea gazului. Astfel, la arcul cu electrozi de cărbune în N_2 sau alte gaze, temperatura craterului este de aproximativ 4200 K la 1 atm și de aproximativ 7000 K la 20 atm.

În tabelul VI.12 sînt date cîteva rezultate experimentale orientative pentru temperatura catodului, temperatura anodului, intensitatea curentului de descărcare i și densitățile de curent la catod și anod precum și pentru căderile de potențial V_c și V_a. Aceste valori experimentale sînt obținute pentru arcuri cu diferiți electrozi și în diferite gaze la presiunea atmosferică cu excepția arcului în vapori de mercur.

Tabelul VI.12

Temperaturile anodului și catodului și alte cîteva date experimentale pentru descărcarea în arc la presiunea $p = 1$ atm, în afară de Hg.

Catod-Anod	Gaz	i (A)	T_c (K)	T_A (K)	j_c (A/cm²)	j_a (A/cm²)	V_c (V)	V_a (V)
C–C	Aer	1–10	3500	4200	470	65	9–11	11–12
C–C	N_2	4–10	3500	4000	500	70	–	–
Cu–Cu	Aer, N_2	~5	<2200	2400	10^6	10^3	8–9	2–6
Fe–Fe	Aer	~5	2400	2600	mare	–	8–12	2–6
Ni-Ni	Aer	~5	2400	2400	–	–	–	–
W–W	Aer	~5	3000	4200?	–	–	–	–
Al–Al	Aer	~5	3400	3400	–	–	–	–
Al–Al	N_2	~5	~2500	~2500	–	–	–	–
Zn–Zn	Aer	~5	3000	3000	–	–	–	–
Zn–Zn	N_2	~5	joasă	joasă	–	–	–	–
Hg–C	Hg	>2	~60	–	10^6	–	7–10	0–10

La curenți nu prea mari, temperatura gazului (deci și emisia luminoasă a lui) este, de regulă, mai mică decît a electrozilor. Însă, la curenți destul de mari, temperatura gazului poate deveni preponderentă. Astfel, la presiunea atmosferică, în aer, temperatura plasmei poate ajunge la 6000 K, temperatura anodului fiind cum am văzut, de 4200 K. În tabelul VI.13

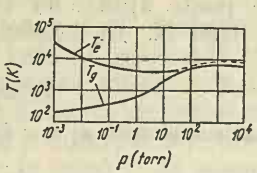
Tabelul VI.13

Temperaturi, măsurate prin diferite metode, ale gazului în coloana pozitivă a unor descărcări în arc la $p = 1$ atm.

Gaz—electrod	i (A)	Poziția	T_g (K)
Aer—C	~2	Pe axă	5900 ± 300
„ „	1—12	„ „	6200—7800
Aer—C + Al_2O_3	6—7	în flacără	2800—3800
Aer—C + Ca	180	Pe axă	~12000
H_2—W	4	„ „	4900
„ „ „	8—9	„ „	5300—6300
„ C	cîțiva	„ „	5000
N_2—Cu	2	„ „	5300 ± 300
Aer—Cu	2	„ „	4700 ± 450
„ „	14	„ „	5470 ± 10
H_2O —	500	„ „	35000
„ —	1500	„ „	50000
Aer Cu	~10	„ „	6100

sînt date temperaturile gazului de lucru, măsurate prin diferite metode (spectroscopice, radiații X, particule α etc.), în coloana pozitivă a arcului la $p = 1$ atm, pentru cîteva condiții de lucru gaz-electrod. În general, la presiuni joase condițiile termice din plasma arcului nu se deosebesc mult de cele din plasmă descărcărilor luminiscente (vezi: arcul de joasă presiune). Astfel, temperatura gazului este mai joasă cu aproximativ trei ordine de mărime decît temperatura electronică, ionizarea gazului fiind asigurată de ionizarea directă sau cumulativă (în trepte). La aceste presiuni secțiunea coloanei de plasmă este practic egală cu secțiunea tubului de descărcare. La presiuni mai mari, coloana pozitivă se contractă într-un șnur strălucitor, temperatura gazului crescînd, pînă ce devine practic egală cu temperatura electronică, purtătorii de sarcină fiind formați în aceste condiții prin ionizare termică. În figura VI.48 este dată evoluția aproximativă a temperaturilor T_g și T_e în funcție de presiune pentru descărcarea în vapori de mercur, la curent constant. Se vede că în acest caz, plasma devine izotermă la presiuni mai mari decît aproximativ 30 torr. În figura VI.49 se reprezintă calitativ distribuția radială a temperaturilor T_g și T_e în trei regimuri de presiune:

Fig. VI.48. Temperatura gazului T_g și temperatura electronică T_e în funcție de presiune, la curent constant pentru o descărcare în vapori de Hg.



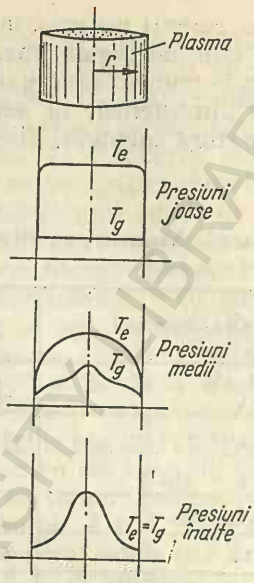


Fig. VI.49. Distribuția radială a temperaturilor T_g și T_e pentru trei regimuri de presiune.

presiuni joase, moderate și mari; la presiuni joase, atît T_e cît și T_g sînt independente de r, iar $T_e \gg T_g$. Cu creșterea presiunii, apar distribuții radiale proprii pentru T_e și T_g, diferența dintre ele micșorîndu-se, astfel că la p mari au aceeași distribuție radială fiind practic egale între ele.

Pentru o mai bună claritate, să considerăm unele date experimentale privitoare la trecerea de la descărcarea luminiscentă la arc. În figura IV.50 sînt reprezentate valori măsurate pentru concentrația electronilor n_e în funcție de densitatea de curent j, în gazele indicate pe grafic. Măsurătorile au fost făcute pentru un domeniu larg de presiuni, de la $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ torr pînă la 140 atm. în argon, neon, hidrogen, sodiu, mercur și carbon.

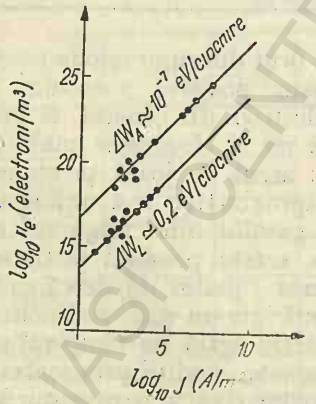


Fig. VI.50. Date experimentale privind concentrația electronilor n_e în funcție de densitatea de curent j, pentru presiuni între 10^{-4} torr și 140 atm.

În reprezentarea dublu logaritmică datele experimentale se grupează, în general, după două segmente rectilinii; cele inferioare corespund descărcărilor luminiscente (presiuni de ordinul fracțiunilor de torr pînă la cîțiva torri), iar cele superioare, descărcărilor în arc (presiuni de la zeci de torr pînă la sute de atmosfere). Mai întîi observăm că pentru o densitate de curent dată, concentrația electronilor este de peste 10^3 ori mai mare în descărcările în arc (n_A) decît în cele luminiscente (n_L). Aceasta înseamnă că la aceeași densitate de curent ($j = en_A U_A = en_L U_L$), viteza medie de antrenare a electronilor în coloana arcului (U_A) este mult mai mică decît în coloana descărcării luminiscente (U_L). În al doilea rînd se poate vedea că energia medie transferată de

un electron la o ciocnire cu particulele grele este mult mai mică în arc decît în descărcarea luminiscentă.

Pentru a ne convinge, să luăm direct de pe grafic, raportul j/n_e în cele două cazuri; găsim

$$\left(\frac{j}{n_e}\right)_A \simeq 2{,}1\cdot 10^{-17}\ \text{A}\cdot\text{m}, \quad \left(\frac{j}{n_e}\right)_L \simeq 3\cdot 10^{-14}\ \text{A}\cdot\text{m}. \tag{VI.143}$$

Folosind apoi expresia puterii transferate prin ciocniri în unitatea de volum

$$P_0 = n_e \nu_c \Delta W = \frac{j^2}{\sigma} \tag{VI.144}$$

și expresia conductivității electrice $\sigma = n_e e^2/m_e\nu_c$, găsim

$$\Delta W = \frac{m_e}{e^2}\left(\frac{j}{n_e}\right)^2 \simeq 3{,}55\cdot 10^7\left(\frac{j}{n_e}\right)^2. \tag{VI.145}$$

Folosind (VI.144), obținem următoarele valori pentru energia transferată de electron la o ciocnire cu particula grea în arc (ΔW_A) și în descărcarea luminiscentă (ΔW_L)

$$\Delta W_A \simeq 10^{-7}\ \text{eV}, \quad \Delta W_L \simeq 0{,}2\ \text{eV}. \tag{VI.146}$$

Pentru a discuta aceste rezultate, să scriem expresia transferului relativ, mediu, de energie cinetică $\Delta W/W$ la o ciocnire elastică a electronului de masă m și energie W cu particula grea, de masă M

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{2m}{M}\left(1 - \frac{T}{T_e}\right) \tag{VI.147}$$

unde T este temperatura gazului (neutru sau ionizat), iar T_e temperatura gazului electronic. Această relație a fost dedusă pentru ciocnirea frontală elastică electron-atom, atomul fiind, practic, în repaus, iar $m \ll M$. În descărcările luminiscente obișnuite W nu depășește cîțiva eV (T_e de ordinul 10^4 K), iar $2m/M$ este cuprins aproximativ între 10^{-4} pentru sodiu și 10^{-5} pentru mercur, astfel că, în medie, transferul de energie la o ciocnire elastică este de ordinul $10^{-4} - 10^{-5}$ eV. Cum (VI.146) indică pentru ΔW_L, aproximativ 0,2 eV, este clar că în descărcările luminiscente transferul de energie de la electroni la particule grele are loc prin ciocniri inelastice. Pentru aceasta T_e trebuie să fie destul de mare față de temperatura gazului, ceea ce se și observă experimental în descărcările luminiscente. În plus, putem afirma că deoarece, în urma dezexcitărilor, plasma pierde o bună parte a energiei prin radiație, ciocnirile inelastice nu pot duce, pînă la orice limită, la încălzirea gazului. În schimb, în cazul descărcării în arc, transferul de energie de ordinul 10^{-7} eV nu poate avea loc decît la o ciocnire elastică. Relația (VI.147) arată că T_e trebuie să fie destul de aproape de T pentru ca ΔW să fie atît de mic. Plasma arcului este deci destul de aproape de o *plasmă izotermă*, deci de o plasmă termică. Prin urmare, în plasma arcului, cea mai mare parte a energiei electronilor este transferată particulelor grele prin ciocniri elastice. Încălzirea gazului în plasma termică se face deci prin cioc-

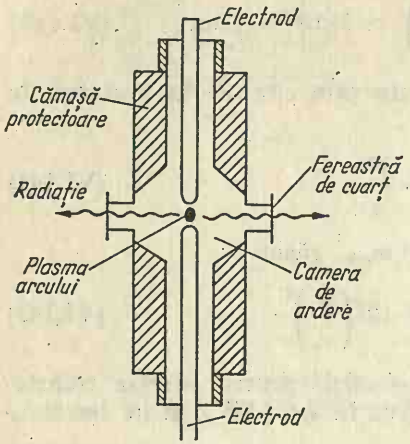


Fig. VI.51. Stabilizarea arcului cu cămașă protectoare.

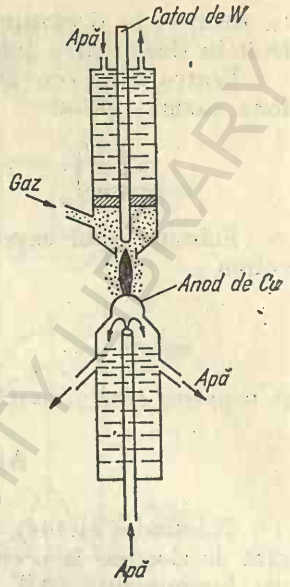


Fig. VI.52. Instalație de arc răcit cu apă.

niri elastice ale particulelor cu electronii care la rîndul lor pot lua direct energie de la cîmpurile electrice.

Stabilizarea arcului. Arcul care arde în aer liber este supus diferitelor modificări întîmplătoare determinate de mișcarea petei catodice și de schimburile haotice (de particule și de energie) cu aerul înconjurător. Acestea au ca rezultat variații necontrolabile ale tensiunii de ardere și ai altor parametri, deci o ardere instabilă, neliniștită în general. Pentru obținerea unui regim stabil al coloanei arcului se poate folosi o *cămașă protectoare*, adică o carcasă metalică, așa cum se arată în fig. VI.51. Radiația emisă de un astfel de arc, prin ferestrele carcasei prezintă o stabilitate cu abateri de 5%. De regulă, cămașa este răcită prin circulație de apă.

Metode de creștere a temperaturii arcului. În general, temperatura arcului crește cu creșterea densității curentului de descărcare; furnizînd mai multă energie electrică spațiului de descărcare temperatura plasmei crește. Aceasta duce însă la supraîncălzirea electrozilor și deci la consumarea sau deteriorarea rapidă a lor. De aici, necesitatea răcirii electrozilor.

Arcul cu electrozi răciți cu apă. Un astfel de arc este reprezentat în fig. VI.52, în care catodul este din wolfram, iar anodul din cupru; poate atinge ușor temperaturi pînă la 30 000 K la tensiuni de ordinul 12 V și curenți de aproximativ 500 A. Pentru ca descărcarea să se dezvolte în atmosfera unui anumit gaz, port-catodul are un orificiu lateral, prin care se injectează gazul respectiv.

Arcul în vapori de apă (Maecker, 1951) se realizează prin injectarea tangențială a apei în camera de ardere, cilindrică a arcului. În figura VI.53 este reprezentată schema instalației. În cutia cilindrică *C* este injectată apă sub presiune, printr-un orificiu practicat în suprafața laterală a cilin-

drului. Datorită injecției tangențiale, masa de apă capătă, în zona axei, o rapidă mișcare de rotație. Bazele cutiei cilindrice sînt găurite pe axa ei. Prin aceste găuri trece coloana arcului, aprins între electrozii E. Tot prin ele iese apa injectată în cutie. În zona fierbinte a coloanei apa este evaporată iar contactul șnurului de plasmă cu straturile lichide reîmprospătate continuu asigură răcirea spațiului din vecinătatea șnurului și menținerea lui sub forma unui fir subțire foarte strălucitor. Forța centrifugă ce acționează asupra particulelor contribuie la menținerea acestei „camere de ardere" în vapori de apă. Electrozii sînt găuriți longitudinal, pentru facilitarea observațiilor directe asupra coloanei de plasmă și pentru introducerea unui fir metalic folosit la aprinderea arcului.

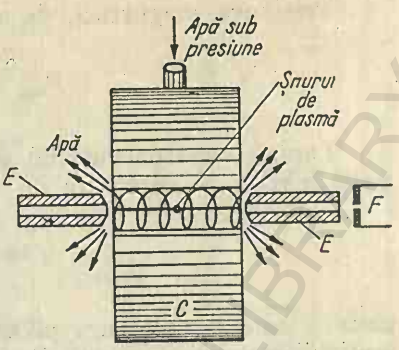


Fig. VI.53. Arcul în tub de apă (Maecker); C — cutie metalică; E — electrozi; F — fanta spectografului.

Temperaturile atinse cu astfel de instalații sînt de ordinul 30 000—50 000 K. Un avantaj important al dispozitivului este acela că se poate introduce un gaz în apă, formîndu-se un fel de „sifon", gaz care se va elibera în coloana de plasmă, obținîndu-se astfel spectrul acelui gaz. Nu se pot introduce însă pulberi, deoarece forța centrifugă le proiectează în afara axei, scoțîndu-le din plasmă. Un dezavantaj îl reprezintă instabilitatea pronunțată a șnurului de plasmă.

Diafrgma Gerdin, arcul transferat. Creșterea temperaturii prin simpla creștere a curentului de descărcare în arcul electric care arde liber în aer devine nerentabilă pentru temperaturi foarte mari. Experiența arată că pînă pe la 30 000 K temperatura plasmei crește destul de repede cu creșterea curentului, cum se vede în fig. VI.54. Pentru temperaturi mai mari decît aproximativ 50 000 K creșterea intensității curentului de descărcare duce la creșteri neînsemnate ale temperaturii. Obținerea unor astfel de temperaturi necesită deci consumuri exagerate de energie electrică. Ca urmare, s-a dezvoltat tehnica descărcărilor în impulsuri de mare putere, în care energia electrică acumulată de o baterie de condensatori este transferată spațiului dintre electrozi prin descărcarea rapidă a condesatorilor pe acest spațiu. Totuși, s-au mai putut aduce unele îmbunătățiri și metodei tradiționale, în regim staționar. Pentru a da motivația acestor perfecționări, să analizăm mai amănunțit staționaritatea unui șnur de plasmă. Dacă I este intensitatea curentului de descărcare, atunci cîmpul magnetic creat de acest curent la marginea șnurului de plasmă de rază r va fi

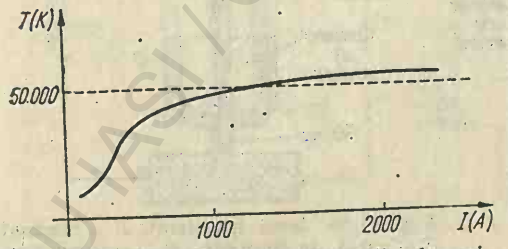


Fig. VI.54. Dependența temperaturii plasmei de intensitatea curentului pentru arcul care arde liber, în aer.

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}. \quad \text{(VI.148)}$$

Presiunea magnetică, de autocontracție va fi

$$P_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0}{8\pi^2 r^2} I^2. \qquad \text{(VI.149)}$$

Punînd condiția (ideală) ca presiunea magnetică să egaleze presiunea gazo-cinetică pe suprafața de contur a coloanei de plasmă, vom obține

$$T = \frac{\mu_0}{8\pi} \frac{I^2}{(n_i + n_e)\, kS} \qquad \text{(VI.150)}$$

unde T este temperatura plasmei izoterme, total ionizată, iar S este aria secțiunii coloanei, $S = \pi r^2$. Deși S crește cu creșterea intensității I la arcul ce arde liber, experiența arată că I^2/S este totuși crescător cu I, astfel că T crește. Însă, pentru curenți mai mari decît aproximativ 1000 A, creșterea este foarte lentă. Din relația (VI.150) se vede ușor că se pot obține creșteri pentru T fie obligînd coloana să-și mențină S constant și crescînd curentul I, fie micșorînd S (contracție). În figura VI.55 este reprezentată diafragma Gerdin, făcută din ceramică și răcită cu apă. Plasma trecînd prin orificiul diafragmei (arcul nu mai arde liber) își păstrează secțiunea constantă la creșteri ale curentului peste 10^3/A și astfel temperatura crește mai abrupt cu I decît în cazul arcului liber. În cazul plasmelor parțial ionizate, cîmpul magnetic B nu acționează asupra particulelor neutre și acestea pot ieși din coloană. Diafragma Gerdin obligă aceste particule să reintre în zona fierbinte, ceea ce duce la creșterea ionizării și deci a curentului și, prin urmare, a temperaturii. Aparatele de sudură în care arcul arde între electrod și piesa de de lucru, fiind obligat să treacă printr-o astfel de diafragmă sau *duză*, se numesc aparate cu *arc transferat* (fig. VI.56).

Avantajele oferite de folosirea duzei au crescut în urma construcției speciale a acesteia, care permite injecția unui gaz în camera de ardere. Se obțin astfel jeturi de plasmă create de arcuri electrice care ard în atmosfera diferitelor gaze de lucru.

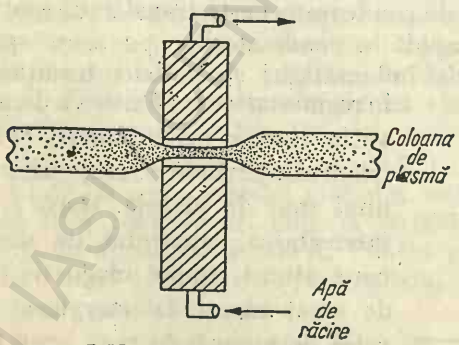


Fig. VI.55. Diafragma Gerdin.

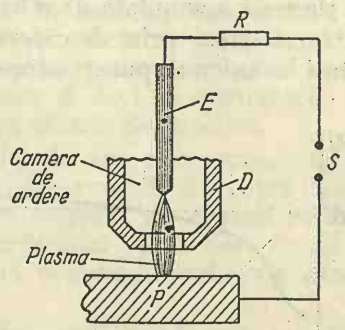


Fig. VI.56. Arcul transferat: E — electrod, S — sursă de tensiune, R — rezistor limitator, D — duza (diafragma), P — piesa de prelucrat.

Arcul suflat, plasmatronul. Dacă duza se leagă la unul din polii sursei de tensiune, constituind astfel unul din electrozii arcului (figura VI.57), plasma arcului dintre electrod și duză poate fi suflată prin duză în afara spațiului de descărcare. Obținem astfel un *arc suflat.* În acest caz, piesa de lucru poate fi prelucrată cu jetul de plasmă fierbinte, fără a fi legată la sursa de tensiune. Pe de altă parte, suflarea plasmei în exteriorul spațiului dintre electrozi permite efectuarea de cercetări fundamentale asupra proprietăților ei, în condițiile absenței cîmpurilor electrice, sau asupra comportării ei în prezența cîmpurilor electrice și magnetice cunoscute, aplicate în exteriorul duzei.

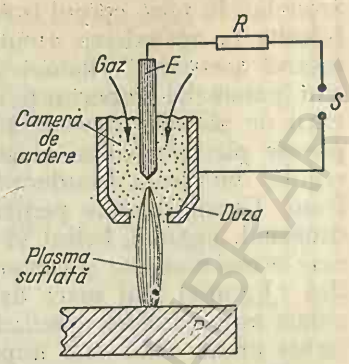


Fig. VI.57. Arcul suflat: S — sursa de tensiune, E — electrod, P — piesa de lucru, R — rezistor limitator.

Dispozitivul cu arc suflat (cu jet de plasmă) poartă numele de *plasmatron.* În figura VI.58 sînt reprezentate două tipuri de plasmatroane: cu arc transferat (a) și cu arc netransferat (b). Cele cu arc transferat se mai numesc plasmatroane cu arc direct sau cu un pol, iar cele din a doua categorie mai poartă numele de plasmatroane cu arc indirect sau cu doi poli. Trecînd prin duză, o parte din gazul injectat, longitudinal (a) sau tangențial (b) se ionizează puternic în cîmpul electric, iar o parte, lîngă peretele duzei, rămîne relativ rece, protejînd duza de supraîncălzire. Datorită confirmării mecanice (sau termice) produsă de duză (efect pinch termic) și a confirmării magnetice produsă de ionizarea crescută în zona duzei (efect pinch magnetic), se obțin densități de curent peste 10^2 A/mm^2, adică de zeci și sute de ori mai mari decît în cazul arcului care arde liber în aer. Cele trei piese principale ale plasmatronului — duza, portelectrodul și corpul izolator dintre portelectrod și duză — sînt supuse la temperaturi mari în timpul funcționării; de aceea, trebuie asigurată o foarte bună răcire a lor. Aceasta se realizează atît prin jeturile de gaz folosite pentru ardere și stabilizare cît și prin curenți de apă injectată sub presiune prin canale și cavități practicate în pereții plasma-

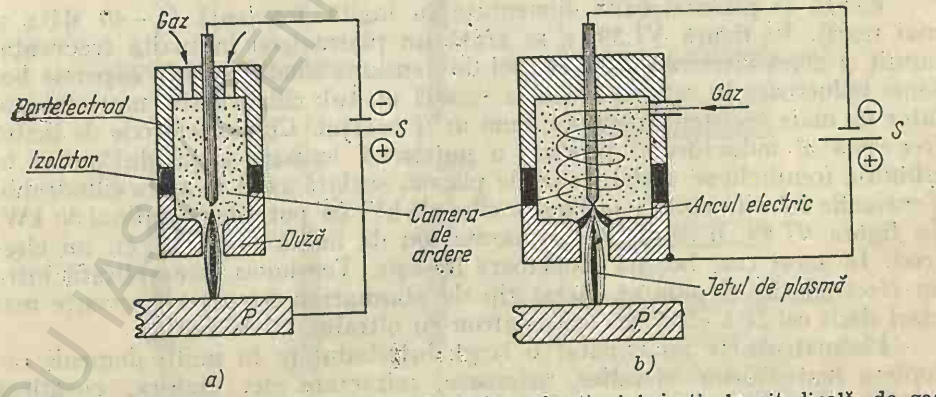


Fig. VI. 58. Plasmatronul: a — cu arc direct (transferat) și injecție longitudinală de gaz; b — cu arc indirect (netransferat) și injecție tangențială de gaz.

tronului. În plus, corpul izolator trebuie să reziste la tensiunile mari (2—5 kV) folosite la aprinderea arcului. Forma canalului duzei, raportul dintre diametrul acestuia și diametrul electrodului, precum și distanța electrod-duză sînt parametri importanți de care depind forma și lungimea (puterea) flăcării de plasmă, reproductibilitatea aprinderii, sarcina termică disipată pe piesele plasmatronului și stabilitatea arderii. Duzele se confecționează, de regulă, din cupru (conductibilitate termică ridicată), iar electrodul din wolfram. Gazele folosite pentru stabilizare și răcire sînt azotul, oxigenul, hidrogenul, argonul, heliul și altele, pure sau amestecate în camera de ardere, care se mai numește și camera de amestec. În general, gazele cu entalpie specifică (J/g·mol) mai mare dau un randament termic mai bun. Gazele moleculare au o entalpie specifică mai mare decît cele atomice, de aceea sînt preferate atunci cînd este importantă obținerea unui randament cît mai bun.

După tensiunea de alimentare, plasmatroanele se împart în plasmatroane cu tensiune continuă, alternativă sau mixtă. Deși costul este cam același, totuși, majoritatea sînt în curent continuu și anume, cu arc transferat, cu anodul la piesa de lucru, deoarece, după cum se știe la anodul arcului se eliberează mai multă căldură decît la catod. În plus, stabilitatea arcului în curent continuu este mai bună. Plasmatroanele în curent alternativ sînt folosite în special din diverse motive tehnologice. De exemplu, sudura cu plasmă a aliajelor de aluminiu necesită curent alternativ pentru înlăturarea peliculei refractare de oxid de aluminiu care deranjează procesul de topire și de sudare. Tot astfel, în cuptoarele de topire cu plasmă, unde se folosesc mai multe plasmatroane de mare putere, cuplate în paralel, este dificil de înlăturat interacțiunea dintre cîmpurile magnetice în cazul plasmatroanelor în curent continuu. Folosirea plasmatroanelor în curent alternativ, montate corespunzător pe cele trei ramuri ale circuitului trifazat de alimentare, elimină ușor aceste efecte.

Instalația de tip plasmatron conține pe lîngă sursa de alimentare și arzătorul (plasmatronul propriu-zis) și alte anexe indispensabile ca: tuburi (rezervoare) cu gaz sub presiune, pompă de apă pentru injecția apei de răcire sub presiune, circuit sau sursă pentru aprinderea (amorsarea) arcului ș.a. Conductele și cablurile trebuie să fie destul de flexibile pentru a asigura o mobilitate suficientă arzătorului și să reziste la presiuni nu mai mici de 10 atmosfere.

Există și plasmatroane alimentate în înaltă frecvență (1—40 MHz și mai mari). În figura VI.59, a se arată un plasmatron în înaltă frecvență, numit și „fără electrozi", polii sursei de tensiune fiind legați la capetele bobinei inductoare în interiorul căreia se află un tub cilindric din material izolator de mare rezistență termică, cum ar fi cuarțul. Cîmpul electric de înaltă frecvență al inductorului produce o puternică ionizare a gazului suflat în cilindru, formîndu-se astfel un jet de plasmă suflată axial în afara cilindrului. Tensiunile folosite sînt de ordinul zecilor de kV, iar puterile de ordinul 50 kW. În figura VI.59, b se arată un plasmatron de înaltă frecvență cu un electrod. În acest caz, bobina inductoare lipsește. Tensiunea este aplicată între un electrod (E) și pămînt. Acest tip de plasmatron folosește frecvențe mai mari decît cel fără electrozi (plasmatron cu ultraînaltă frecvență).

Plasmatroanele au căpătat o largă întrebuințare în multe domenii ca: topirea materialelor metalice, neferoase, refractare etc., sudura, curățirea suprafețelor, depuneri și acoperiri la cald etc.

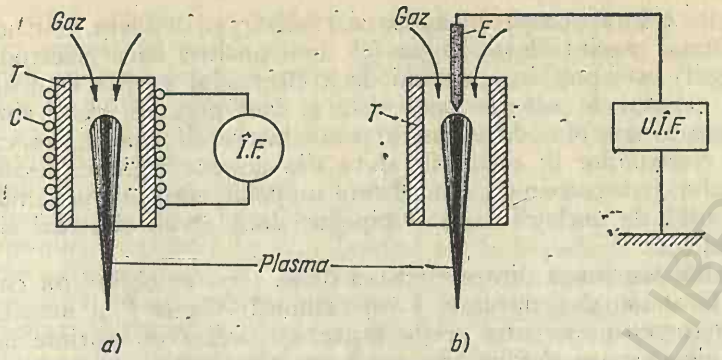


Fig. VI.59. Plasmatronul de înaltă frecvență: a — fără electrozi; b — cu un electrod. T — tub de cuarț, C — înfășurările inductorului, E — electrod.

VI.15. DESCĂRCAREA ÎN COROANĂ

Cînd unul din electrozi sau amîndoi au raze de curbură foarte mici (vîrfuri ascuțite, fire subțiri), cîmpul dintre electrozi este foarte neomogen, îndeosebi în vecinătatea electrodului de curbură mică. Majoritatea proceselor de ionizare și excitare a gazului se va produce în această zonă de cîmp intens. Dezvoltarea ionizării înainte de străpungere și condiția de străpungere au fost analizate în capitolul V. Aci vom trata fenomenele după străpungere, adică tipul de descărcare ce se stabilește în spațiul respectiv. Această descărcare este formată dintr-o zonă luminoasă în jurul electrodului de curbură mică și o zonă întunecoasă care ocupă restul spațiului, pînă la celălalt electrod (fig. VI.60). În zona luminoasă, unde au loc majoritatea excitărilor, au loc și majoritatea ionizărilor; prin urmare, această zonă conține electroni și ioni pozitivi și se numește *coroană*. În zona exterioară coroanei nu au loc excitări și de

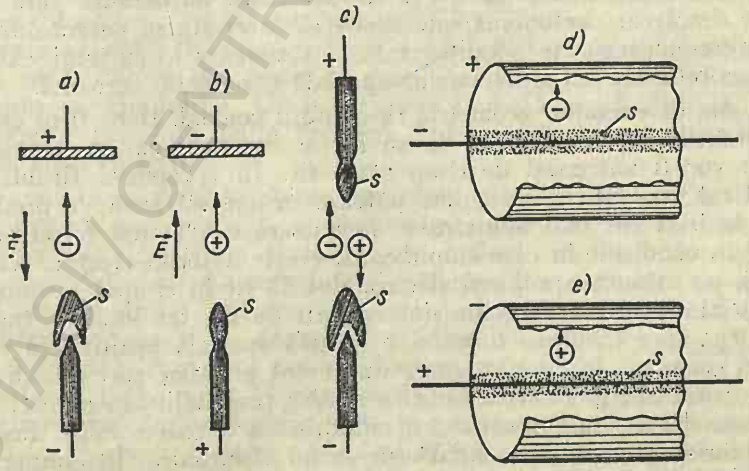


Fig. VI.60. Descărcări în coroană: a — vîrf negativ, b — vîrf pozitiv, c — electrozi ascuțiți, d — fir negativ, e — fir pozitiv, S — stratul coroanei.

aceea ea este întunecoasă; nu au loc nici ionizări și, de aceea, prin acest spațiu circulă numai sarcini de un singur fel: ioni pozitivi dacă electrodul subțire (sau ascuțit) este pozitiv, electroni dacă electrodul subțire este negativ. În regiunea exterioară coroanei pot exista și ioni negativi, dacă sînt condiții de formare a acestora, de exemplu prin atașare electronică, la vitezele reduse ale electronilor în cîmpurile slabe din această regiune. Așadar, în regiunea exterioară coroanei curentul este unipolar, dacă numai unul din electrozi au rază de curbură mică și bipolar, dacă ambii electrozi sînt subțiri (sau ascuțiți).

Crescînd tensiunea dintre electrozi de la zero, se obține un curent crescător, datorat ionizării naturale. La o anumită valoare V_{cor}, numită *tensiune inițială a coroanei*, curentul crește brusc, cu ordine de mărime față de cel anterior, descărcarea devine luminoasă în vecinătatea electrodului subțire, formîndu-se coroana (fig. VI.60). Dacă se mărește în continuare tensiunea, curentul și dimensiunea coroanei cresc. Cu creșterea tensiunii la valori destul de mari, coroana poate trece în scînteie sau arc. La presiuni mici, coroana ocupă un volum care crește cu scăderea presiunii. La presiuni mari, de ordinul celei atmosferice și mai mari, stratul coroanei se reduce la o pojghiță mică. De regulă, în tuburile de descărcare de joasă presiune, descărcarea corona apare ca o descărcare intermediară între descărcarea întunecoasă Townsend și descărcarea luminiscentă, dacă electrozii au zone de curbură mare unde se pot forma cîmpuri electrostatice de mare intensitate. În aceste cazuri, înainte ca spațiul dintre electrozi să fie străpuns de descărcarea luminiscentă, apar o serie de coroane luminoase pe porțiunile de cîmp tare ale electrozilor la o tensiune V_{cor}. Crescînd tensiunea mai departe, se declanșează descărcarea luminiscentă, la tensiunea de străpungere V_s.

Așadar descărcarea în coroană (sau descărcarea „corona") este o descărcare independentă, staționară, care apare cînd tensiunea dintre electrozi este V_{cor}. Cîmpul intens din jurul electrodului de curbură mare produce în această zonă descărcări staționare prin avalanșe electronice, cu toate că tensiunea aplicată între electrozi este inferioară tensiunii de străpungere propriu-zisă a spațiului ($V_{cor} < V_s$). O deosebire importantă față de alte tipuri de descărcări autonome este aceea că intensitatea curentului în descărcarea corona nu este condiționată de rezistența circuitului exterior ci de conductibilitatea zonei de sarcină spațială exterioară coroanei.

Să luăm ca exemplu geometria fir-cilindru coaxial. Dacă firul este pozitiv (anodul), electronii produși de un factor ionizator extern (natural sau artificial) vor fi antrenați de cîmp către fir. În apropierea firului cîmpul devenind tot mai intens, electronul pătruns în această zonă va produce excitări și ionizări tot mai numeroase; ia naștere o avalanșă (electroni, ioni și fotoni) în condițiile în care amplificarea crește datorită creșterii coeficientului $\alpha(r)$, pe măsura apropierii electronului de fir în cîmpul neomogen din jurul lui. Electronii avalanșelor sînt captați de fir, iar ionii se îndreaptă, tot mai lent spre cilindru, formînd o sarcină spațială pozitivă în regiunea exterioară coroanei, în care va curge un curent unipolar spre cilindrul exterior. Din cauza energiei cinetice mici a ionilor, probabilitatea emisiei cinetice de electroni din suprafața catodului cilindric va fi foarte mică, însă poate deveni apreciabilă emisia potențială (de cîmp) electronică. În cîmpurile neomogene din jurul firului pot apărea numeroși fotoni energici prin dezexcitări atomice sau ionice. Acești fotoni pot provoca emisie fotoelectrică din catod

(cilindru), dacă energia lor depășește energia de prag pentru metalul respectiv. Un anumit rol îl pot juca și atomii metastabili, dacă astfel de atomi sînt formați în zona coroanei prin ciocniri electronice; ei pot acționa prin radiația lor fie asupra catodului scoțînd electroni, fie în volum, ionizînd un al doilea gaz, cu potențialul de ionizare mai mic decît potențialul de excitare a nivelului metastabil.

Trebuie spus că la tensiuni cu puțin mai mici decît V_{cor} descărcarea devine discontinuă; apar impulsuri a căror frecvență de repetiție crește pe măsura apropierii tensiunii de V_{cor}. Trecînd aceste impulsuri de curent printr-un rezistor exterior mare, la capetele acestuia vor apare impulsuri de tensiune care pot fi folosite pentru *numărarea impulsurilor corona*. Dacă aceste impulsuri sînt create de particule α, cuante γ etc., există posibilitatea numărării unor astfel de particule sau fotoni, în ordinea succesiunii incidenței lor pe camera de descărcare. Impulsurile nu mai apar la tensiunea inferioare unei anumite valori minime V_{min}. Această tensiune minimă depinde de presiune și de natura gazului și poate varia între cîțiva volți și cîteva sute de volți. Pe de altă parte, dacă tensiunea este prea apropiată de tensiunii inițială a coroanei, V_{cor}, frecvența impulsurilor poate fi prea mare și numărarea acestora devine imposibilă datorită duratei finite a lor. Intervalul $V_{cor} - V_{min}$ este un parametru important al unui astfel de tub folosit ca detector. El se numește interval Geiger și reprezintă domeniul optim al tensiunii de alimentare în care numărarea impulsurilor se poate face cu precizie.

Dacă în montajul fir—cilindru coaxial firul este negativ (catodul), atunci electronii se vor îndrepta spre cilindru, iar ionii pozitivi spre fir. În cîmpul neomogen, intens din jurul firului ionii vor fi accelerați, devenind capabili să provoace emisia secundară electronică prin procese γ_i. Electronea primari scoși din catod se vor multiplica în avalanșă, la rîndul lor, în cîmpul electrostatic al firului, producînd stratul coroanei. În zona exterioară coroanei va trece un curent unipolar negativ format din electronii proveniți din stratul coroanei.

În același mod pot fi analizate și alte combinații ca vîrf-placă, cu vîrful pozitiv sau negativ, vîrf-vîrf sau fir-fir. În ultimele două cazuri, curentul în exteriorul coroanei va fi, cum am mai spus, bipolar.

Cum s-a văzut din cele spuse mai sus, efectul corona constituie baza fizică a contorilor cu descărcări în gaze. Acest efect se mai folosește și la construirea electrofiltrelor. Un rol negativ îl joacă acest efect în pierderile de energie pe liniile de înaltă tensiune, îndeosebi în curent alternativ (pierderi prin efect corona).

În continuare vom da cîteva informații privind fenomenele fizice principale dintr-un contor. Configurația cea mai potrivită s-a dovedit a fi un cilindru negativ (catod) cu diametrul de ordinul centimetrilor și un fir pozitiv (anodul) cu diametrul de ordinul cîtorva sutimi de mm, montat pe axa cilindrului. Diferite regimuri de funcționare a contorilor corespund diferitelor stadii de dezvoltare a descărcării corona (fig. VI.61). În zona AB sînt de relevat două aspecte. La tensiuni destul de mici (OA), electrozii nu colectează toate sarcinile produse de agentul de ionizare extern, astfel că înălțimea impulsului (tensiunea de pe rezistorul parcurs de curentul descărcării) va crește cu creșterea tensiunii. De la o anumită valoare V_p a tensiunii, toți purtătorii creați de agentul de ionizare sînt antrenați către electrozi. Crescînd tensiunea, numărul purtătorilor colectați de electrozi

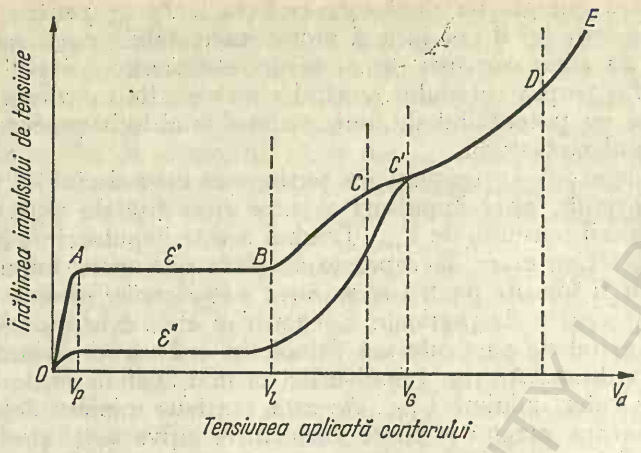


Fig. VI.61. Aspecte ale descărcării corona în contori. AB — domeniul de tensiuni în care contorul funcționează ca o cameră de ionizare, BC — domeniul contorilor proporționali, CC' — zonă intermediară, de proporționalitate limitată, $C'D$ — regimul contorilor Geiger, DE — zona descărcărilor staționare.

după fiecare trecere a particulei ionizate nu mai crește; înălțimea pulsului nu va mai crește, astfel că la tensiuni mai mari decît tensiunea limită V_p se vor obține impulsuri de aceeași înălțime. În reprezentarea grafică se obține un palier cu atît mai înalt cu cît energia particulei ionizante este mai mare (de exemplu $\varepsilon' > \varepsilon''$). În acest interval de tensiuni contorul funcționează ca o simplă cameră de ionizare, în care electrozii colectează în întregime sarcinile produse de particula incidentă prin ionizări (zona AB din fig. VI.2, a). El poate distinge particule ionizante după energia lor, ținînd seama și de probabilitățile de ionizare prin ciocniri.

La tensiuni mai mari decît V_i (zeci de mV) apar ionizări prin ciocniri electronice în cîmpul intens din jurul firului. Amplitudinea pulsului de curent va crește cu tensiunea V_a, datorită creșterii numărului de ionizări din zona cîmpului intens. Desigur, pentru o tensiune dată, amplitudinea pulsului crește cu energia (ε) a particulei (radiației) incidente. Zona de tranziție CC' se caracterizează prin creșterea rolului sarcinii spațiale care alterează proporționalitatea între înălțimea pulsului colectat și numărul electronilor inițiali. În zona $C'D$, numită și zonă Geiger-Muller, au loc ionizări în tot spațiul dintre electrozi, tensiunile fiind de ordinul volților. Amplitudinea pulsului de curent nu mai depinde de energia (ε) a particulei ionizate, ci numai de coeficienții de ionizare ai gazului. Descărcarea tinde să devină autoîntreținută prin aportul efectelor de emisie secundară electronică la catod datorită fotonilor și ionilor pozitivi. Procesul de dezvoltare a descărcării este stopat („stins") fie cu mijloace externe printr-o coborîre temporară a tensiunii, fie intern, prin adăugarea unor vapori de halogeni.

Există și contori cu scîntei, dar aceștia nu folosesc geometria electrozilor corona; între electrozi plan paraleli se aplică un puls de tensiune înaltă, foarte rapid crescător ($\sim 10^{-9}$ s) care face ca după apariția primului electron (creat de particula incidentă) să se dezvolte un număr de strimeri, care vor duce la apariția unei scîntei.

Descărcarea corona se poate obține și cu tensiuni alternative de înaltă frecvență. Dacă tensiunile sînt destul de mari, dar puterea generatorului mică, coroana trece în scînteie de înaltă frecvență. Dacă puterea generatorului este destul de mare, atunci coroana poate trece în *arc de înaltă frecvență.*

La frecvențe foarte înalte, de ordinul $10^7 - 10^8$ Hz, la presiunea atmosferică, în unele puncte de pe circuit unde se află un ventru al oscilației, de înaltă frecvență, se poate forma o flacără de gaz ionizat care seamănă cu flacăra unei lumînări. Acest tip de descărcare se numește *descărcare în torță* sau *torță de înaltă frecvență.* Lungimea torței depinde de amplitudinea oscilațiilor de înaltă frecvență. Dacă amplitudinea este destul de mare, torța se poate aprinde de la sine într-un punct sau în mai multe. Aprinderea poate fi ușurată prin atingerea punctului respectiv cu un bastonaș metalic, cu mîner izolat; la întreruperea contactului se formează mai întîi un arc de înaltă frecvență, care, la îndepărtarea bastonașului, se stinge lăsînd în locul său torța. De asemenea, se poate apropia de punctul respectiv un chibrit aprins, sau se poate încălzi electrodul pînă la emisia termoelectronică. Toate aceste mijloace ajutătoare de aprindere a torței au rolul de a crea un număr inițial de electroni, suficient de mare, pentru ca aceștia, prin ciocniri să inițieze torța. Torța poate fi aprinsă nu numai pe un electrod metalic, ci și pe un dielectric supus cîmpului de înaltă frecvență (sticlă, porțelan etc.). Temperatura în zona centrală a torței este de ordinul 4000 K și în general crește cu frecvența și amplitudinea. În scopul folosirii ei (de exemplu, în lucrări de diagnotică spectrală), torța se realizează pe electrozi ascuțiți sau avînd alte forme, cu raze de curbură mici.

VI.16. SCÎNTEIA ELECTRICĂ. FULGERUL

Dacă presiunea gazului este mai mare (de ordinul presiunii atmosferice și mai mare), străpungerea spațiului dintre electrozi se realizează numai dacă tensiunea aplicată lor este foarte mare (de ordinul zecilor și sutelor de kV). În aceste condiții, străpungerea nu mai este urmată de o descărcare staționară, cu o coloană de descărcare stabilă, chiar dacă se folosește o sursă de tensiune constantă. Imediat după străpungere, apare o scînteie strălucitoare de scurtă durată, însoțită de un pocnet caracteristic, datorat dilatării bruște a aerului de către gazul foarte ionizat și fierbinte din canalul (sau canalele) scînteii. Datorită ionizării foarte puternice, rezistența spațiului de descărcare se reduce brusc, devenind foarte mică, ceea ce duce la formarea unui curent foarte intens în circuit. Acest fapt determină scăderea tensiunii la bornele descărcării pînă la valori foarte mici. Dacă sursa de tensiune nu are puterea suficientă pentru a întreține permanent un astfel de curent intens prin canalul scînteii și ținînd seama că tensiunea corespunzătoare devine insuficientă pentru întreținerea ionizărilor, descărcarea se stinge. Anulîndu-se curentul, tensiunea la borne crește din nou și o nouă scînteie sare cînd tensiunea a ajuns la valoarea inițială. Timpul de restabilire a tensiunii de străpungere crește cu creșterea capacității spațiului de descărcare. Pentru obținerea unor scîntei mai rare, la aceeași putere a sursei, se poate monta un condensator în paralel cu spațiul descărcării. Ca urmare

crește cantitatea de electricitate și deci amplitudinea și durata scînteii. Totodată, prin creșterea energiei, crește intensitatea tuturor efectelor datorate trecerii scînteii. Scînteia obținută prin astfel de mijloace se mai numește *scînteie condensată* sau *scînteie grasă*.

Trebuie spus că, dacă forma electrozilor permite dezvoltarea descărcărilor corona, atunci, la presiuni mari, prin creșterea tensiunii, apare mai întîi descărcarea corona la tensiunea V_{cor}, după care, la o tensiune suficient de mare — tensiunea de străpungere prin scînteie — apare descărcarea în scînteie. Scînteia este deci stadiul final al descărcării din întreținută în independentă, la presiuni mari, indiferent de forma electrozilor (plani, filiformi, ascuțiți etc.). Dacă sursa de tensiune dispune de puterea necesară, atunci stadiul final poate fi o descărcare în arc la presiune mare și curenți foarte intenși. Uneori, cînd coloana descărcării apare ca un canal filiform bine conturat, unind vizibil electrozii, descărcarea se numește *scînteie în formă de arc* sau *arc în impulsuri*. Temperatura (de ordinul 10^4 K) și durata acestor scîntei îndreptățește presupunerea că un rol important îl au ionizările și excitările termice, în condiții de echilibru termic. Cînd descărcarea are o strălucire mai mică și o formă mai difuză, semănînd mai mult cu coloana pozitivă a unei descărcări luminiscente, ea se mai numește *scînteie luminiscentă*. Aceasta din urmă, este în general, de putere mai mică.

Cît privește aspectul descărcării în scînteie, cîteva informații au fost deja date în § VI.17. E. Studiul ei cu mijloace ultrarapide de observație a arătat că descărcarea este constituită nu dintr-un singur fir ci dintr-un fascicul de fire subțiri, strălucitoare, nestaționare și avînd o mișcare în zig-zag. Aceste canale de gaz ionizat au în general o viață mai scurtă decît descărcarea în ansamblu, ele dispar și reapar instantaneu și haotic, plecînd fie de la electrozi, fie din oricare punct al spațiului dintre electrozi. De multe ori ele nu ajung la electrozi, în evoluția lor rapidă, ci se sfîrșesc brusc într-un punct oarecare. Spațiul descărcării în scînteie este deci foarte neomogen ca luminozitate și, cum au dovedit observațiile, ca structură, gradul de ionizare, concentrația și temperatura fiind foarte variate de la un punct la altul și evoluînd destul de capricios în timpul scurt cît durează scînteia.

Cum am văzut, teoria simplă a avalanșelor nu dă rezultate în explicarea scînteii. Modelul de evoluție avalanșă-strimer satisface destul de bine, dar încă nu este pe deplin fundamentat științific. Deocamdată acest model constituie singurul mijloc teoretic de clarificare a fenomenelor din acest tip de descărcare.

Trebuie spus că studiile experimentale și teoretice asupra scînteii au fost stimulate de necesitatea înțelegerii fenomenelor care guvernează apariția și dezvoltarea *fulgerului*, scînteia electrică fiind doar un model de laborator al acestei grandioase descărcări electrice din natură. Fulgerele sînt descărcări electrice fie între doi nori, fie între un nor și pămînt (fig. VI.62). În majoritatea cazurilor norii sînt încărcați negativ față de pămînt, de aceea fulgerul dintre un nor și pămînt se mai numește *fulger negativ*. Acestea au fost mai mult studiate la început, dată fiind importanța lor pentru activitățile terestre. A devenit însă la fel de importantă și cunoașterea amănunțită a fulgerelor dintre doi nori. Observațiile au arătat că fulgerul negativ începe întotdeauna cu un canal șerpuitor, slab luminos, greu de pus în evidență pe diagrame, fotografii sau oscilograme. Acest canal inițial a căpătat numele de *lider* (engl. leader). Liderul deschide calea fulgerului, așa cum strimerul deschide calea

scînteii de laborator. Dar mecanismul de formare și propagare al liderului este mult mai complex decît al strimerului. În momentul în care liderul face joncțiunea între sarcina spațială negativă din nor și pămînt, sarcinile pozitive induse de nori la suprafața pămîntului pătrund în canalul croit de lider neutralizînd sarcina negativă din canal și din ramificațiile lui. Ia naștere în felul acesta așa-numitul *canal principal*, cu un grad foarte înalt de ionizare, prin care trece un curent de foarte mare intensitate. În acest moment și strălucirea fulgerului este maximă. Datorită curentului mare din canal, diferența de potențial între capetele lui scade mult, devenind insuficientă pentru menținerea unor cîmpuri și ionizări necesare întreținerii în continuarea descărcării și canalul principal dispare. Este posibil ca înainte de dispariția completă a purtătorilor de sarcină din canalul fulgerului, diferența de potențial să se refacă datorită aportului de sarcină negativă din alte zone ale norului. Ca urmare, se formează un nou lider care, de regulă, pornește pe această cale deja ionizată, ajunge la pămînt, după care se formează un nou canal principal.

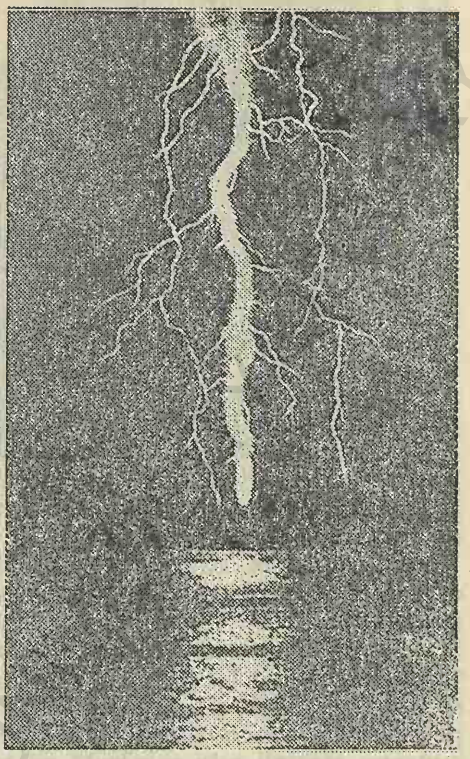


Fig. VI.62. Descărcare electrică (fulger) între un nor și pămînt.

Situația aceasta se poate repeta de zeci și sute de ori în decursul unui fulger. Sarcina electrică purtată de un fulger poate fi de la fracțiuni de coulomb pînă la sute de coulombi, intensitățile maxime de curenți fiind de la fracțiuni de amper pînă la sute de amperi. Diametrul canalului principal al fulgerului este de ordinul zecilor de centimetri. Diferențele de potențial și cîmpurile electrice implicate în aceste fenomene sînt de ordinul $V \sim 10^7 - 10^8$ V și, respectiv $E \sim 10^4$ V/m. Vitezele de propagare a canalelor fulgerului pot atinge valori pînă la 10^8 m/s. Deși un mare număr de cercetări a fost consacrat acestor fenomene, nu există încă o teorie riguroasă și general acceptată a fulgerului. Printre altele, nu se cunoaște cu precizie procesul de trecere de la strimer la lider și nici amănuntele privind propagarea liderului.

Dintre metodele experimentale de studiu al scînteii menționăm următoarele:

Camera fotografică cu oglindă rotitoare, care este reprezentată în fig. VI.63. Lumina de la scînteia S este focalizată pe fanta F cu lentila L_1. Lentila L_2 proiectează această fantă pe placa fotografică P prin intermediul unei reflexii pe oglinda 0, care se rotește cu viteză mare. Pe placă se vor înregistra imagini succesive ale unui punct dat, prin care trece scînteia. Această metodă a fost combinată cu *metoda schlieren* prin care s-a înregistrat simultan modificarea

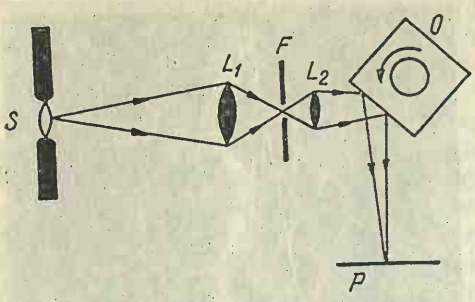


Fig. VI.63. Schema camerei fotografice cu oglindă rotitoare.

indicelui de refracție produsă în spațiul dispozitivului schlieren de unda de șoc provenită de la scînteie.

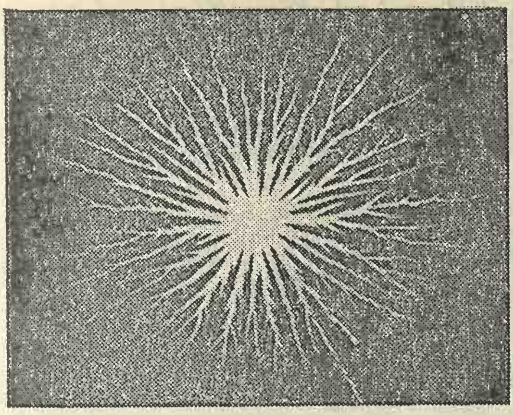
O altă metodă folosește un *film în mișcare rapidă*, în fața căruia se află o celulă Kerr alimentată la frecvență înaltă. Se obțin astfel imagini succesive, durata lor depinzînd de timpul stării „deschis" a celulei Kerr, iar lungimea lor, de viteza filmului.

Dacă în spațiul dintre electrozi se găsește o placă de sticlă, ebonită etc., scînteia își caută un drum de ocolire a acestui obstacol, dacă el nu este prea întins. În caz contrar, scînteia poate perfora placa respectivă.

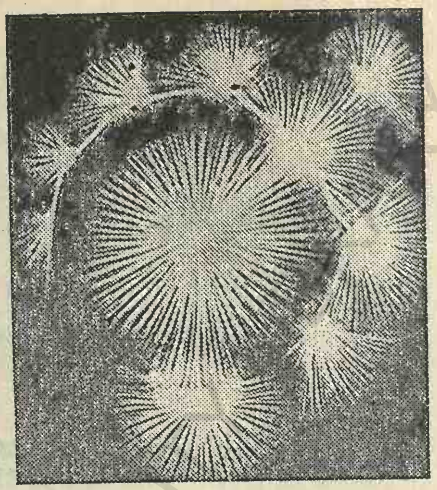
În general, suprafața anodului suferă un proces specific de eroziune la trecerea scînteii (o distrugere locală a suprafeței metalice). Folosind ca anod o plăcuță metalică, ea poate fi perforată foarte fin dacă distanța ei față de catod este destul de mică.

Dacă una din fețele unei plăci dintr-un dielectric solid (sticlă, ebonită etc.) este în contact cu suprafața plană a unei plăci metalice, iar pe cealaltă față a plăcii dielectrice se așază vîrful unui electrod ascuțit și se aplică o tensiune înaltă între acest electrod și placa metalică, atunci pe suprafața liberă a dielectricului apare o *scînteie alunecătoare:* o serie de canale luminoase striate care se întind (alunecă) pe „interfața" aer-dielectric. Canalele descărcării imprimă pe suprafața dielectricului o serie de urme care pot fi relevate dacă, după stingerea scînteii este presărată pe zona respectivă o pulbere fină. De asemenea, descărcarea poate fi făcută vizibilă dacă ea se formează pe suprafața fotosensibilă a unei plăci fotografice. Astfel de imagini ale scînteilor alunecătoare au căpătat denumirea de figurile lui Lichtenberg (fig.VI.64). În cazul în care electrodul ascuțit este pozitiv, electronii sînt atrași de cîmpul intens din jurul lui, lăsînd în urma lor sarcina spațială a ionilor pozitivi care atrage noi electroni, dezvoltînd avalanșe secundare, ca în cazul strimerilor pozitivi. În felul acesta iau naștere o serie de ramificații, care se tot întind radial. În figura VI.65 se arată trei stadii de dezvoltare a unui strimer. În cazul vîrfului negativ, electronii sînt respinși de cîmpul intens către regiunea de cîmp mai slab, lăsînd în urma lor sarcina pozitivă care slăbește și mai mult cîmpul; figura va avea un caracter mai uniform decît descărcarea pozitivă. Descărcarea alunecătoare se folosește la dispozitivele de înregistrare a efectelor fulgerelor, numite *clidonografe* (fig. VI.64,d). După forma și întinderea figurilor Lichtenberg în aceste clidonografe se poate studia, de exemplu, statistica fulgerelor într-o regiune dată.

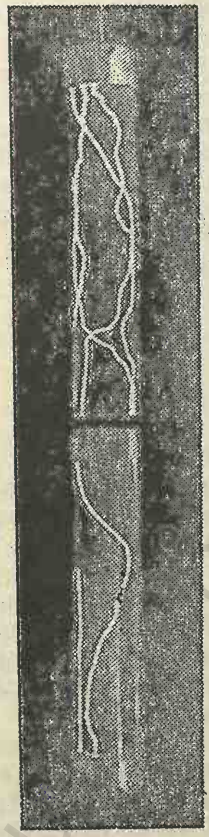
Reproductibilitatea bună a tensiunii de străpungere în condiții stabile de presiune, de natura gazului, de forma electrozilor și de natura suprafeței lor a determinat folosirea scînteii la măsurarea tensiunilor înalte. Aparatele de măsură bazate pe acest principiu folosesc dependența reproductibilă dintre tensiunea de străpungere și distanța dintre electrozi (de obicei, cu suprafețe sferice), cu luarea în considerație a corecțiilor datorate presiunii, temperaturii și umidității aerului (dacă descărcarea are loc în aer liber) în momentul măsurării tensiunii.



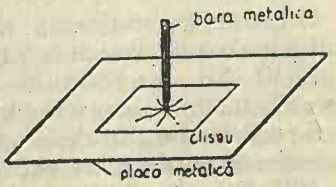
a)

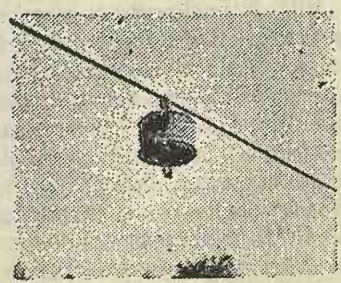


b)



c)





d)

Fig. VI.64. Scîntei alunecătoare (figuri Lichtenberg): a — pe o placă fotografică; electrod pozitiv; b — pe o placă fotografică; electrod negativ; c — de-a lungul unui izolator cilindric din porțelan; d — Schema clidonografului și aparatul montat.

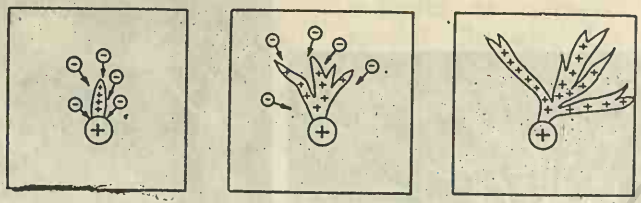


Fig. VI.65. Dezvoltarea unui strimer într-o scînteie alunecătoare cu vîrful pozitiv: a — începutul strimerului (electronii din capul avalanşei primare au pătruns în anod); b — un stadiu intermediar de dezvoltare; c — stadiul final al strimerului.

VI.17. PRODUCEREA PLASMELOR PRIN DESCĂRCĂRI ÎN IMPULSURI DE MARE PUTERE

După cum am văzut pînă acum, nici o descărcare electrică staţionară nu poate produce plasme foarte fierbinţi, de interes termonuclear, adică la temperaturi de ordinul 10^7 K şi mai mari. În § VI.14 s-a discutat acest aspect, stabilindu-se că, deja de la temperaturi de $\sim 5 \cdot 10^4$ K, corespunzătoare curenţilor de arc staţionar $\sim 10^3$ A, devine foarte neeconomică metoda, chiar dacă am crea maşinile care să susţină curenţi de descărcare mai mari. Pentru ilustrare, să calculăm intensitatea curentului staţionar pe care ar trebui să-l întreţină o instalaţie care ar realiza $T = 10^7$ K prin descărcare staţionară. Să luăm ca presiune iniţială a gazului $p_0 = nkT_0 = 0{,}1$ torr. Punînd $n_i \simeq n_e = n$ în (VI.150) şi ţinînd seama că $n = p_0/kT_0$, vom obţine

$$T = \frac{\mu_0}{16\pi^2} \frac{T_0}{p_0} \frac{I^2}{r^2}. \qquad \text{(VI.151)}$$

O descărcare staţionară, într-un tub cilindric de rază $r = 10$ cm, în care gazul iniţial avea presiunea 0,1 torr, va necesita un curent de $\sim 10^6$ A, calculat cu (VI.151). În condiţii de laborator, întreţinerea unui astfel de curent la tensiunile înalte necesare implică folosirea unor puteri uriaşe. Astfel de puteri pot fi realizate însă în descărcările în impulsuri prin descărcarea unor baterii de condensatori de mare capacitate. Se folosesc astfel capacităţi de ordinul $10-10^2$ μF, încărcate la tensiunile de ordinul 10^4-10^5 V. Inductanţa circuitelor trebuie să fie foarte mică (sub 10^{-2} μH). În aceste condiţii se pot obţine creşteri iniţiale ale curentului dI/dt de ordinul $10^{10} - 10^{12}$ A/s, timpul de descărcare fiind foarte scurt, de ordinul cîtorva μs. Puterea momentană atinge valori de $10^6 - 10^7$ kW, iar amplitudinea impulsului curentului, valori de 10^6-10^7 kW, iar amplitudinea impulsului curentului, valori de 10^6 A.

Ca exemplu, se dă în fig. VI.66 schema unei instalaţii pentru producerea descărcărilor de mare intensitate, în impulsuri, cu autocontracţie nestaţionară. Coloana descărcării este cilindrică (pinch liniar cilindric). Ea se mai numeşte şi *instalaţie de Z-pinch liniar rapid*. Legăturile camerei de descărcare cu bateria de condensatoare trebuie să aibă o inductanţă cît mai mică pentru a se asigura un transfer rapid de energie de la bancul de condensatoare la spaţiul de descărcare. Energia înmagazinată de condensatoare este de ordinul 10^5 J.

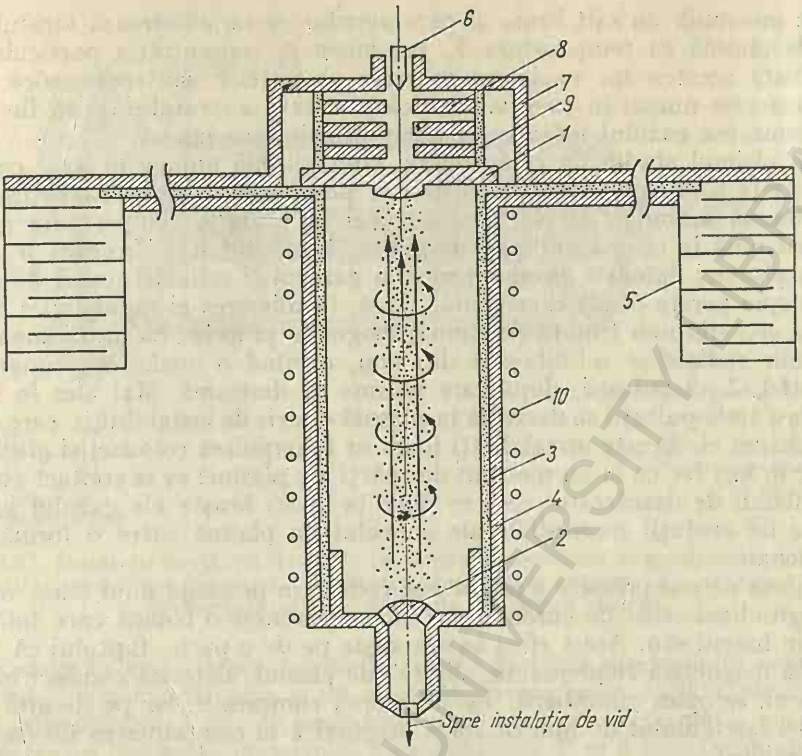


Fig. VI.66. Instalație de Z-pinch liniar rapid: *1*, 2 — electrozi; *3* — tubul de descărcare din material izolator; *4* — conductor cilindric de întoarcere a curentului în condensator; *5* — bateria de condensatori; *6* — electrod de amorsare (trigger); *7* — placă de legătură la bateria de condensatori; *8* — electrozi auxiliari, de comutație; *9* — izolator; *10* — bobină pentru producerea unui cîmp magnetic longitudinal.

Descărcarea este comandată printr-un impuls aplicat electrodului de comandă *6*. Este străpuns mai întîi spațiul între carcasa *7* și electrozii auxiliari *8*, apoi descărcarea se generalizează între *1* și *2*. Datorită variației rapide a intensității în tubul de descărcare *3*, curentul circulă la început doar pe lîngă pereți, sub forma unui strat cilindric subțire (efect pelicular sau „skin", asemănător curentului în conductori metalici, la tensiuni de înaltă frecvență). Dar, pe măsură ce curentul crește ($\sim 10^{11}$ A/s), cîmpul magnetic propriu contractă acest strat spre axă. Cum presiunea magnetică ($B^2/2\mu_0 \sim I^2$) este mult mai mare decît presiunea gazului, viteza de compresie a plasmei ajunge valori foarte mari. De exemplu, la o viteză inițială de creștere a curentului de 10^{11} A/s, în deuteriu, la presiunea inițială de 0,1 torr, într-un tub cilindric de 20 cm în diametru, această viteză este de ordinul 10^7 cm/s. Cu cît presiunea inițială a gazului e mai mică și cu cît rata inițială de creștere a curentului este mai mare, cu atît viteza de contracție a plasmei este mai mare. Această viteză mare ne indică faptul că cilindrul de plasmă comprimă gazul sub forma unei *unde de șoc convergente*, care — pe măsură ce înaintează — ionizează atomii de gaz și îi antrenează în mișcarea orientată spre axă. Așadar, unda de șoc convergentă este urmată de o *undă de ionizare intensă*. Fizic, fomarea undei

de șoc înseamnă un salt brusc al parametrilor ce caracterizează stratul cilindric de plasmă ca temperatura T, presiunea p, concentrația particulelor n.

Toate acestea fac ca lucrul mecanic al forțelor electrodinamice să nu se transforme numai în energia cinetică orientată a stratului, ci să fie folosit și la ionizarea gazului măturat de strat în mișcarea lui.

În ultimul stadiu de comprimare, cînd plasma ajunge la axă, cea mai mare parte a energiei mișcării dirijate a plasmei se transformă în mișcarea dezordonată a ionilor și electronilor, deci în căldură, temperatura gazului crescînd pînă la cîteva milioane de grade ($1—5 \cdot 10^6$ K). Urmează o destindere a plasmei datorată presiunii mari a gazului și reflexiei undei de șoc de la axă spre perete (undă divergentă). Însă, în mișcarea ei rapidă spre perete, plasma este din nou frînată de cîmpul magnetic propriu. La un moment dat, presiunile radiale se echilibrează din nou, urmînd o nouă comprimare. Au loc, astfel, 2—3 pulsații, după care plasma se destramă. Mai ales în cursul celei de a treia pulsații se dezvoltă în plasmă o serie de instabilități, care duc la destrămarea ei. Aceste instabilități (cum ar fi șerpuirea coloanei și gîtuirea ei din loc în loc) fac ca la un moment dat părți ale plasmei să ia contact cu peretele tubului de descărcare, ceea ce duce la răciri bruște ale gazului ionizat, urmate de evoluții ireversibile ale șnurului de plasmă către o formă total dezordonată.

Viteza de comprimare a plasmei se reduce în prezența unui cîmp magnetic longitudinal creat de curentul electric ce parcurge o bobină care înfășoară tubul în lungul său. Acest efect se datorește pe de o parte, faptului că liniile de forță magnetică fiind practic „lipite" de plasmă, datorită conductibilității mari a ei, se opun „flambării" lor în timpul compresiei, iar pe de altă parte opoziției fasciculului de linii de forță magnetică la comprimarea lui (la îndesirea liniilor).

Instalații de acest tip produc impulsuri foarte scurte (zecimi de μs) de neutroni și radiații X dure. Neutronii eliberați nu sînt de origine termonucleară, deoarece numărul lor depășește cu multe ordine de mărime numărul de neutroni condiționat de reacțiile termonucleare în H_2 și D_2 în care s-au observat aceste fenomene.

Un alt exemplu de obținere a plasmei prin descărcări în impulsuri de mare putere este *instalația de plasmă focalizată* reprezentată în fig. VI.67. Ea constă din doi cilindri metalici coaxiali montați într-un tub de sticlă în care se face vid, apoi se umple cu gazul de lucru (hidrogen, deuteriu etc.). La unul din capete, electrozii (cei doi cilindri) sînt fixați într-un corp izolator, iar la celălalt capăt sînt liberi. O baterie de condensatoare se descarcă rapid la capetele încastrate ale electrozilor (prin punctele de legătură A și B). La instalațiile mai mici bateria descarcă energii de ordinul 10^4 J și tensiuni de ordinul 10^4 V. La instalațiile mari se poate ajunge la 10^6 J. Presiunea în camera de descărcare este de ordinul 10^{-1} — 10 torr, iar electrozii pot avea 20 cm lungime și diametrul de 4 cm (electrodul interior) și 8 cm (electrodul exterior). La închiderea comutatorului rapid E, străpungerea între cei doi electrozi nu se produce pe toată lungimea lor, ci doar într-un strat subțire de-a lungul suprafeței izolatorului (un fel de scînteie alunecătoare). Se formează astfel un strat de plasmă care unește cei doi electrozi. Curentul de densitate j care circulă prin electrodul central se închide prin această „punte" de plasmă și prin electrodul exterior. Dacă j_r este curentul radial ce trece prin plasmă, atunci forța Lorentz, $j_r \times B_\theta$ va împinge cu putere acest strat de plasmă de-a lungul cilin-

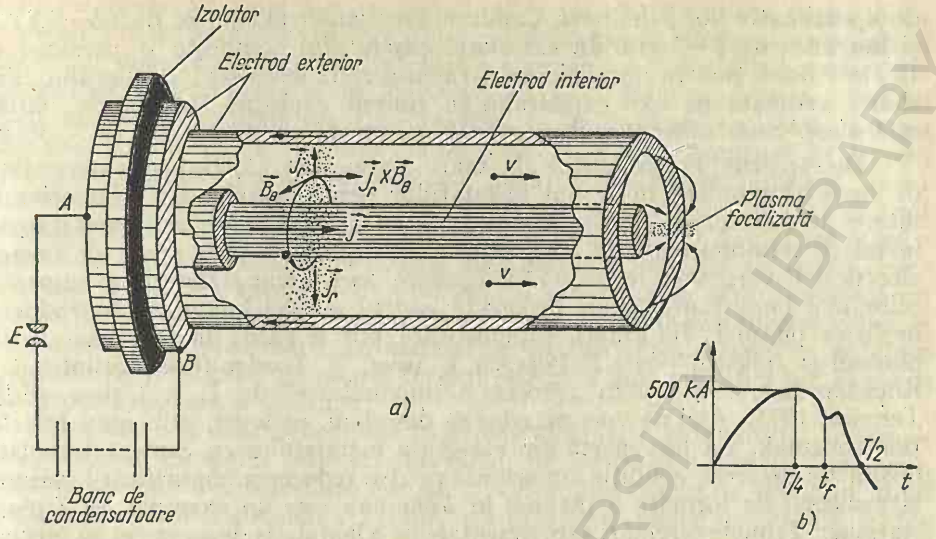


Fig. VI.67. Instalația de plasmă focalizată (a) și variația curentului de decărcare cu timpul (b); E — eclator (comutator rapid); A — contactul la electrodul interior; B — contactul la electrodul exterior; v — viteza de deplasare a plasmei.

drilor unde B_θ este cîmpul magnetic produs în jurul electrodului central de curentul j care circulă prin acest electrod. Propagarea axială a plasmei durează aproximativ 2 μs, corespunzînd unui sfert de perioadă a curentului de descărcare (perioada impulsului de curent este $T \simeq 8$ μs). După atingerea capătului electrodului central, stratul de plasmă se contractă puternic spre axă, evoluînd rapid spre o plasmă fierbinte, densă cu $10^{19} - 10^{20}$ particule/cm^3, într-un volum de numai 1—5 mm^3, în care se descarcă aproximativ 500 kA. Temperatura gazului ionic, aproximativ egală cu cea a gazului electronic este de 2—5 keV. În urma unui astfel de colaps al plasmei poate rezulta o producție de 10^{13}—10^{14} neutroni. În figura VI.67,*b* momentul colapsului (t_f) este marcat printr-o discontinuitate a curbei $I = I(t)$, explicată printr-o creștere bruscă a inductanței în timpul compresiei radiale. Cum se vede din fig. VI.67, *a* contracția plasmei la capătul cursei este un Z-pinch necilindric (tubul de curent în zona de focalizare nu este un tub cilindric).

Plasma fierbinte ce se formează în acest fenomen de focalizare are un timp de viață de 0,1 μs în cazul deuteriului și de 0,2 μs în cazul unui amestec deuteriu-tritiu. Pentru o energie de $3 \cdot 10^4$ J înmagazinată de bancul de condensatoare, se obține un număr de 10^{11} neutroni iar pentru $5 \cdot 10^5$/J se obțin 10^{13}—10^{14} neutroni. Mecanismul producerii neutronilor nu este cunoscut în toate detaliile, așa cum s-a menționat și în cazul instalației Z-pinch liniar cilindric de mai sus.

În încheiere, amintim fără a da detalii de construcție, încă două instalații de tip Z-pinch nestaționar. Primul este acela în care bateria de condensatoare se descarcă printr-un fir solid, impregnat cu deuteriu. Se produce o adevărată „explozie" a firului, plasma densă și fierbinte rezultată fiind autoconfinată prin Z-pinch cilindric nestaționar. Al doilea tip îl reprezintă descărcarea bateriei de condensatoare printr-un capilar umplut cu o soluție

de aproximativ 70% deuteriu. Capilarul are diametrul interior de 0,3—0,8 mm și lungimea de 3—7 cm. În exteriorul capilarului domnește o presiune de 15 atm. (azot) pentru împiedicarea străpungerii în exteriorul capilarului. Presiunile estimate pe axa capilarului în timpul exploziei au fost de 100 000 atmosfere. S-au obținut pulsuri de 10^5 neutroni pe durate de 10 — 50 ns.

Descărcările în impulsuri de mare putere au căpătat o extraordinar de mare răspundere în rîndul instalațiilor pentru producerea plasmelor de interes termonuclear. Aceste descărcări stau la baza celor mai promițătoare instalații termonucleare în care plasma este produsă prin aport de energie electrică. Diversitatea lor este atît de mare, încît chiar și descrierea sumară a celor mai importante tipuri depășește cadrul acestei lucrări de introducere în fizica plasmei. Informații suplimentare pot fi găsite în lucrarea „Fizica plasmei și aplicații" de I.I. Popescu, I. Iova, E. Toader (Edit. Științifică și Enciclopedică, 1981) și în „Procese termonucleare" de L. I. Ciplea (Edit. Tehnică, 1975). Aici ne vom mărgini să descriem, pe scurt, principiul instalației Tokamak. Ea face parte din categoria instalațiilor cu cameră toroidală, lipsită de electrozi, condiție importantă pentru reducerea impurificării plasmei. Mecanismul de formare a plasmei în Tokamak este un exemplu de Z-pinch staționar. Primele cercetări experimentale pe o instalație de acest tip au început în anul 1950 la institutul Kurceatov din Moscova. Ea a căpătat numele de Tokamak în 1957, reprezentînd primele două silabe de la cuvintele Toroidalnaia — toroidală, kamera — cameră, magnitnaia — magnetică și prima consoană de la cuvîntul katukșa — bobină (cameră toroidală cu bobină magnetică). Pînă în prezent s-au construit mai multe generații de instalații Tokamak, atît în U.R.S.S., cît și în alte țări. În figura VI.68 este dată schema de principiu a Tokamakului. Cum se vede, camera de descărcare toroidală reprezintă secundarul, unispiră, al unui transformator.

La aplicarea unui puls de tensiune în primar se induce în secundar (în camera toroidală) un curent de descărcare toroidal. Acest curent creează un

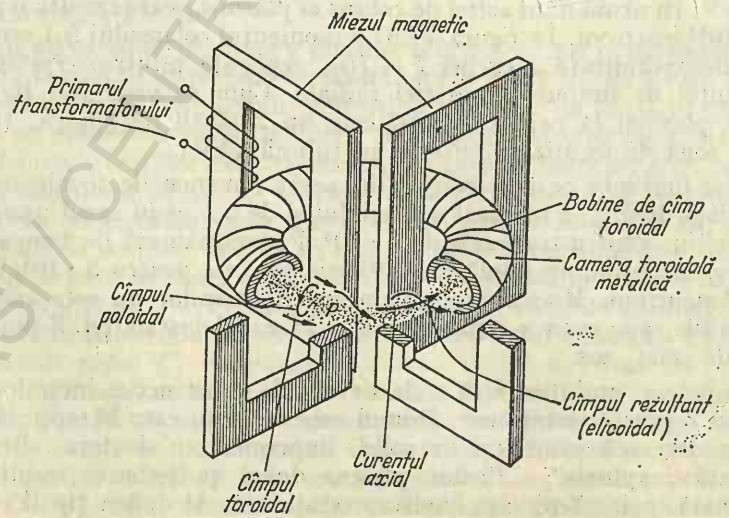


Fig. VI.68. Reprezentarea schematică a instalației Tokamak. *P* — coloana de plasmă.

cîmp magnetic azimutal (sau poloidal), care contractă plasma depărtînd-o de pereți. Pentru atenuarea instabilităților, bobine speciale înfășurate pe cameră creează un imens cîmp magnetic toroidal în interiorul camerei. Cîmpul magnetic toroidal (paralel cu curentul de descărcare) și cel poloidal se compun, dînd un cîmp magnetic rezultant care se încolăcește pe plasma toroidală. Pentru limitarea „mecanică" a secțiunii coloanei de plasmă se montează în cameră diafragme circulare cu deschiderea mai mică decît secțiunea camerei. Dacă expansiunea plasmei după raza mică a torului este împiedicată de cîmpul magnetic autoconfinator (cîmpul poloidal), expansiunea ei după raza mare a torului este împiedicată de prezența unei mantale metalice de cupru, care îmbracă în exterior mantaua de oțel inox a torului și în care ia naștere un curent (imaginea curentului de descărcare), conducînd la respingerea coloanei de plasmă după raza mare. În instalațiile mai mari se adaugă și un cîmp magnetic perpendicular pe planul torului pentru a face mai eficientă blocarea expansiunii radiale a plasmei.

Una din cele mai periculoase macroinstabilități care apare în Tokamak este datorată cîmpului magnetic elicoidal, pe care l-am amintit mai sus. Plasma începe să urmeze linia elicoidală a cîmpului magnetic rezultant, dînd naștere așa-numitei instabilități „kink" (de răsucire), cum se arată în fig. VI.69, care, o dată pornită, crește pînă la distrugerea șnurului de plasmă. Acest tip de macroinstabilitate poate fi combătut dacă lungimea de undă a elicoidei este mai mare sau egală cu lungimea șnurului de plasmă toroidală, $\lambda \gg 2\pi R$, unde R este raza mare a torului. Acesta este criteriul *Kruskal-Șafranov*, care mai poate fi pus sub forma

$$(H_e/H_i) > (R/r)$$

unde H_e cîmpul toroidal (extern), iar H_i este cîmpul poloidal, propriu (intern), creat de curentul descărcării. Ultima expresie arată că instabilitatea de răsucire nu apare dacă curentul electric al coloanei (care creează H_i) nu depășește o anumită valoare, astfel încît raportul H_e/H_i să satisfacă relația respectivă. Această valoare a curentului de descărcare se numește *limită Kruskal-Șafranov*. Dacă trebuie folosiți curenți mai mari în descărcare, atunci trebuie mărit corespunzător cîmpul magnetic longitudinal dat de bobinele înfășurate pe cameră. De regulă, în instalațiile termonucleare curentul plasmei este de 2,5 ori pînă la 3 ori mai mic decît limita Kruskal-Șafranov, pentru siguranță.

Dăm ca exemplu parametrii instalației T-4, care are raza mică a torului $r = 20$ cm, raza mare $R = 100$ cm și cîmpul magnetic extern (creat de bobinele

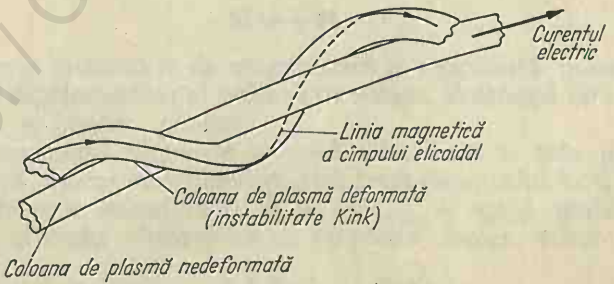


Fig. VI.69. Instabilitatea kink (de răsucire) provocată în Tokamak de cîmpul magnetic elicoidal.

înfășurate pe cameră) $H_e = 4$T. Criteriul Kruskal-Safranov permite ca o plasmă cu raza secțiunii de 17 cm să fie întreținută de un curent de cel mult 300 000 A. În aceste condiții s-au obținut $T_e \simeq 2—3$ keV, $T_i \simeq 0{,}6$ keV (1 keV $\simeq$ $\simeq 1{,}16 \cdot 10^7$ K), $n_e \simeq n_i \simeq 3 \cdot 10^{13}$ particule/cm^3, timpul de confinare $\tau \simeq$ $\simeq 20$ ms. Astfel, instalațiile Tokamak au permis obținerea pentru prima dată a unei durate de viață suficient de lungi încît noțiunea de temperatură să nu mai dea naștere la discuții. De asemenea, durata de viață a descărcării, volumul și concentrația acesteia satisfac toate condițiile cerute de noțiunea de plasmă. Toate acestea au permis să se verifice, pentru prima dată, experimental, o serie de deduceri teoretice. Astfel, s-a stabilit experimental că energia termică maximă a plasmei este aproximativ egală cu energia cîmpului magnetic propriu, produs de descărcare, confirmîndu-se astfel direct noțiunile de presiune magnetică și confinare magnetică. De asemenea, s-au verificat experimental o serie de deduceri ale teoriei ciocnirilor, cum ar fi faptul că difuzia particulelor și energiei după direcția normală pe liniile de cîmp magnetic depinde numai de cîmpul magnetic propriu, nu și de cîmpul magnetic toroidal (extern).

S-a precizat mecanismul de încălzire a plasmei în Tokamak. Astfel, pînă la o anumită valoare a temperaturii, domină încălzirea ohmică, în care electronul primește energie de la cîmp între două ciocniri și o cedează ionului în timpul ciocnirii; rezistivitatea plasmei scade cu creșterea temperaturii în acest interval de temperatură. Pentru atingerea unor temperaturi mai înalte sînt necesare și alte mecanisme de încălzire, cum ar fi încălzirea turbulentă a plasmei în care rezistivitatea crește în urma dezvoltării anumitor microinstabilități (rezistivitate „anormală"). Problema încălzirii plasmei este însă deschisă oricăror idei și metode noi, ca și alte probleme legate de această instalație termonucleară.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITARA

VII

PROPRIETĂȚI ALE PLASMELOR. PLASME TERMONUCLEARE

În acest capitol vor fi analizate unele aspecte mai importante ale plasmelor, folosind noțiunile date în capitolele anterioare. Pe această bază se vor stabili proprietăți ale plasmelor și comportarea acestora în situații concrete în care se folosesc cunoștințele puse la dispoziție de fizica plasmei.

VII.1. PROPRIETAȚI MAGNETICE. SUSCEPTIBILITATEA MAGNETICA A PLASMEI COLOANEI POZITIVE

Să presupunem că într-o regiune din spațiu, în care s-a aplicat cîmpul magnetic de intensitate $\mathbf{H}$ se aprinde o plasmă. Dacă în absența plasmei, inducția magnetică este $\mathbf{B}_0 = \mu_0\mathbf{H}$, plasma va modifica distribuția cîmpului, astfel încît el va deveni

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \Delta\mathbf{B} \tag{VII.1}$$

unde $\Delta\mathbf{B}$ este variația cîmpului magnetic în prezența plasmei. Notînd cu $\bar{M}$ vectorul de polarizare magnetică și χ susceptibilitatea magnetică, atunci, prin definiție, scriem

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \tag{VII.2}$$

$$\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}. \tag{VII.3}$$

$\mathbf{M}$ se mai numește intensitate de magnetizare și reprezintă momentul magnetic (momentul dipolar indus) al unității de volum. Problema este să stabilim expresiile $\mathbf{M}$ și χ pentru plasmă.

Știind că momentul magnetic al unei spire Larmor este $\mu_L = W_\perp/B_0$ și ținînd seama că plasma este diamagnetică (vezi paragraful II.4), momentul magnetic al unității de volum va fi $M = -(n_e\mu_{Le} + n_i\mu_{Li})$, unde μ_{Le} și μ_{Li} sînt momentele orbitelor electronice și, respectiv, ionice, adică

$$M = -\frac{n}{B_0}\left(\frac{m_e v_{\perp e}^2}{2} + \frac{m_i v_{\perp i}^2}{2}\right) \tag{VII.4}$$

în care am folosit $n_e \simeq n_i = n$. În planul perpendicular pe **B** vom avea

$$\frac{m_e v_{\perp e}^2}{2} = 2\frac{kT_e}{2} = kT_e$$

$$\frac{m_i v_{\perp i}^2}{2} = 2\frac{kT_i}{2} = kT_i$$

așa că *intensitatea de magnetizare a plasmei* va avea expresia

$$M = -\frac{nk(T_e + T_i)}{B_0}. \qquad \text{(VII. 5)}$$

Folosind (VII.3), stabilim și expresia *susceptibilității plasmei* diamagnetice

$$\chi = -\frac{\mu_0 nk(T_e + T_i)}{B_0^2} \qquad \text{(VII.6)}$$

Ținînd seama de relația generală dintre permeabilitatea magnetică și susceptibilitate, $\mu = \mu_0(1 + \chi)$, găsim imediat expresia *permeabilității magnetice a plasmei*

$$\mu = \mu_0\left[1 - \frac{\mu_0 nk(T_e + T_i)}{B_0^2}\right]. \qquad \text{(VII.7)}$$

După cum se vede, M, χ și μ nu sînt constante ale plasmei, ci depind de cîmpul B_0 în care ea se află. În general, M și χ scad, iar μ crește cu creșterea inducției B_0. Înmulțind (VII.7) cu H, obținem imediat

$$B = B_0 - \mu_0 \frac{nk(T_e + T_i)}{B_0}. \qquad \text{(VII.8)}$$

Aceasta este expresia cîmpului magnetic într-o zonă a spațiului unde, în absența plasmei, el era B_0. Evident, dacă plasma se stinge ($n = 0$), B revine la valoarea B_0.

Comparînd (VII.8) cu (VII.1), deducem variația (scăderea) inducției magnetice ΔB, cauzată de interacția plasmei cu B_0

$$\Delta B = -\mu_0 \frac{nk(T_e + T_i)}{B_0}. \qquad \text{(VII.9)}$$

Relația (VII.8) ne arată că, dacă în exteriorul plasmei domnește un cîmp magnetic de inducție B_0 (fig. VII.1), în interiorul ei cîmpul se micșorează cu cantitatea ΔB dată de (VII.9). Plasma îndepărtează deci o parte din liniile cîmpului magnetic din zona ocupată de ea. Partea exclusă este cu atît mai mare cu cît plasma este mai fierbinte (T_e, T_i mai mari) și cu cît ionizarea ei este mai puternică (n mai mare). În plus, fracțiunea exclusă ΔB este influențată și de valoarea cîmpului magnetic aplicat, B_0; ea se reduce cînd B_0 crește. Cînd B_0 este foarte mare, putem avea perturbări neînsemnate

ale lui B_0 din partea plasmei. Uneori ΔB poate deveni neglijabil față de B_0 și cîmpul magnetic din zona ocupată de plasmă devine practic egal cu cîmpul magnetic B_0 din exteriorul ei. Pe de altă parte, dacă la valori B_0 moderate, concentrația n și temperatura plasmei sînt atît de mari încît termenul perturbator să devină apropiat de B_0, atunci în interiorul plasmei $B \simeq 0$; plasma densă și fierbinte poate, deci, exclude aproape în întregime cîmpul magnetic din interiorul ei.

Fig. VII.1. Cîmpul magnetic exterior $B_0 = \mu_0 H$ și cîmpul magnetic interior $B = \mu H$, cînd plasma interacționează cu un cîmp de intensitate H.

Dăm mai jos expresiile pentru două cazuri limită:

a) Plasme reci, neizoterme, $T_e \gg T_i$

$$M \simeq - \frac{nkT_e}{B_0} \tag{VII.10}$$

$$\chi \simeq - \mu_0 \frac{nkT_e}{B_0^2} \tag{VII.11}$$

$$\mu \simeq \mu_0 \left(1 - \mu_0 \frac{nkT_e}{B_0^2}\right) \tag{VII.12}$$

$$B \cong B_0 - \mu_0 \frac{nkT_e}{B_0} . \tag{VII.13}$$

b) Plasme fierbinți, $T_e \simeq T_i = T$

$$M \simeq - \frac{2nkT}{B_0} \tag{VII.14}$$

$$\chi \simeq - \frac{2\mu_0 nkT}{B_0^2} \tag{VII.15}$$

$$\mu \simeq \mu_0 \left(1 - \frac{2\mu_0 nkT}{B_0^2}\right) \tag{VII.16}$$

$$B \simeq B_0 - \frac{2\mu_0 nkT}{B_0} . \tag{VII.17}$$

Cele spuse pînă acum se referă la comportarea plasmelor de joasă presiune, pentru care lungimea drumului mediu liber de ciocnire (al ionilor și al electronilor) este mult mai mare decît raza de curbură a traiectoriei individuale în cîmpul magnetic (raza Larmor), $\lambda \gg \rho_L$. Această ipoteză a fost presupusă (tacit) ca fiind valabilă atunci cînd s-a scris că purtătorii de sarcină execută orbite Larmor complete în planul perpendicular pe cîmpul magnetic, fără ca aceste orbite să fie „întrerupte" din cauza ciocnirilor. În acest caz, am obținut $|M| \sim 1/B_0$, $|\chi| \sim 1/B_0^2$. În cazul presiunilor mari (plasme „cu cioc-

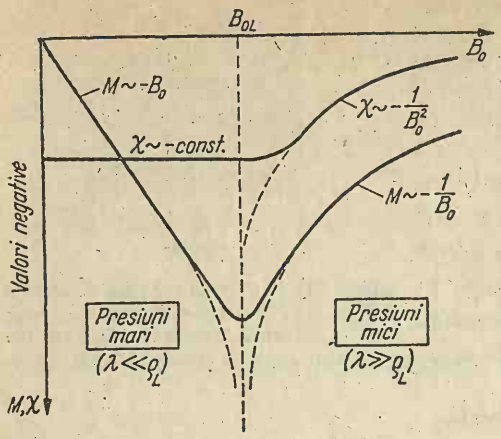


Fig. VII.2. Reprezentarea calitativă a dependențelor (M,B_0) și (χ,B_0) la presiuni mari și mici ale plasmei. Punctul B_{0L} corespunde aproximativ egalității $\lambda_e \simeq \rho_{Le}$.

niri" $\lambda \ll \rho_L$), se obține $|M| \sim B_0$, $|\chi| \sim$ const. O reprezentare calitativă este dată în fig. VII.2 în care se arată că la presiuni mici M variază invers proporțional cu B_0, iar χ inversul proporțional cu B_0^2, în timp ce la presiuni mari, M crește liniar cu B_0, iar χ rămîne constant la variația lui B_0. Punctul B_{0L} corespunde aproximativ egalității între drumul mediu liber al electronului (λ_e) și raza Larmor pentru electron (ρ_{Le}), $\lambda_e \simeq \rho_{Le}$. (Informații mai detaliate pot fi găsite în cartea „Elektriceskii tok v gaze" de V.L. Granovski, Moskva, 1971, în lb. rusă).

În practica de laborator trebuie avut în vedere că temperatura electronilor din plasma coloanei pozitive crește cu micșorarea razei tubului de descărcare și cu reducerea presiunii. De asemenea, trebuie știut că, în general, concentrația electronilor crește cu creșterea intensității curentului de descărcare. Prin creșterea lui pR pierderile purtătorilor la pereți se reduc, ceea ce înseamnă creșterea timpului de viață a particulelor încărcate; pentru menținerea staționarității descărcării vor fi necesare rate de ionizare mai mici, ceea ce înseamnă temperaturi electronice mai mici.

Un studiu calitativ al susceptibilității plasmei în cîmp magnetic poate fi făcut cu montajul din fig. VII.3. Într-un tub cilindric cu catod încălzit se aprinde o descărcare în arc în curent continuu, în mercur. Bobina exterioară K_1 asigură cîmpuri magnetice alternative, paralele cu axa tubului. Tensiunile folosite de Steenbeck în 1936 pentru alimentarea bobinei K_1 erau în jurul valorii 80 V. Bobina interioară K_2 este folosită la determinarea cîmpului magnetic pe axa bobinei K_1 în prezența și în absența plasmei. Aceasta se face prin măsurarea tensiunii induse la bornele bobinei K_2.

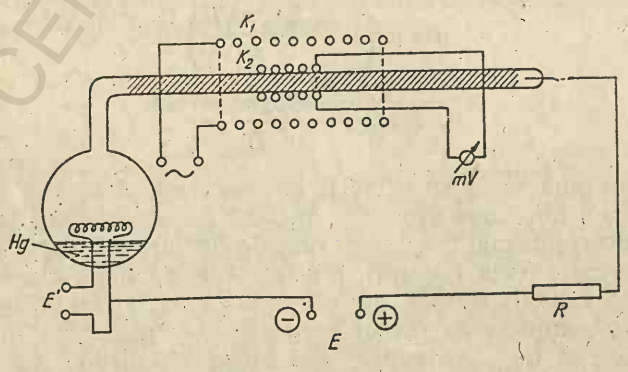


Fig. VII.3. Montaj pentru studiul susceptibilității plasmei coloanei pozitive în cîmp magnetic.

BCU IASI / CENTRUL

Dacă în absența descărcării, cîmpul bobinei K_1 este de forma

$$B_0(t) = B_{0m} \sin \omega t \tag{VII.18}$$

tensiunea e.m. la bobina K_2 va fi

$$\varepsilon_0 = -n_2 \frac{\mathrm{d}(B_0 S)}{\mathrm{d}t} = -n_2 S B_{0m} \omega \cos \omega t \tag{VII.19}$$

unde n_2 și S sînt numărul de spire și secțiunea bobinei K_2.

În prezența descărcării, cîmpul bobinei K_1 are expresia

$$B = B_m \sin \omega t \tag{VII.20}$$

și tensiunea e.m. la bornele bobinei K_2 va fi

$$\varepsilon = -n_2 S B_m \omega \cos \omega t. \tag{VII.21}$$

Raportul celor două tensiuni va fi

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{B_m}{B_{0m}}. \tag{VII.22}$$

Folosind valorile maxime ale inducției magnetice, putem scrie

$$\chi = \frac{B_m}{B_{0m}} - 1. \tag{VII.23}$$

Introducînd (VII.22) în (VII.23) obținem

$$\chi = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \tag{VII.24}$$

Măsurîndu-se tensiunile e.m. la bornele bobinei K_2 s-a găsit $\varepsilon < \varepsilon_0$, deci $\chi < 0$, verificîndu-se astfel experimental diamagnetismul plasmei.

În această experiență, scăderea t.e.m. se datorește nu variației lui, χ ci variației lui B_0 (a lui H creat de curentul bobinei K_1). De accea, determinările sînt doar orientative. Pentru măsurători cantitative, bobina K_1 este alimentată în c.c., iar în serie cu sursa E se montează un generator de tensiune alternativă. În acest fel, cîmpul magnetic care acționează asupra plasmei nu mai este variabil, în schimb, peste curentul continuu al arcului se suprapune o tensune alternativă. Se obține astfel o modulare a concentrației electronilor, ceea ce provoacă o modulare a cîmpului magnetic B din plasmă care se va modifica deci nu pe seama lui H, ci pe seama modificării susceptibilității magnetice χ a plasmei. S-au obținut χ între 10^{-8} și 10^{-7} pentru B_0 între 5—200 Gs.

VII.2. PLASMA LA ECHILIBRU TERMIC ÎN PREZENȚA UNUI CÎMP ELECTRIC. TEORIA SONDELOR LANGMUIR

Să considerăm cazul unei plasme la care componentele ionică și electronică au aceeași temperatură ($T_e \simeq T_i = T$), supusă acțiunii unui cîmp electric $\mathbf{E}$ provenit dintr-un potențial V existent în plasmă

$$\mathbf{E} = -\nabla V \tag{VII.25}$$

Mișcarea elementului de masă (a masei unității de volum $\rho = nm$) pentru oricare tip de particule m, cu sarcina q, va fi dată, cum știm, de ecuația de mișcare (III.89)

$$nm\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = nq(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla p - \nu_c nm\mathbf{u}$$

unde $\mathbf{u}$ este viteza macroscopică a gazului de particule (m, q). Prin ipoteză, $\mathbf{u} = 0$, așa că ecuația de mișcare se reduce la forma

$$nq\mathbf{E} - \nabla p = 0. \tag{VII.26}$$

Folosind (VII.25) și înmulțind scalar cu dr, ecuația (VII.26) devine

$$nq\,\nabla V \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = -\nabla p \cdot \mathrm{d}\mathbf{r}$$

sau

$$nq\,\mathrm{d}V = -\mathrm{d}p. \tag{VII.27}$$

Punînd $p = nkT$ și notînd că $\mathrm{d}(nkT) = kT\,\mathrm{d}n$ (echilibru termic), relația (VII.27) va putea fi scrisă sub forma

$$\frac{\mathrm{d}n}{n} = -\frac{q}{kT}\mathrm{d}V$$

care, integrată cu condiția la limită $n = n_0$ pentru $V = 0$ (n_0 — concentrația plasmei neperturbate, în absența cîmpului electric), ne va da

$$n = n_0 e^{-\frac{qV}{kT}} \tag{VII.28}$$

adică o formulă tip Boltzmann, care ne arată că densitatea de particule încărcate scade exponențial cu un potențial retardant V.

Ca aplicație, să considerăm un electrod metalic (de dimensiuni mici, pentru a perturba local cît mai puțin plasma) introdus într-o plasmă cu concentrația n_0 și temperatura electronilor (de sarcină $q = e$) notată cu T_e. Considerînd distribuția maxwelliană a electronilor, curentul ce trece prin unitatea de arie, în direcția perpendiculară pe ea, va fi

$$j_0 = \frac{en_e\bar{v}_e}{4} \tag{VII.29}$$

unde $\bar{v}_e$ este viteza medie aritmetică a electronilor distribuiți maxwellian

$$\bar{v}_e = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}}. \tag{VII.30}$$

Aplicînd la electrod un potențial întîrzietor pentru electroni (negativînd electrodul față de plasmă), densitatea curentului electronic colectat de electrod, va fi, conform relației Boltzmann (VII. 28)

$$j = j_0 e^{-\frac{eV}{kT}}. \tag{VII.31}$$

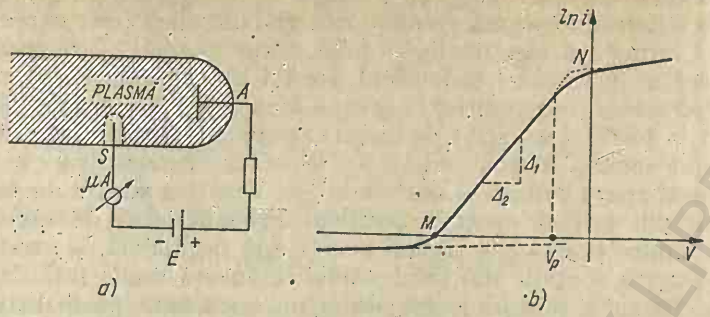


Fig. VII.4. Montajul sondei Langmuir (a) și caracteristica semilogaritmică (b): S — sonda cilindrică; E — sursa de tensiune pentru alimentarea sondei; μA — aparatul de măsurat curentul de sondă; A — anodul descărcării.

Un astfel de electrod metalic (plan, sferic, cilindric) de mici dimensiuni, introdus în plasmă, cu ajutorul căruia se pot extrage din plasmă curenți electronici sau ionici, în funcție de potențialul aplicat lui, se numește *sondă Langmuir*, iar metoda de diagnostică a plasmei cu ajutorul său este *metoda sondelor Langmuir*. O sondă izolată se va încărca negativ datorită mobilității mai mari a electronilor. O sondă legată la pămînt sau la unul din electrozi (de exemplu, anod) va colecta un curent electronic care poate fi măsurat cu un galvanometru înseriat cu sonda. Pentru a reduce acest curent, sonda va trebui negativată cu o sursă de tensiune corespunzătoare (fig. VII.4, a). Crescînd potențialul negativ al sondei, curentul colectat de ea se va micșora conform relației (VII.31), care, dacă se înmulțește cu suprafața sondei în contact cu plasma, va da relația pentru intensitarea curentului ($i = jS$, $i_0 = j_0 S$). Logaritmată, relația (VII.31) devine mai accesibilă experiențelor

$$\ln i = \ln i_0 - \frac{e}{kT_e} V_s \qquad \text{(VII.32)}$$

unde V_s este potențialul sondei față de plasmă în locul în care se află sonda. Dacă V_p este potențialul plasmei în acel loc (potențialul locului), atunci potențialul V aplicat sondei față de electrodul de referință (față de anodul A, în fig. VII.4) va fi $V = V_p + V_s$. Potențialul locului se poate afla direct din graficul (i, V), fiind punctul de pe axa tensiunilor pentru care curba suferă o cotitură bruscă spre un palier ($i = i_0$, neglijînd curentul ionic). Determinînd panta porțiunii liniare Δ_1/Δ_2 din graficul semilogaritmic $(\ln i, V_s)$, se poate calcula temperatura electronică

$$T_e = \frac{e/k}{\Delta_1/\Delta_2} \simeq \frac{11600}{\Delta_1/\Delta_2} \qquad \text{(VII.33)}$$

în care Δ_1/Δ_2 este luat în V^{-1}.

Introducînd T_e în (VII.30) se poate calcula viteza medie aritmetică $\bar{v}_e$, cu ajutorul căreia calculăm concentrația electronilor n_e din (VII.29), unde am introdus curentul de saturație i_0 și suprafața colectoare a sondei. Punctul M corespunde tensiunii pentru care curentul la sondă este nul (curentul ionic

este egal cu curentul electronic), iar punctul N corespunde curentului colectat de sonda flotantă, nesupusă vreunui potențial din afară (este curentul datorat agitației termice a electronilor și ionilor din plasmă). Deasupra axei V domină curentul electronic, dedesubtul acestei axe domină curentul ionilor pozitivi. Cînd sonda este pozitivă, respinge ionii pozitivi și atrage electronii; se formează în jurul ei un strat de sarcină spațială negativă. Electronii fiind accelerați spre sondă, produc excitări ale atomilor neutri cu care se ciocnesc și astfel stratul apare luminos. Cînd sonda este negativă stratul de perturbare este alcătuit din sarcină spațială pozitivă. Probabilitatea de excitare prin ciocniri ale ionilor pozitivi cu atomii neutri este neglijabilă, și stratul apare întunecat. Sarcina spațială din jurul sondei ecranează sonda față de plasmă, astfel încît cîmpurile perturbatoare ale ei nu acționează pe o distanță mai mare decît grosimea stratului de perturbare; particulele plasmei din afara stratului (din plasma neperturbată) se comportă ca și cum sonda nu ar exista. După cum am văzut, o sondă izolată își întinde acțiunea perturbatoare pe o distanță de ordinul lungimii Debye.

Plasma discutată aici este un caz ideal, în care nu există fluxuri (deplasări) macroscopice ale componentelor sale. În aceste condiții, un electrod introdus în plasmă va antrena curenți ionici și electronici în zona respectivă, în funcție de diferența de potențial V creată între acest electrod și punctul în care se află. Plasma coloanei pozitive a descărcării poate fi considerată, cu aproximație, o plasmă de acest tip, deoarece curenții macroscopici electronici și ionici spre cei doi electrozi dau viteze de antrenare ale particulelor neglijabile față de vitezele termice maxwelliene. Din aceste motive, metoda sondelor se aplică pe larg la diagnostica unor astfel de plasme.

VII.3. PLASMA SLAB IONIZATĂ ÎN REGIM STAȚIONAR

VII.3.1. DIFUZIA ȘI MOBILITATEA PURTĂTORILOR DE SARCINĂ

Considerăm, ca și mai sus, existența unui cîmp electric, acțiunea sa fiind însă mai marcată, în sensul că plasma nu mai poate fi considerată în echilibru termodinamic sub acțiunea lui, ci în mișcare, cu o viteză macroscopică $\mathbf{u}$. Această mișcare va da naștere la curenți electronici și ionici, orientați în direcția cmîpului electric. Aici vom studia însă cazul simplu al regimului staționar, $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = 0$ ($\mathbf{u} = \text{const.}$) și ne vom limita la examinarea situației, întîlnite frecvent în practică, în care curgerile (fluxurile) macroscopice constituie doar mici abateri de la starea de echilibru termic. Așadar, studiem o stare staționară cu puțin diferită de starea de echilibru termic, adică $\mathbf{u} \ll \langle \mathbf{v} \rangle$.

Fiind vorba de o plasmă slab ionizată, vom ține seama de faptul că frecvențele de ciocnire *e-e*, *i-i*, *e-i* sînt neglijabile ($\nu_{ee} = \nu_{ii} = \nu_{ei} = 0$). Luînd deci în considerare numai ciocnirile electron-atom neutru și ion-atom neutru ($\nu_{en} \neq 0$,

$\nu_{in} \neq 0$), fluxurile macroscopice vor fi descrise de două ecuații de mișcare independente (necuplate), de tipul (III.90)

$$n_e m_e \frac{d\mathbf{u}_e}{dt} = -|e| n_e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e - \nu_{en} m_e \mathbf{u}_e \qquad \text{(VII.34)}$$

$$n_i m_i \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = ze n_i (\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i - \nu_{in} m_i \mathbf{u}_i \qquad \text{(VII.35)}$$

în care, putem menține expresiile

$$p_e \simeq n_e k T_e, \qquad p_i \simeq n_i k T_i \qquad \text{(VII.36)}$$

deoarece mișcarea staționară considerată nu perturbă esențial echilibrul termic. Ecuațiile de mai sus fiind asemănătoare și independente vom analiza forma generală

$$nm \frac{d\mathbf{u}}{dt} = nq (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla p \nu_c - nm \mathbf{u} \qquad \text{(VII.37)}$$

unde $q = -e$ pentru electroni și $q = ze$ pentru ioni pozitivi.

Deoarece $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = 0$ (staționaritate) și vitezele $\mathbf{u}$ sînt mici, vom avea

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\,\mathbf{u} = 0 \qquad \text{(VII.38)}$$

În plus, vitezele macroscopice mici se obțin ca urmare a unor gradienți mic

$$\mathbf{E} = -\nabla V \simeq 0. \qquad \text{(VII.39}$$

Ținînd seama de (VII.38) și (VII.39) și de $\mathbf{B} = 0$, vom avea

$$nq\mathbf{E} - \nabla p - \nu_c nm\mathbf{u} = 0. \qquad \text{(VII.40)}$$

Considerînd că regimul staționar analizat aici nu modifică apreciabil starea de echilibru termodinamic la temperatura T, cum am spus, putem face uz de relațiile $p = nkT$ și $m\langle v^2 \rangle = 3kT$, astfel că termenul al doilea din (VII.40) devine

$$\nabla p \simeq \frac{m}{3} \nabla (n \langle v^2 \rangle). \qquad \text{(VII.41)}$$

Fiind vorba de o curgere macroscopică, vom introduce noțiunea de *densitate a curentului de particule*, Γ *(particule/m²·s)*. Astfel, dacă densitatea curentului electric $\mathbf{j}(A/m^2)$ este $\mathbf{j} = qn\mathbf{u}$, vom avea

$$\Gamma = n\mathbf{u} = \frac{\mathbf{j}}{q}. \qquad \text{(VII.42)}$$

Introducînd (VII.41) și (VII.42) în ecuația de mișcare (VII.40), obținem

$$nq\mathbf{E} - \frac{m}{3} \nabla (n \langle v^2 \rangle) - \nu_c m \Gamma = 0. \qquad \text{(VII.43)}$$

BCU IAȘI CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

Să explicităm densitatea curentului de particule Γ din această ecuație

$$\Gamma = n\frac{q}{\nu_c m}\mathbf{E} - \nabla\left(\frac{\langle v^2\rangle}{3\nu_c}n.\right) \tag{VII.44}$$

Introducînd *coeficientul de mobilitate*

$$\mu = \frac{q}{\nu_c m} \tag{VII.45}$$

și *coeficientul de difuzie*

$$D = \frac{\langle v^2\rangle}{3\nu_c} \tag{VII.46}$$

obținem

$$\Gamma = n\mu\mathbf{E} - \nabla(D\cdot n). \tag{VII.47}$$

Curentul total de particule de densitate Γ, este alcătuit deci dintr-un *curent de antrenare* (de drift) a particulelor încărcate (electroni sau ioni) în cîmpul $\mathbf{E}$, de densitate

$$\Gamma_{drift} = n\mu\mathbf{E} \tag{VII.48}$$

datorat gradienților de potențial

$$\Gamma_{drift} = -n\mu\nabla V \tag{VII.49}$$

și un *curent de difuzie*, de densitate

$$\Gamma_{dif} = -\nabla(Dn) \tag{VII.50}$$

datorat gradienților de concentrație. Așadar,

$$\Gamma = \Gamma_{drift} + \Gamma_{dif}. \tag{VII.51}$$

Discuție. Dacă λ_c este drumul mediu liber de ciocnire și Q secțiunea eficace de ciocnire a particulei încărcate (pentru electron, Q_e, iar pentru ion Q_i) cu particulele gazului neutru de concentrație N, putem scrie

$$\mu = \frac{q}{m}\frac{\lambda_c}{\langle v\rangle} = \frac{q}{m}\frac{1}{NQ\langle v\rangle}, \tag{VII.52}$$

relație care arată că mobilitatea purtătorilor, ca mișcare orientată în direcția cîmpului, se reduce cînd concentrația gazului neutru N, secțiunea de ciocnire Q și viteza agitației termice $\langle v\rangle$ cresc. Punînd apoi și coeficientul de difuzie D sub forma

$$D = \frac{\langle v\rangle\lambda_c}{3} = \frac{\langle v\rangle}{3NQ} \tag{VII.53}$$

apare evident faptul că difuzia crește cînd agitația termică e mai mare și scade cînd N și Q sînt mari.

VII.3.2. CONDUCTIVITATEA ELECTRICĂ A PLASMELOR SLAB IONIZATE

Putem exprima conductivitatea electrică σ prin mobilitatea purtătorilor μ, ținînd seama de (VII.42) și de $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$. Găsim imediat

$$\sigma = qn\mu. \tag{VII.54}$$

Mai departe, folosind expresia găsită pentru coeficientul de mobilitate (VII.45), vom avea

$$\sigma = \frac{q^2 n}{m\nu_c} \tag{VII.55}$$

relație care explicitează faptul că σ crește cu creșterea concentrației purtătorilor de sarcină și scade cu creșterea frecvenței ciocnirilor dintre ele și particulele neutre, indicînd o anumită „frecare" sau „viscozitate". În medii izotrope σ este un scalar. În cîmpuri E omogene, conductivitatea electronică σ_e și ionică σ_i se adună, deoarece fiecare reprezintă aportul la densitatea de curent a fiecărui tip de purtători, $\sigma = (|j_e| + |j_i|)/E$. Notînd deci $q_e = -e$, $q_i = ze$, vom avea

$$\sigma = \frac{e^2 n_e}{m_e \nu_{en}} + \frac{z^2 e^2 n_i}{m_i \nu_{in}}. \tag{VII.56}$$

În cazurile obișnuite, datorită raportului mare m_i/m_e, expresia conductivității (VII.58) conține numai primul termen.

VII.3.3. RELAȚIA LUI EINSTEIN

Raportul dintre intensitatea mișcării haotice (termice sau de difuzie) și intensitatea mișcării orientate macroscopic de cîmpul $\mathbf{E}$ poate fi exprimat cantitativ prin raportul coeficienților de difuzie și de mobilitate

$$\frac{D}{\mu} = \frac{m\langle v^2\rangle}{3q}; \tag{VII.57}$$

luînd $\frac{3}{2}kT = \frac{m\langle v^2\rangle}{2}$, obținem expresia

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q} \tag{VII.58}$$

numită și *relația lui Einstein*. Ea ne arată creșterea gradului de mișcare haotică față de mișcarea orientată cînd temperatura T crește (temperatura electronică T_e sau ionică T_i). Mai este numită și relația Einstein-Townsend.

VII.3.4. ECUAȚIA CONCENTRAȚIEI

Această ecuație exprimă dependența concentrației n (electrică n_e sau ionică n_i) de intensitatea cîmpului electric E. Să scriem ecuația de continuitate

$$\nabla(n\mathbf{u}) + \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \tag{VII.59}$$

sub forma

$$\nabla\Gamma + \frac{\partial n}{\partial t} = 0. \tag{VII.60}$$

Introducînd expresia (VII.47) pentru Γ, vom obține

$$\nabla(n\mu\mathbf{E}) - \nabla^2(Dn) + \frac{\partial n}{\partial t} = 0. \tag{VII.61}$$

Aceasta poartă numele de *ecuația concentrației*. În absența cîmpului electric ($\mathbf{E} = 0$), ea devine *ecuația de difuzie*

$$\nabla^2(Dn) = \frac{\partial n}{\partial t}, \tag{VII.62}$$

care descrie *difuzia liberă* a particulelor (electroni sau ioni). Ea poate fi folosită pentru a găsi evoluția în timp a plasmei după dispariția cîmpului electric care a întreținut-o.

VII.4. DIFUZIA AMBIPOLARĂ. TEORIA DE DIFUZIE A COLOANEI POZITIVE

VII.4.1. COEFICIENTUL DIFUZIEI AMBIPOLARE

Ca urmare a raportului mare între mobilitățile electronilor și ionilor, pereții izolați care delimitează plasma se încarcă negativ, datorită excesului de electroni. Din această cauză, potențialul peretelui va fi mai mic decît potențialul plasmei neperturbate. Apare astfel, lîngă perete, un cîmp electric accelerator pentru ionii pozitivi și întîrzietor pentru electroni. Ca urmare, se stabilește un echilibru dinamic, astfel că pe unitatea de arie a peretelui cad, în unitatea de timp, un număr egal de purtători pozitivi și negativi. Aceștia se recombină în stratul vecin suprafeței ducînd la scăderea numărului de purtători din plasmă. Apare astfel în plasmă un gradient de concentrație în direcția peretelui, atît pentru electroni, cît și pentru ionii pozitivi. Mișcarea particulelor plasmei datorită acestui gradient de concentrație, peste care se suprapune acțiunea cîmpului electric al peretelui (de accelerare pentru ionii pozitivi și de frînare pentru electroni) poartă numele de *difuzie ambipolară*.

Luînd cazul unei plasme cu ioni simpli ($z = +1$), cei doi curenți electrici spre perete vor avea densitățile

$$j_i = |e|\,\Gamma_i \tag{VII.63}$$

$$j_e = -|e|\Gamma_e \tag{VII.64}$$

unde Γ_i şi Γ_e reprezintă densităţile fluxurilor de ioni şi respectiv, de electroni spre perete (particule/m^2 · s). Densitatea curentului total va fi

$$j = e(\Gamma_i - \Gamma_e). \tag{VII.65}$$

Condiţia la limită, la peretele *izolat* este $j = 0$, de aceea,

$$\Gamma_i - \Gamma_e = 0.$$

Aşadar

$$\Gamma_i = \Gamma_e = \Gamma \tag{VII.66}$$

adică numărul electronilor şi al ionilor ce ajung la perete în unitatea de timp, pe unitatea de suprafaţă este acelaşi.

Considerînd coeficienţii de difuzie D_i, D_e ca fiind independenţi de coordonatele de poziţie (nu există gradienţi de temperatură), atunci expresia (VII.47) va da pentru cele două componente

$$\Gamma_i = n_i\mu_i\mathbf{E} - D_i\nabla n_i \tag{VII.67}$$

$$\Gamma_e = -n_e\mu_e\mathbf{E} - D_e\nabla n_e. \tag{VII.68}$$

Considerînd plasma neutră ($n_i \cong n_e = n$), aceste două ecuaţii ne vor da

$$n = \frac{D_i - D_e}{\mu_i + \mu_e}\frac{\mathbf{E}}{E^2}\cdot\nabla n. \tag{VII.69}$$

Înlocuind n în una din ecuaţii, obţinem expresia densităţii fluxului de particule

$$\Gamma = -\frac{\mu_i D_e + \mu_e D_i}{\mu_i + \mu_e}\nabla n \tag{VII.70}$$

Notînd cu D_{amb} coeficientul de difuzie ambipolară

$$D_{amb} = \frac{\mu_i D_e + \mu_e D_i}{\mu_i + \mu_e} \tag{VII.71}$$

avem

$$\Gamma = -D_{amb}\nabla n. \tag{VII.72}$$

Densitatea fluxului de particule spre perete este deci direct proporţională cu gradientul concentraţiei purtătorilor de sarcină. Coeficientul de proporţionalitate (D_{amb}) este influenţat atît de mobilităţile purtătorilor în cîmpul electric al peretelui (μ_i, μ_e) cît şi de difuzia liberă a lor (D_i, D_e).

O aproximaţie utilă în practică este $m_e \ll m_i$, ceea ce înseamnă $\mu_e \gg \mu_i$. În acest caz, coeficientul de difuzie ambipolară are o formă mai simplă

$$D_{amb} = D_i + \frac{\mu_i}{\mu_e}D_e. \tag{VII.73}$$

Folosind apoi ecuația Einstein pentru ambele tipuri de sarcini (electroni și ioni cu $z = +1$), obținem

$$\frac{\mu_i}{\mu_e} = \frac{D_i T_e}{D_e T_i}. \tag{VII.74}$$

Introducînd acest raport în (VII.73) vom avea

$$D_{amb} = D_i \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right). \tag{VII.75}$$

Relația (VII.75) ne arată că pentru plasmele reci, în care se poate face aproximația $T_e \gg T_i$, coeficientul difuziei amb.plare nu diferă mult de valoarea $D_i T_e$, în timp ce pentru plasmele la echilibru termic ($T_e \simeq T_i$), acest coeficient are aproximativ valoarea

$$D_{amb} \simeq 2D_i. \tag{VII.76}$$

Eliminînd D_i din (VII.75) cu ajutorul expresiei (VII.74), coeficientul difuziei ambipolare mai poate fi pus și sub forma

$$D_{amb} = D_e \frac{\mu_i}{\mu_e}\left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right). \tag{VII.77}$$

Din relațiile (VII.75) și (VII.76) se poate vedea ușor că

$$D_e > D_{amb} > D_i, \tag{VII.78}$$

adică D_{amb} este mai mare decît difuzia liberă (unipolară) a ionilor și mai mică decît difuzia liberă a electronilor.

Mai menționăm că folosind relația de definiție $\Gamma = n_i \mathbf{u}_i = n_e \mathbf{u}_e$ și, ținînd seama de egalitatea $n_e \simeq n_i = n$, putem scrie expresiile vitezelor de antrenare ale ionilor și electronilor pentru zona din plasmă în care domină difuzia ambipolară

$$\mathbf{u}_i \simeq \mathbf{u}_e = \frac{\Gamma}{n} = -D_a \frac{\nabla n}{n}. \tag{VII.79}$$

VII.4.2. INTENSITATEA CÎMPULUI ELECTRIC LA PERETE

Scriind egalitatea densităților de flux pentru ionii și electronii ce se îndreaptă spre peretele izolat

$$n\mu_i \mathbf{E} - D_i \nabla n = -n\mu_e \mathbf{E} - D_e \nabla n$$

obținem imediat

$$\mathbf{E} = \frac{D_i - D_e}{\mu_i + \mu_e} \frac{\nabla n}{n}. \tag{VII.80}$$

BCUAIC / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Într-o plasmă „rece" $\langle v_e^2 \rangle \gg \langle v_i^2 \rangle$ și deci $D_e \gg D_i$, de asemenea, $\mu_e \gg \mu_i$. În aceste condiții vom avea

$$\mathbf{E} \simeq -\frac{D_e}{\mu_e} \frac{\nabla n}{n} \cdot \qquad \text{(VII.81)}$$

expresie care arată că, în zona difuziei ambipolare, cîmpul electric este îndreptat în sens invers gradientului de concentrație. Ionii pozitivi vor fi acționați deci în sensul descreșterii concentrației, adică spre perete, în timp ce electronii vor fi frînați, ceea ce am stabilit calitativ mai sus. Folosind relația lui Einstein mai putem scrie

$$\mathbf{E} \simeq -\frac{kT_e}{e} \frac{\nabla n}{n} \qquad \text{(VII.82)}$$

ceea ce arată că intensitatea cîmpului electric la perete crește cu temperatura electronică. Pentru plasmele de laborator în care temperatura electronilor scade cu presiunea gazului, intensitățile E vor fi mai mici la presiuni mai mari.

Putem stabili o expresie și pentru distribuția potențialului electric în zona difuziei ambipolare, folosind relația $\mathbf{E} = -\nabla V$; vom obține

$$\frac{\nabla n}{n} = \frac{e}{kT_e} \nabla V$$

care integrată între V_0 (unde $n = n_0$) și V (unde $n = n$), ne va da

$$V - V_0 = \frac{kT_e}{e} \ln \frac{n}{n_0} \cdot \qquad \text{(VII.83)}$$

Această relație exprimă diferența dintre potențialul zonei centrale a plasmei și potențialul la frontiera sa. Deoarece la marginea plasmei $n \ll n_0$, relația (VII.83) ne arată că această diferență de potențial este doar o mică fracțiune din kT_e/e corespunzătoare energiei de agitație termică a electronilor din plasmă.

Scriind relația (VII.83) sub forma

$$n = n_0 \exp\left[\frac{e(V - V_0)}{kT_e}\right] \qquad \text{(V.II.84)}$$

ea ne indică o distribuție de tip Boltzmann în cîmpul electric din zona difuziei ambipolare.

VII.4.3. TEORIA DE DIFUZIE A COLOANEI POZITIVE (SCHOTTKY)

Presupunem că formarea purtătorilor de sarcină în plasmă are loc numai prin ciocniri de speța I electron-atom (ciocniri directe de ionizare) și că numărul ionizărilor din unitatea de volum, în unitatea de timp este proporțional cu concentrația electronilor, adică βn_e, unde β (ionizări/s) — reprezentînd numărul de ionizări produse de un electron într-o secundă — este o constantă pentru un gaz dat. Mai facem ipoteza simplificatoare că dispariția purtătorilor de sar-

cină din plasmă are loc numai prin neutralizarea lor reciprocă (recombinare) la marginea plasmei (la pereți), deci că nu există procese de recombinare în volumul plasmei. Conform acestor ipoteze, staționaritatea unei plasme este realizată, în general, prin concurența a două procese: formarea purtătorilor prin ciocniri directe în volum și dispariția lor prin recombinări la graniță (Schottky, 1924). Mișcarea electronilor și ionilor spre pereți are loc prin difuzie ambipolară, de aceea teoria bazată pe aceste ipoteze se mai numește și *teoria de difuzie* (în care drumul mediu liber de ciocnire este mai mic decît dimensiunea R a plasmei, $\lambda_c < R$). Expresia densității fluxului de particule spre pereți va fi deci dată de (VII.72). Aplicînd derivata spațială ∇ acestei relații obținem

$$\nabla^2 n + \frac{1}{D_a} \nabla \Gamma = 0. \tag{VII.85}$$

Conform ipotezei făcute, putem scrie expresia

$$\nabla \Gamma = \beta n_e \tag{VII.86}$$

care este, de fapt, o ecuație de continuitate. Înlocuind (VII.86) în (VII.85) obținem

$$\nabla^2 n + \frac{\beta}{D_a} n = 0 \tag{VII.87}$$

în care am folosit condiția $n_e \simeq n_i = n$. Această ecuație, împreună cu condiția ca n să se anuleze la margine, $n(R) = 0$, este asemănătoare cu ecuația vibrațiilor membranei elastice fixate la margini; concentrația n corespunde amplitudinii vibrației, iar $\sqrt{\beta/D_a}$ corespunde raportului ω/v între frecvența unghiulară și viteza undelor elastice în membrană. Cum se știe, o astfel de ecuație are soluții numai pentru valori discrete ale parametrului $\sqrt{\beta/D_a}$, forma acestor soluții depinzînd de configurația plasmei date. Mai jos vom considera plasma coloanei pozitive dintr-un tub cilindric de descărcare, adică simetria axială ($dn/d\theta = dn/dz = 0$), caz în care ecuația (VII.87) se va scrie

$$\frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} + \frac{\beta}{D_a} n = 0 \tag{VII.88}$$

unde r variază între zero și raza tubului de descărcare R. Soluția acestei *ecuații de tip Bessel* este funcția Bessel de ordin zero $J_0(x)$, cu argumentul

$$x = r \sqrt{\frac{\beta}{D_a}}.$$

Ținînd seama că pentru $x = 0$, $J_0(0) = 1$ (fig. VII.5), putem scrie

$$n(r) = n_0 J_0(r\sqrt{\beta/D_a}), \tag{VII.89}$$

unde $n_0 = n(0)$ reprezintă concentrația electronilor pe axa tubului de descărcare. Plecînd de la faptul stabilit experimental că, datorită recombinărilor, la perete ($r = R$) concentrația electronilor este mult mai mică decît în volumul

plasmei, Schottky admite condiția la limită pentru concentrația electronică sau ionică sub forma

$$J_0(R\sqrt{\beta/D}) = 0 \qquad \text{(VII.90)}$$

Ținînd seama că funcția Bessel J_0 se anulează prima dată pentru valoarea $x = 2{,}405$ a argumentului (fig. VII.5), vom scrie

$$R\sqrt{\frac{\beta}{D_a}} = 2{,}405 \qquad \text{(VII.91)}$$

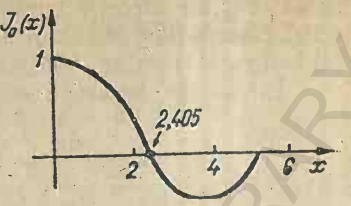


Fig. VII.5. Funcția Bessel de ordin zero J_0 (cu x) argument real.

astfel că distribuția radială (VII.89) a concentrației, pentru modelul de plasmă ales va fi

$$n(r) = n_0 J_0(2{,}405\ r/R) \qquad \text{(VII.92)}$$

adică $n(r)$ scade monoton de la $n(O) = n_0$ la $n(R) = 0$ după o funcție dată de funcția Bessel de ordin zero.

Introducînd (VII.92) în (VII.83) putem stabili o expresie care dă distribuția potențialului $V(r)$ între axa tubului și peretele său

$$V(r) = V_0 + \frac{kT_e}{e}\ln\left[J_0\left(2{,}405\frac{r}{R}\right)\right]. \qquad \text{(VII.93)}$$

Relațiile (VII.92, 93) ca și alte concluzii ale teoriei lui Schottky au doar caracter calitativ, datorită premiselor simplificatoare de la care pornește această teorie; pe lîngă simplificările expuse mai sus, menționăm că nu se iau în considerare și alte fenomene importante, cum ar fi: ciocnirile de speța a doua, ionizările cumulative, neomogenitatea termică a coloanei pozitive, existența mai multor nivele de excitare etc. Din aceste motive, teoria lui Schottky este utilă mai ales pentru înțelegerea orientativă a rolului diferiților parametri în mecanismul coloanei pozitive. Teoriile ulterioare au mai multă precizie, însă nu vor fi expuse aici, din cauza complexității lor. În plus, nici una nu rezolvă întreaga problematică a coloanei pozitive, ci tratează aspecte limitate, în care pot fi învinse dificultățile teoretice.

VII.5. PLASMĂ SLAB IONIZATĂ ÎN CÎMP ELECTRIC VARIABIL ÎN TIMP ȘI CÎMP MAGNETIC CONSTANT

VII.5.1. TENSORUL MOBILITĂȚII

Considerăm și aici o plasmă slab ionizată, în care ciocnirile purtătorilor de sarcină se produc numai cu particulele neutre. Ecuațiile de mișcare a diferitelor tipuri de purtători nu vor fi deci „cuplate" prin termenul de ciocnire și de aceea vom examina un singur tip de ecuație pentru particulele de masă m și sarcină q. Ca structură, vom considera la început o plasmă lipsită de gradienți de presiune ($\nabla p = 0$) și de variații spațiale ale vitezei medii ($\nabla u = 0$),

deci o plasmă omogenă. Cum vom vedea, cîmpul magnetic conduce la apariția unor direcții privilegiate pentru mobilitate, conductivitate și difuzie, adică plasma devine anizotropă în prezența lui B. Vom considera însă că plasma (anizotropă) rămîne omogenă în prezența cîmpului magnetic.

În aceste ipoteze, ecuația de mișcare

$$nm\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = nq\,(\mathbf{E} + \mathbf{u}\times\mathbf{B}) - \nabla p - \nu_c\, nm\mathbf{u} \qquad \text{(VII.94)}$$

devine

$$m\frac{\partial u}{\partial t} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u}\times\mathbf{B}) - \nu_c m\mathbf{u} \qquad \text{(VII.95)}$$

în care

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} \simeq \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\cdot$$

Cum se vede, în absența gradienților de presiune, ecuația care descrie mișcarea „elementului de masă" nm este identică cu ecuația pentru particula individuală, medie, din specia dată.

Considerăm cîmpul electric variabil de forma

$$\mathbf{E}(E_x e^{-i\omega t},\ E_y e^{-i\omega t},\ E_z e^{-i\omega t})$$

unde E_x, E_y, E_z, sînt amplitudinile intensității cîmpului electric pe direcțiile x, y, z, iar ω — pulsația cîmpului alternativ aplicat. Electronii și ionii vor oscila cu aceeași frecvență ω, astfel că viteza medie a unui purtător de sarcină va fi

$$\mathbf{u}(u_x e^{-i\omega t},\ u_y e^{-i\omega t},\ u_z e^{-i\omega t}).$$

Luăm axa z după direcția cîmpului magnetic aplicat

$$\mathbf{B}(0,\ 0,\ B_z).$$

Componentele pentru vectorii $\dfrac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ și $\mathbf{u}\times\mathbf{B}$ vor fi

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\,(-i\omega u_x e^{-i\omega t},\ -i\omega u_y e^{-i\omega t},\ -i\omega u_z e^{-i\omega t})$$

$$\mathbf{u}\times\mathbf{B}\,(u_y B_z e^{-i\omega t},\ -u_x B_z e^{-i\omega t},\ 0)$$

astfel că ecuația de mișcare scrisă după cele trei componente x, y, z va da

$$-mi\omega u_x = q(E_x + u_y B_z) - \nu_c m u_x$$

$$-mi\omega u_y = q(E_y - U_x B_z) - \nu_c m u_y$$

$$-mi\omega u_z = qE_z - \nu_c m u_z.$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru a cunoaște mișcarea particulei, vom explicita componentele vitezei u_x, u_y, u_z din aceste ecuații. După calcule elementare, găsim

$$u_x = \frac{q}{m}\frac{\nu_c - i\omega}{(\nu_c - i\omega)^2 + \omega_b^2}E_x + \frac{q}{m}\frac{\omega_b}{(\nu_c - i\omega)^2 + \omega_b^2}E_y$$

$$u_y = \frac{q}{m}\frac{-\omega_b}{(\nu_c - i\omega)^2 + \omega_b^2}E_x + \frac{q}{m}\frac{\nu_c - i\omega}{(\nu_c - i\omega)^2 + \omega_b^2}E_y \qquad \text{(VII.96)}$$

$$u_z = \frac{q}{m}\frac{1}{\nu_c - i\omega}E_z$$

unde ω_b este frecvența Larmor, $\omega_b = qB_z/m$. Introducînd notațiile

$$\begin{aligned} u_x &= \mu_{xx}E_x + \mu_{xy}E_y + \mu_{xz}E_z \\ u_y &= \mu_{yx}E_x + \mu_{yy}E_y + \mu_{yz}E_z \\ u_z &= \mu_{zx}E_x + \mu_{zy}E_y + \mu_{zz}E_z \end{aligned} \qquad \text{(VII.97)}$$

putem introduce tensorul *mobilității* $\hat{\mu}$ cu ajutorul căruia să exprimăm legătura dintre vectorul viteză $\mathbf{u}$ și vectorul cîmp electric

$$\mathbf{u} = \hat{\mu}\mathbf{E} \qquad \text{(VII.98)}$$

sau scalar

$$u_{jk} = \mu_{jk}E_k \quad (j, k = x, y, z). \qquad \text{(VII.99)}$$

Adoptînd scrierea tensorială simbolică, pe componentele x, y, z

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \qquad \text{(VII.100)}$$

sistemul de ecuații (VII.96) pentru componentele vitezei poate fi scris sub forma matriceală

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \frac{q}{m}\begin{bmatrix} \dfrac{\nu_c - i\omega}{(\nu_c - i\omega)^2 + \omega_b^2} & \dfrac{\omega_b}{(\nu_c - i\omega)^2 + \omega_b^2} & 0 \\ -\dfrac{\omega_b}{(\nu_c - i\omega)^2 + \omega_b^2} & \dfrac{\nu_c - i\omega}{(\nu_c - i\omega)^2 + \omega_b^2} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{\nu_c - i\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}. \qquad \text{(VII.101)}$$

Luînd în considerare mișcarea electronilor și ionilor (de sarcină ze) în cîmpurile $\mathbf{E}$, tensorul mobilității va avea doi termeni

$$\hat{\mu} = \hat{\mu}_e + \hat{\mu}_i. \qquad \text{(VII.102)}$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Notînd $\omega_{be} = -\frac{eB_z}{m_e}$, $\omega_{bi} = \frac{zeB_z}{m_i}$ frecvențele Larmor pentru cele două specii de particule și ν_{ce}, ν_{ci} frecvențele de ciocnire electron-atom și ion-atom, expresia tensorului mobilității va fi:

$$\hat{\mu} = \frac{e}{m_e}\begin{bmatrix} \frac{\nu_{ce}-i\omega}{(\nu_{ce}-i\omega)^2+\omega_{be}^2} & \frac{\omega_{be}}{(\nu_{ce}-i\omega)^2+\omega_{be}^2} & 0 \\ -\frac{\omega_{be}}{(\nu_{ce}-i\omega)^2+\omega_{be}^2} & \frac{\nu_{ce}-i\omega}{(\nu_{ce}-i\omega)^2+\omega_{be}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\nu_{ce}-i\omega} \end{bmatrix} +$$

$$+\frac{ze}{m_i}\begin{bmatrix} \frac{\nu_{ci}-i\omega}{(\nu_{ci}-i\omega)^2+\omega_{bi}^2} & \frac{\omega_{bi}}{(\nu_{ci}-i\omega)^2+\omega_{bi}^2} & 0 \\ -\frac{\omega_{bi}^2}{(\nu_{ci}-i\omega)^2+\omega_{bi}^2} & \frac{\nu_{ci}-i\omega}{(\nu_{ci}-i\omega)^2+\omega_{bi}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\nu_{ci}-i\omega} \end{bmatrix} \qquad \text{(VII.103}$$

Sînt interesante două cazuri particulare: (a) Frecvențele de ciocnire electron-atom și ion-atom sînt mult mai mari decît frecvența cîmpului electric aplicat ω și decît frecvențele Larmor ω_{be} și ω_{bi}

$$\nu_{ce}, \nu_{ci} \gg \omega, \omega_{be}, \omega_{bi}. \qquad \text{(VII.104}$$

Acest caz se mai numește *aproximația magnetohidrodinamică*, în care plasma poate fi considerată ca un fluid continuu sau cu un amestec de două „fluide" ionizate (electronic și ionic). Mobilitatea purtătorilor într-o astfel de plasmă dominată de ciocniri este un scalar real

$$\mu = \frac{e}{m_e}\begin{bmatrix} \frac{1}{\nu_{ce}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\nu_{ce}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\nu_{ce}} \end{bmatrix} + \frac{ze}{m_i}\begin{bmatrix} \frac{1}{\nu_{ci}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\nu_{ci}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\nu_{ci}} \end{bmatrix} \qquad \text{(VII.10}$$

sau

$$\mu = \frac{e}{m_e\nu_{ce}} + \frac{ze}{m_i\nu_{ci}} \qquad \text{(VII.10}$$

Dacă ținem seama că $m_e \ll m_i$, atunci

$$\mu \simeq \mu_e = \frac{e}{m_e\nu_{ce}}. \qquad \text{(VII.10}$$

BCU IAȘI / CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

b) Frecvențele Larmor sînt neglijabile față de ω și ν_c (B_z slabe): $\omega_{be} = \omega_{bi} \simeq 0$. În acest caz, tensorul mobilității se reduce la un scalar de formă complexă.

$$\mu = \frac{e}{m_e(\nu_{ce} - i\omega)} + \frac{ze}{m_i(\nu_{ci} - i\omega)} \tag{VII.108}$$

care poate fi ușor exprimat sub forma $\mu = \mu_r + i\mu_{im}$. Ținînd seama de aproximația $m_e \ll m_i$, expresia cu părțile reală și imaginară separate va fi

$$\mu \simeq \frac{e\nu_{ce}}{m_e(\nu_{ce}^2 + \omega^2)} + i\frac{e\omega}{m_e(\nu_{ce}^2 + \omega^2)} \tag{VII.109}$$

caz în care

$$\frac{\mu_r}{\mu_{im}} = \frac{\nu_{ce}}{\omega}. \tag{VII.110}$$

VII.5.2. TENSORUL CONDUCTIVITĂȚII ELECTRICE ȘI TENSORUL DIFUZIEI. RELAȚIA GENERALIZATĂ A LUI EINSTEIN

Folosind expresia vitezei $\mathbf{u} = \hat{\mu}\mathbf{E}$ în expresia densității de curent $\mathbf{j} = qn\mathbf{u}$, obținem

$$j = qn\hat{\mu}E \tag{VII.111}$$

în care coeficientul lui $\mathbf{E}$ are o formă tensorială, $qn\hat{\mu}$. Îl vom numi *tensorul conductivității electrice*

$$\hat{\sigma} = qn\hat{\mu}. \tag{VII.112}$$

Scriind densitățile de curent pentru cele două tipuri de purtători

$$\mathbf{j}_{electronic} = \hat{\sigma}_{electronic}\mathbf{E}$$

$$\mathbf{j}_{ionic} = \hat{\sigma}_{ionic}\mathbf{E}$$

în care $\hat{\sigma}_{electronic} = en\hat{\mu}_e$, $\hat{\sigma}_{ionic} = z_e n\hat{\mu}_i$, tensorul conductivității electrice are expresia

$$\hat{\sigma} = en\hat{\mu}_e + zen\hat{\mu}_i. \tag{VII.113}$$

În plasma dominată de ciocniri (ν_{ce}, $\nu_{ci} \gg \omega$, ω_{be}, ω_{bi}) conductivitatea este o mărime scalară, neinfluențată de prezența cîmpului magnetic,

$$\sigma = \frac{e^2 n}{m_e \nu_{ce}} + \frac{z^2 e^2 n}{m_i \nu_{ci}}. \tag{VII.114}$$

În cîmpuri magnetice slabe ($\omega_{ce} = \omega_{bi} \simeq 0$), σ este un număr complex

$$\sigma \simeq \frac{e^2 n\nu_{ce}}{m_e(\nu_{ce}^2 + \omega^2)} + i\frac{e^2 n\omega}{m_e(\nu_{ce}^2 + \omega^2)} \tag{VII.115}$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

unde s-a ținut seama de aproximația $m_e \ll m_i$. Se vede că și în acest caz

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_{im}} = \frac{\nu_{ce}}{\omega}. \tag{VII.116}$$

Evident, în cîmpuri electrice constante ($\omega = 0$)

$$\sigma \simeq \frac{e^2 n}{m_e \nu_{ce}}. \tag{VII.117}$$

În cazul în care în plasmă există gradienți de presiune ($\nabla p \neq 0$), se vor forma fluxuri de particule, datorită difuziei, în sensul scăderii presiunii. Împărțind ecuația (VII.94), cu nq, apare evident că termenul $\nabla p/nq$ are dimensiunea unui cîmp electric $\mathbf{E}'$. Notînd cu $\mathbf{u}' = \hat{\mu}\mathbf{E}'$ viteza de antrenare, putem scrie

$$\mathbf{u}' = -\hat{\mu}\frac{\nabla p}{nq}. \tag{VII.118}$$

Densitatea fluxului de particule datorat difuziei va fi

$$\boldsymbol{\Gamma} = n\mathbf{u}' = -\nabla\left(\frac{p}{q}\hat{\mu}\right).$$

Dacă T este temperatura gazului de particule difuzante, atunci

$$\boldsymbol{\Gamma} = -\nabla\frac{kT}{q}\left(\hat{\mu}\cdot n\right)$$

sau

$$\boldsymbol{\Gamma} = -\nabla(\hat{D}\cdot n)$$

unde

$$\hat{D} = \frac{kT}{q}\hat{\mu} \tag{VII.119}$$

este *tensorul difuziei*. Această expresie ne conduce la o *formă generalizată a ecuației lui Einstein*

$$\frac{\hat{D}}{\hat{\mu}} = \frac{kT}{q} \tag{VII.120}$$

sau, pe componente,

$$\frac{D_{jk}}{\mu_{jk}} = \frac{kT}{q}. \tag{VII.121}$$

Într-o plasmă în care $\mu = \mu_e + \mu_i \simeq \mu_e$, vom avea

$$\hat{D} \simeq \frac{kT_e}{e}\hat{\mu}_e \tag{VII.122}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În plasma dominantă de ciocniri, matricea lui μ_e este diagonală și coeficientul de difuzie este un scalar

$$D = \frac{kT_e}{m_e \nu_{ce}}. \tag{VII.123}$$

Folosind $m\overline{v_e^2}/2 = (3/2)\, kT_e$, mai putem scrie

$$D = \frac{\overline{v_e^2}}{3\nu_{ee}}. \tag{VII.124}$$

În concluzie, un cîmp magnetic intens transformă o plasmă izotropă, într-o plasmă anizotropă, în care atît conductivitatea cît și coeficienții de mobilitate și de difuzie sînt mărimi tensoriale. În cîmpuri electrice alternative, acestea sînt mărimi complexe. Numai în cîmpuri E constante și B = 0 aceste mărimi sînt scalari obișnuiți.

VII.6. PLASMĂ PUTERNIC IONIZATĂ ÎN REGIM STAȚIONAR. AUTOCONFINAREA

VII.6.1. EFECTUL PINCH

Considerăm cazul plasmelor puternic ionizate, avînd gradul de ionizare egal, practic, cu unitatea. Acestea se caracterizează deci prin absența neutrilor, $n_n \simeq 0$. Luînd și aici o plasmă cu ioni simpli ($z = 1$), vom avea $n_e \simeq n_i = n$. Vom studia regimul staționar, pe care îl vom presupune ca o mică perturbație a echilibrului termic, fiind valabile aproximațiile $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = 0$, $(\mathbf{u}\nabla)\,\mathbf{u} \simeq 0$, ceea ce înseamnă

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\,\mathbf{u} = 0.$$

Vom presupune plasma nu prea densă, astfel încît să putem neglija ciocnirile electron-electron și ion-ion. Vom avea deci numai două tipuri de ecuații de mișcare: pentru electroni (de sarcină -e) și pentru ioni (de sarcină +e)

$$\begin{aligned} -en_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e - \nu_{et} n_e m_e \mathbf{u}_e = 0 \\ en_i(\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i - \nu_{ie}\, n_i m_i \mathbf{u}_i = 0 \end{aligned} \tag{VII.125}$$

unde ν_{ei} este frecvența de ciocnire a electronului cu ionii, iar ν_{ie} — frecvența ciocnirilor ionului pozitiv cu electronii. Se poate spune că fiecare din ecuațiile (VII.125) reprezintă o stare staționară în care gradienții de presiune echili-

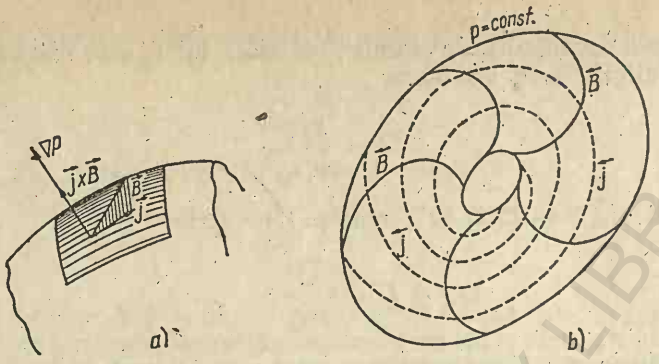


Fig. VII.6. Ortogonalitatea vectorilor j, B, ∇p (a) și o suprafață izobară toroidală (b).

brează forțele electromagnetice și forțele de frecare. Pentru forțele de frecare se poate scrie, evident, relația

$$\nu_{ei} n_e m_e \mathbf{u}_e = -\nu_{ie} n_i m_i \mathbf{u}_i \tag{VII.126}$$

care arată că cele două ecuații sînt „cuplate" prin frecvențele de ciocnire ν_{ei} și ν_{ie}. Adunînd ecuațiile (VII.125) și ținînd seama de (VII.126) obținem

$$-en(\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e + en(\mathbf{u}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i = 0$$

unde am ținut seama de condiția $n_e \simeq n_i = n$.

Grupînd termenii, obținem

$$en(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \times \mathbf{B} - \nabla(p_e + p_i) = 0 \tag{VII.127}$$

Ținînd seama că densitatea de curent este $\mathbf{j} = \mathbf{j}_i + \mathbf{j}_e = en(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e)$, relația (VII.127) devine

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla(p_e + p_i) = 0, \tag{VII.128}$$

sau, notînd $p = p_e + p_i$, vom avea

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla p \tag{VII.129}$$

Relația (VII.129) arată că produsul vectorial $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ este un vector paralele cu ∇p. Rezultă că vectorii j și B sînt cuprinși în suprafețele izobare $p = \text{const}$ (fig. VII.6 a). Se poate spune deci că, în cazul unor astfel de plasme, suprafețele izobare sînt alcătuite din linii de curent (j) și linii de inducție magnetică (B). Acestea sînt suprafeț închise, în interiorul cărora se află plasma respectivă. În general sînt suprafețe toroidale (fig. VII.6,b). Dacă B este inducția cîmpului magnetic propriu, adică a aceluia produs de curenții j după legea $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$, se pot alege condițiile experimentale astfel încît presiunea magnetică $p_{mag} = B^2/2\mu_0$ să fie îndreptată spre interiorul suprafeței izobare, în scopul de *a se opune presiunii gazocinetice*, deci în scopul de a izola, magnetic, plasma de pereții recipientului. Se poate deci obține un efect de *autocontracție* sau *autoconfinare* a plasmei, numit „efect pinch".

VII.6.2. CILINDRU DE PLASMĂ AUTOCONFINATĂ; DISTRIBUȚIA BENNETT, RELAȚIA BENNETT

Pentru un studiu cantitativ, să luăm un cilindru de plasmă de rază R, în care curentul de densitate j creează un cîmp magnetic circular, $\mathbf{B}_0$ (fig. VII.7,a). Ținînd seama că în același cîmp electric $\mathbf{u}_e \gg \mathbf{u}_i$ și scriind $p_e = nkT_e$, $p_i = nkT_i$, relația (VII.127) devine

$$en(\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0) + k(T_e + T_i)\nabla n = 0. \qquad \text{(VII.129)}$$

Deoarece $\mathbf{B}_0 \perp \mathbf{u}_e$, $|\mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0| = u_e B_0$. Pe de altă parte, n fiind funcție numai de r, $|\nabla n| = \mathrm{d}n/\mathrm{d}r$. În aceste condiții, ecuația (VII.129) se va scrie sub formă scalară

$$enu_e B_0 + k(T_e + T_i)\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}r} = 0. \qquad \text{(VII.130)}$$

Înmulțind (VII.130) cu r/n și aplicînd operatorul $\mathrm{d}/\mathrm{d}r$, obținem

$$eu_e \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(rB_0) + k(T_e + T_i)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{r}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}r}\right) = 0. \qquad \text{(VII.131)}$$

Folosind ecuația lui Maxwell $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$, vom elimina B_0 din primul termen al ecuației (VII.131). Astfel, deoarece $B_r = B_z = 0$, vom avea, în coordonate polare

$$|\nabla \times \mathbf{B}| = \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(rB_0). \qquad \text{(VII.132)}$$

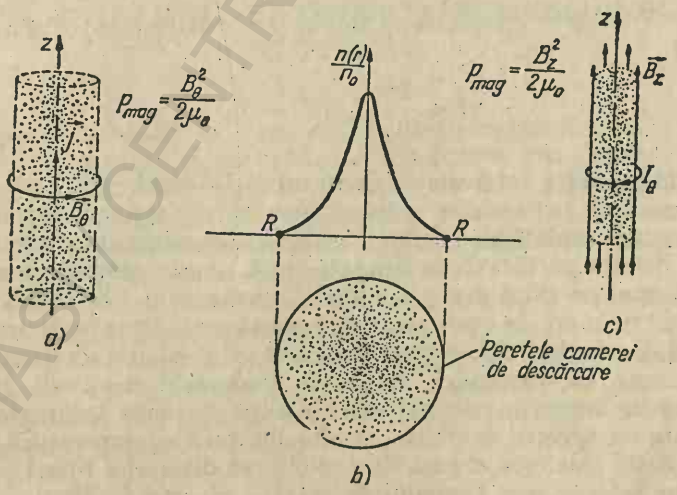


Fig VII.7. Pinch-ul liniar (a), distribuția Bennett (b) și pinch-ul azimutal (c).

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Folosind pentru densitatea de curent expresia $j = enu_e$, putem scrie

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rB_\theta) = \mu_0 enu_e. \tag{VII.133}$$

Ţinînd seama de (VII.133), ecuaţia (VII.131) devine

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{r}{n}\frac{dn}{dr}\right) + \frac{\mu_0 e^2 u_e^2}{k(T_e + T_i)} \cdot nr = 0. \tag{VII.134}$$

Aceasta este o ecuaţie diferenţială de ordinul doi neliniară, a cărei soluţie este cunoscuta *distribuţie Bennett*

$$n(r) = \frac{n_0}{(1 + bn_0 r^2)^2} \tag{VII.135}$$

unde

$$b = \frac{\mu_0 e^2 u_e^2}{8k(T_e + T_i)} \tag{VII.136}$$

iar n_0 este concentraţia electronilor pe axa tubului (fig. VII.7,b).

Luînd cazul ideal, în care presiunea magnetică este egală cu presiunea gazocinetică, vom scrie

$$\frac{B_0^2}{2\mu_0} = nk(T_e + T_i) \tag{VII.137}$$

şi, deoarece $B_0 = \mu_0 I/2\pi r$, relaţia (VII.137) ne va da

$$I^2 = \frac{8\pi^2 r^2 nk(T_e + T_i)}{\mu_0}. \tag{VII.138}$$

Notînd $N_l = \pi r^2 n$ concentraţia liniară (în particule/m) obţinem *relaţia lui Bennett*

$$I^2 = \frac{8\pi}{\mu_0} N_l k(T_e + T_i), \tag{VII.139}$$

care dă legătura între intensitatea curentului de descărcare I şi energia de agitaţie termică a particulelor plasmei, pentru ca acţiunea de împrăştiere spre pereţi să fie anulată de contracţia spre axă produsă de cîmpul magnetic propriu. Pe de altă parte, relaţia Bennett arată că este posibilă creşterea temperaturii plasmei pe calea creşterii intensităţii curentului de descărcare, pînă la valori oricît de mari. În realitate însă, această metodă de încălzire a plasmei este limitată de pierderile de energie, mai ales prin radiaţia de frînare (Bremsstrahlung) emisă de particulele încărcate (îndeosebi electroni) la frînarea (devierea) lor în cîmpurile coulombiene ale altor particule încărcate. Radiaţia de frînare are un spectru continuu. O altă limitare a temperaturilor maxime atinse pe această cale este impusă de dezvoltarea diverselor tipuri de instabilităţi care duc la scurtarea timpului de viaţă a plasmei fierbinţi.

Tipul de contracţie studiat aici, în care curentul principal al plasmei este axial I_z, liniile de cîmp magnetic fiind circulare B_θ se numeşte „pinch liniar"

sau „Z — pinch" (fig. VII.7,a). În cazul în care liniile de curent sînt cercuri concentrice față de axa cilindrului de plasmă (fig. VII.7,c), I_θ, fenomenul se numește *pinch azimutal* sau θ-*pinch*. În dispozitivul θ-pinch cîmpul magnetic confinator, B_z este aplicat din exterior, paralel cu axa. Plasma fiind diamagnetică, liniile nu pătrund în ea, „îmbrăcînd" plasma ca o cămașă cilindrică de linii de forță. În figura VII.8 se dă schema de principiu a unei instalații pentru obținerea pinch-ului azimutal: o spiră masivă înconjoară un tub de ceramică în care se realizează o plasmă de deuteriu. În primele variante ale instalației „Scylla" de la Los Alamos, cîmpurile magnetice erau de ordinul 10^5 Gs, cu durata de creștere de la zero la B_{max} de ordinul microsecundei. Presiunea inițială a deuteriului era 0,1 — 0,5 torr.

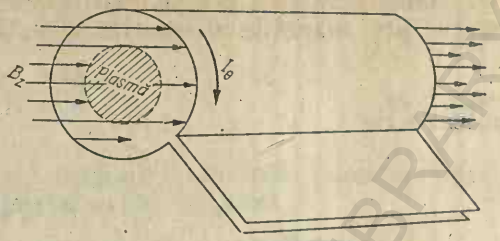


Fig.g. VI.8. Instalația „Thetatron" pentru obținerea pinciului azimutal.

VII.7. UNDE ÎN PLASMĂ

Datorită diversității particulelor și tipurilor de mișcare a lor, în plasmă poate exista o mare varietate de fenomene ondulatorii. În acest paragraf vom examina trei tipuri de unde posibile în plasmă: *unde electromagnetice*, *unde electrostatice* și *unde magnetohidrodinamice*.

VII.7.1. INTERACȚIA UNDELOR ELECTROMAGNETICE CU PLASMA

Cunoașterea modului în care undele electromagnetice interacționează cu particulele încărcate din plasmă este importantă atît pentru diagnostica plasmei (din modificările proprietăților undei de către plasmă), cît și pentru controlul ei (prin modificări ale proprietăților plasmei de către unda electromagnetică). De asemenea, un astfel de studiu ajută la cunoașterea plasmei ca sursă (generator) de unde electromagnetice.

Într-o plasmă, orice particulă de sarcină q, atinsă de unda electromagnetică (adică de vectorii **E** și **B** variabili ai undei), va fi supusă unei forțe electrice $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$ sub acțiunea căreia particula q va oscila în fază cu oscilațiile cîmpului **E** și unei forțe magnetice $\mathbf{F}_b = q(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$, unde **u** este viteza medie a particulei respective din plasmă. Valoarea maximă a forței magnetice (cînd $\mathbf{u} \perp \mathbf{B}$) este quB; raportul valorilor scalare F_e și F_b va fi

$$\frac{F_e}{F_b} = \frac{E}{\mu_0 u H}. \qquad \text{(VII.140)}$$

Ținînd seama că ecuațiile lui Maxwell ne pun la dispoziție următoarea relație între mărimile alternative **E** și **H**

$$\varepsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2 \tag{VII.141}$$

putem scrie

$$\frac{F_e}{F_b} = \frac{1}{u\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{u} \tag{VII.142}$$

unde $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ este viteza undelor electromagnetice în vid. Pentru cazurile obișnuite, în care vitezele u ale particulelor din plasmă sînt mult mai mici decît viteza luminii în vid ($u \ll c$), vom avea

$$F_e \gg F_b \tag{VII.143}$$

ceea ce arată că unda electromagnetică va acționa asupra particulelor practic numai prin vectorul intensitate a cîmpului electric alternativ al ei, **E**. Ea va produce în plasmă curenți locali cu densitățile

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} \tag{VII.144}$$

unde, cum am văzut, tensorul σ depinde, în general, de variabilele ω, ν_{ce}, ν_{ci}, ω_{be}, ω_{bi}. În cazul de față ω este pulsația undei electromagnetice.

Vom lua deci, conform teoriei electromagnetismului, o undă electromagnetică al cărei cîmp electric (și magnetic) variază sub forma $\exp[i(\mathbf{kr} - \omega t)]$, unde **k** este vectorul de undă (constanta de propagare), avînd modul $k = 2\pi/\lambda$ (λ — lungimea de undă).

Pentru a determina relația de dispersie, adică dependența direcției propagării (**k**) de frecvențele posibile din plasmă, să particularizăm mai întîi sistemul de ecuații Maxwell

$$\nabla \mathrm{x} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{VII.145}$$

$$\Delta \mathrm{x} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{VII.146}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{VII.147}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \tag{VII.148}$$

pentru interacția undă-plasmă. Vom nota cu **H**, **E** *amplitudinile* vectorilor magnetic și electric. Intensitățile celor două cîmpuri vor oscila deci după expresiile

$$\mathbf{H}e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)}, \qquad \mathbf{E}e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)}. \tag{VII.149}$$

Derivînd (VII. 149) și înlocuind în ecuațiile lui Maxwell obținem următorul sistem pentru amplitudinile **H** și **E**

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{H} = \mathbf{j} - i\varepsilon_0\omega\mathbf{E} \tag{VII.145'}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon \mathbf{H} \tag{VII.146'}$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0 \tag{VII.147'}$$

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot \tag{VII.148'}$$

Înlocuind pe j din (VII.145) prin expresia densităților curenților locali produși în plasmă de vectorul electric al undei, obținem

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{H} = \hat{\sigma}\mathbf{E} - i\varepsilon_0 \omega \mathbf{E} = -i\omega\varepsilon_0 \left(\hat{1} - \frac{\hat{\sigma}}{i\omega\varepsilon_0} \right) \mathbf{E} \tag{VII.150}$$

unde prin $\hat{1}$ am notat un tensor diagonal cu elementele egale cu unitatea.

Notînd

$$\varepsilon_0 \left(\hat{1} - \frac{\hat{\sigma}}{i\omega\varepsilon_0} \right) = \hat{\varepsilon} \tag{VII.151}$$

expresie care definește tensorul permitivității electrice a plasmei în cîmpul electric de frecvență ω, ecuația (VII.150) se va scrie

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \hat{\varepsilon} \mathbf{E}. \tag{VII.152}$$

Înmulțind scalar cu k ecuația (VII.145') și înlocuind j prin (VII.144), obținem

$$\mathbf{k}(\hat{\sigma} - i\omega\varepsilon_0)\mathbf{E} = 0,$$

sau

$$-\mathbf{k}\, i\omega\varepsilon_0 \left(1 - \frac{\hat{\sigma}}{i\omega\varepsilon_0} \right) \mathbf{E} = 0. \tag{VII.153}$$

Făcînd și aici uz de notația $1 \equiv \hat{1}$ și de expresia (VII.151), vom avea

$$\mathbf{k}\, \hat{\varepsilon}\, \mathbf{E} = 0. \tag{VII.154}$$

Ca exemplu, să luăm mai întîi cazul, în care efectul cîmpului magnetic static și al ciocnirilor este neglijabil ($\omega_{be}, \omega_{bi} \ll \omega$ și $\nu_{ce}, \nu_{ci} \ll \omega$). Este cazul plasmelor rarefiate în cîmpuri magnetice statice neglijabile. Tensorul conductivității $\hat{\sigma}$ se va reduce la un tensor diagonal, cu elementele egale cu $1/(-i\omega)$, deci la un scalar de forma

$$\sigma = -\frac{1}{i\omega} \left(\frac{z^2 e^2 n_i}{m_i} + \frac{e^2 n_e}{m_e} \right) \cdot \tag{VII.155}$$

Notînd cu ω_{pe} și ω_{pi} frecvențele electronică și ionică ale plasmei

$$\omega_{pe}^2 = \frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}, \quad \omega_{pi}^2 = \frac{z^2 e^2 n_i}{\varepsilon_0 m_i} \tag{VII.156}$$

vom avea

$$\sigma = -\frac{\varepsilon_0}{i\omega}(\omega_{pi}^2 + \omega_{pe}^2). \tag{VII.157}$$

Prin urmare, tensorul permitivității (VII.151) va fi și el un scalar caracterizînd o plasmă izotropă

$$\varepsilon = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right). \tag{VII.158}$$

Într-un mediu izotrop, și vectorul de undă se reduce la un scalar. Într-adevăr, considerînd permeabilitatea magnetică a plasmei egală cu a spațiului liber, vom avea

$$k = \frac{\omega}{v_f} = \frac{\omega \cdot \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}{c} \simeq \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_r}}{c} \tag{VII.159}$$

unde $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$. Ținînd seama de (VII.158), obținem din (VII.159) următoarea relație de dispersie $k = k(\omega)$ pentru cazul dat

$$k = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}}. \tag{VII.160}$$

Luînd, ca de obicei, $m_e \ll m_i$, rezultă $\omega_{pe} \gg \omega_{pi}$ și (VII.160) devine

$$k \simeq \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}. \tag{VII.161}$$

Vom discuta două cazuri limită ale acestei legi de dispersie.

a) *Frecvențe foarte înalte*, $\omega \gg \omega_{pe}$; cantitatea de sub radical este pozitivă și deci vectorul de undă k este un număr real. Viteza de fază și viteza de grup vor fi în acest caz

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}} \tag{VII.162}$$

$$v_g = \frac{\delta\omega}{\delta k} = c\sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}. \tag{VII.163}$$

După cum se vede, la frecvențe înalte, viteza de fază și viteza de grup tind către viteza luminii în vid; la aceste frecvențe unda electromagnetică se propagă deci în plasmă ca în vid, ca și cum plasma nu ar exista. Deci undele electromagnetice cu frecvențe mari față de frecvența oscilațiilor Langmuir penetrează ușor plasma; ea este „transparentă" pentru astfel de unde.

b) *Frecvențe mai mici decît frecvența oscilațiilor electronice* $\omega < \omega_{pe}$; în acest caz, k va fi un număr imaginar, și exponentul din (VII.149) va fi un scalar

real negativ, ceea ce înseamnă o scădere exponențială a amplitudinii deci o atenuare a undei pe o distanță d dată de expresia

$$d = \frac{c}{\omega_{p_e}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{p_e}^2}}} \tag{VII.163}$$

numită, cum se știe, *distanța de atenuare* sau *adîncimea skin*. Reamintim că adîncimea skin este, prin definiție distanța de-a lungul căreia amplitudinea undei se micșorează de $e = 2{,}718$ ori. Această mărime este utilă, deoarece la frecvențe joase ($\omega \ll \omega_{p_e}$), avem

$$d_0 = \frac{c}{\omega_{p_e}} \tag{VII.164}$$

relație care, împreună cu (VII.156), servește la determinarea concentrației electronilor plasmei, din măsurători ale distanței de atenuare. Conform celor spuse, o undă electromagnetică incidentă din vid pe o plasmă va trece prin ea, practic nestînjenită dacă $\omega \gg \omega_{p_e}$ și va fi reflectată de plasmă dacă $\omega \ll \omega_{p_e}$, după ce a parcurs în ea o lungime egală cu distanța de atenuare. Deoarece în ionosferă concentrația purtătorilor de sarcină crește cu înălțimea, datorită radiației ionizante exterioare Pămîntului, o undă electromagnetică emisă de pe Pămînt se va reflecta total în stratul în care este îndeplinită condiția $\omega_{p_e} \gg \omega$.

Fizic, reflexia undelor se poate explica prin aceea că la frecvențe foarte joase, particulele plasmei au suficient timp pentru a se rearanja, astfel ca printr-o polarizare corespunzătoare a plasmei, ele să poată ecrana interiorul plasmei de acțiunea cîmpului electric al undei electromagnetice, împiedicînd propagarea acesteia mai departe. La frecvențe mari, dimpotrivă, particulele plasmei nu mai au timp, între două alternanțe succesive ale undei, pentru a realiza o ecranare eficientă și unda electromagnetică trece mai departe.

În exemplul discutat, frecvența ciocnirilor între particulele plasmei este neglijabilă față de frecvența undei electromagnetice (plasmă „fără ciocniri"). În cele ce urmează ne vom referi la un exemplu în care B static este de asemenea neglijabil ($\omega_{b_i}, \omega_{b_e} \ll \omega$), însă frecvențele de ciocnire ν_{c_i} și ν_{c_e} nu mai sînt neglijabile (plasmă „cu ciocniri"). Tensorul conductibilității se va reduce în acest caz la scalarul

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 \omega_{p_i}^2}{\nu_{c_i} - i\omega} + \frac{\varepsilon_0 \omega_{p_e}^2}{\nu_{c_e} - i\omega}. \tag{VII.165}$$

Tensorul permitivității va fi și el un scalar de forma

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 - \frac{\omega_{p_i}^2}{\nu_{c_i}^2 + \omega^2} - \frac{\omega_{p_e}^2}{\nu_{c_e}^2 + \omega^2} + i\left[\frac{\omega_{p_i}^2 \nu_{c_i}}{\omega(\nu_{c_i}^2 + \omega^2)} + \frac{\omega_{p_e}^2 \nu_{c_e}}{\omega(\nu_{c_e}^2 + \omega^2)}\right]. \tag{VII.166}$$

Introducînd ε_r în (VII.159), obținem relația de dispersie $k = k(\omega)$ în cazul dat

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_{p_i}^2}{\nu_{c_i}^2 + \omega^2} - \frac{\omega_{p_e}^2}{\nu_{c_e}^2 + \omega^2} + i\left[\frac{\omega_{p_i}^2 \nu_{c_i}}{\omega(\nu_{c_i}^2 + \omega^2)} + \frac{\omega_{p_e}^2 \nu_{c_e}}{\omega(\nu_{c_e}^2 + \omega^2)}\right]} \tag{VII.167}$$

Aşadar, k are o parte reală şi o parte imaginară în acest caz. Partea imaginară va duce la expresia pentru adîncimea skin. Energia undei pe distanţa de atenuare este în acest caz transferată electronilor şi ionilor care o vor disipa prin ciocniri, plasma fiind „cu ciocniri".

Neglijîndu-se frecvenţa oscilaţiilor ionice, $\omega_{p_i} \simeq 0$, obţinem

$$k \simeq \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_{p_e}^2}{\nu_{c_e}^2 + \omega^2} + i \frac{\omega_{p_e}^2 \nu_{c_e}}{\omega(\nu_{c_e}^2 + \omega^2)}} \,. \qquad \text{(VII.168)}$$

Cele două exemple simple discutate mai sus, ambele în absenţa vreunui cîmp magnetic exterior sînt utile pentru înţelegerea fenomenelor. În prezenţa unui cîmp magnetic **B**, tensorul permitivităţii ε nu se mai reduce la un scalar şi calculele sînt mai lungi. Ceva mai simplu este cazul propagării undei în lungul lui **B**, adică **B** // **k**, unde **B** este static. Se poate arăta că, în acest caz, cîmpul magnetic (paralel cu vectorul de propagare) va descompune unda plană polarizată în două unde circular polarizate, asemănător fenomenului de dublă refracţie a luminii în cristale (efect Faraday).

VII.7.2. UNDE ELECTROSTATICE ÎN PLASMĂ

Considerăm o plasmă de dimensiuni infinite, perfect conductoare ($\sigma = \infty$), situată în afara cîmpurilor magnetice ($\mathbf{B} = 0$). Luînd în considerare doar gazul electronic şi presupunînd, pentru simplitate, absenţa ciocnirilor ($\nu_c = 0$), electronii se vor mişca, sub acţiunea cîmpurilor locale **E** şi a gradienţilor locali de presiune ∇p_e, după ecuaţia

$$n_e m_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} = n_e(-e)\,\mathbf{E} - \nabla p_e. \qquad \text{(VII.169)}$$

Folosind pentru densitatea locală de curent expresia $\mathbf{j} = -en_e\mathbf{u}_e$, ecuaţia (VII.169) devine

$$\frac{m_e}{e} \frac{\mathrm{d}\mathbf{j}}{\partial t} = en_e\mathbf{E} + \nabla p_e \qquad \text{(VII.170)}$$

Introducînd în (VII.170) densitatea de sarcină $\rho_e = en_e$ şi derivînd spaţial (prin operatorul ∇) ecuaţia obţinută, vom avea

$$\frac{m_e}{e\rho_e} \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \mathbf{j}) = \nabla \mathbf{E} + \frac{1}{\rho_e} \nabla^2 p_e. \qquad \text{(VII.171)}$$

În această ecuaţie, exprimăm $\nabla \mathbf{j}$ şi $\nabla \mathbf{E}$ cu ajutorul ecuaţiei de continuitate $\nabla \mathbf{j} = -\partial\rho/\partial t$ şi $\nabla \mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$; vom obţine

$$\frac{\partial^2 \rho_e}{\partial t^2} + \omega_e^2 \rho_e + \frac{e}{m_e} \nabla^2 p = 0 \qquad \text{(VII.172)}$$

unde $\omega_e^2 = e^2 n_e / \varepsilon_0 m_e$ este frecvenţa Langmuir a oscilaţiilor electronice, datorate fluctuaţiilor (abateri de la cvasineutralitatea plasmei). Cum aceste oscilaţii sînt foarte rapide, putem admite că variaţiile spaţiale ale presiunii,

luate în considerație aici, sînt adiabatice. Notînd raportul căldurilor specifice ale gazului electronic la presiune constantă și la volum constant cu $\gamma_e = (2+i)i$, unde i este numărul gradelor de libertate, vom putea scrie $\nabla p_e = \gamma_e k T_e \nabla n_e$ și deci

$$\frac{\partial^2 \rho_e}{\partial t^2} + \omega_e^2 \rho_e + \frac{e}{m_e} \gamma_e k T_e \nabla^2 n_e = 0. \qquad \text{(VII.173)}$$

Considerînd că aceste oscilații longitudinale au loc după direcția x, astfel că $i = 1$ ($\gamma_e = 3$), vom avea

$$\frac{\partial^2 \rho_e}{\partial t^2} + \omega_e^2 \rho_e + \frac{3\, k T_e}{m_e} \frac{\partial^2 \rho_e}{\partial x^2} = 0. \qquad \text{(VII.174)}$$

Aceasta este ecuația undelor electrostatice în plasmă, care arată că variațiile periodice în timp și spațiu ale densității de sarcină ρ_e se propagă sub forma unei unde plane longitudinale de forma

$$\rho_e = \rho_0 e^{i(kx - \omega t)}. \qquad \text{(VII.175)}$$

Derivînd în raport cu timpul și cu spațiul expresia undei plane (VII.175) și introducînd în ecuația undelor expresiile găsite vom obține relația de dispersie $k = k(\omega)$

$$-\omega^2 + \omega_e^2 + v_T^2 k^2 = 0 \qquad \text{(VII.176)}$$

unde $v_T = \sqrt{\frac{3kT_e}{m_e}}$ este viteza medie pătratică a electronilor (viteza termică). Din (VII.176) obținem imediat

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_e^2}{v_T^2}}. \qquad \text{(VII.177)}$$

Vitezele de fază și de grup pentru unda electrostatică vor fi

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{v_T}{\sqrt{1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2}}} \qquad \text{(VII.178)}$$

$$v_g = \frac{\delta\omega}{\delta k} = v_T \sqrt{1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2}}. \qquad \text{(VII.179)}$$

După cum se vede, intensificarea agitației termice (creșterea lui v_T) duce la creșterea vitezelor de propagare a undelor electrostatice în plasmă: cînd v_T este neglijabil de mică ($T_T \simeq 0$), undele electrostatice nu se propagă. Se mai observă că între cele trei viteze există relația

$$v_f \cdot v_g = v_T^2. \qquad \text{(VII.180)}$$

Așadar, plasma este un mediu dispersiv pentru undele electrostatice ($v_f \equiv v_g$). În mod obișnuit (k un număr real), undele electrostatice sînt de frecvență mai mare decît frecvența Langmuir ($\omega > \omega_e$, relația VII.177). Undele electrostatice cu λ foarte mare ($k \to 0$) se propagă dacă frecvența lor

este apropiată de frecvența Langmuir ($\omega^2 \simeq \omega_e^2$), plasma fiind foarte dispersivă pentru aceste unde ($\lambda_f \to \infty$, $\lambda_g \to 0$). Observăm că această aproximație poate fi exprimată prin $k^2 \ll \omega_e^2/v_T^2$ sau $k \ll 1/\lambda_D$, unde λ_D este lungimea Debye pentru cazul dat.

VII.7.3. UNDE MAGNETOHIDRODINAMICE ÎN PLASMĂ

Vom lua aici o plasmă în aproximația magnetohidrodinamică, asimilată cu un fluid conductor în care $\nu_s \gg \omega_b$ (domină ciocnirile). Frecvența mare a ciocnirilor anulează, practic, efectele de anizotropie introduse de un cîmp magnetic B aplicat plasmei. Acest cîmp va influența doar mișcarea de ansamblu a plasmei, cu viteza **u**. Vom considera o plasmă densă, puternic ionizată de conductivitate infinită, $\sigma \simeq \infty$. Datorită ciocnirilor, neomogenitățile spațiale dispar repede, încît putem scrie $\nabla p = 0$, $\mathrm{d}\mathbf{u}/\mathrm{d}t \simeq \partial \mathbf{u}/\partial t$, $\rho_m \simeq$ const. unde ρ_m este densitatea masică $\rho_m = \rho_{m_e} + \rho_{m_i}$. Înțelegînd prin u viteza fluxului de masă,

$$\mathbf{u} = \frac{\rho_{m_e}\mathbf{u}_e + \rho_{m_i}\mathbf{u}_i}{\rho_{m_e} + \rho_{m_i}}$$

se poate găsi, din adunarea ecuațiilor de mișcare ale celor două fluide electronic și ionic, cu vitezele fluxurilor de masă $\mathbf{u}_e$ și $\mathbf{u}_i$, expresia

$$\rho_m \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \qquad \text{(VII.181)}$$

unde $\mathbf{j} = en(\mathbf{u}_e + \mathbf{u}_i)$ și $n = n_e \simeq n_i$. În aceste calcule se mai face uz de egalitatea $\nu_{ei} n_e m_e \mathbf{u}_e = -\nu_{ie} n_i m_i \mathbf{u}_i$, în care ν_{ei}, ν_{ie} sînt frecvențele de ciocnire ale electronului și ionului cu ionii și, respectiv cu electronii. Avînd $\sigma = \infty$, dar j finit, expresia $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$ ne va da

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = 0. \qquad \text{(VII.182}$$

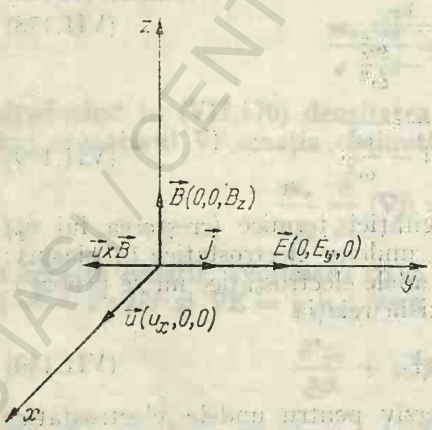


Fig. VII.9. Deplasarea macroscopică a plasmei cu viteza u | B și efectele ei E și J.

Pentru ușurința calculelor, luăm B de-a lungul lui z și considerăm apariția la un moment dat, a unei deplasări macroscopice a plasmei după o direcție perpendiculară pe B și anume, după x, cu viteza $\mathbf{u}(u_x, 0, 0)$. Ecuația (VII.182) ne arată apariția unui cîmp electric E de-a lungul lui y, dar în sens opus vectorului $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ (fig. VII.9). Ca urmare, se formează un curent electric după y de densitate $\mathbf{j}(0, j_y, 0)$. Din cauza ortogonalității vectorilor, ecuația (VII.181) poate fi scrisă sub formă scalară

$$\rho_m \frac{\partial u_x}{\partial t} = j_y B_z \qquad \text{(VII.183)}$$

care arată o mișcare accelerată a elementului de masă în direcția x datorită forței de modul $j_y B_z$. Folosind $U_x = E_y/B_z$ din VII.182 în (VII.183) obținem

$$\frac{\rho_m}{B_z}\frac{\partial E_y}{\partial t} = j_y B_z \qquad \text{(VII.184)}$$

de unde

$$j_y = \frac{\rho_m}{B_z^2}\frac{\partial E_y}{\partial t}. \qquad \text{(VII.185)}$$

Aplicînd operatorul $\partial/\partial t$ ecuației circuitului magnitic (VII.145) și operatorul $(\nabla\times)$ ecuației inducției electromagnitice (VII.146) și ținînd seama de faptul că unda electrică transversală **E** nu poate induce acumulări de sarcină electrică ($\rho_e = 0$), adică $\nabla \mathbf{E} = 0$ obținem ecuația undelor electromagnetice în plasma străbătută de curenții **j**

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \qquad \text{(VII.186)}$$

Scriind (VII.185) sub formă vectorială (**E** și **j** au același versor) și înlocuind în (VII.186) obținem

$$\nabla \mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\left(1 + \mu_0 c^2\frac{\rho_m}{B_z^2}\right)\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{(VII.187)}$$

în care am notat $\varepsilon_0\mu_0 = 1/c^2$.

Aceasta este ecuația undelor magnetohidrodinamice transversale (numite și *unde Alfvén*). Conform celor spuse, undele Alfvén transversale se propagă după direcția cîmpului magnetic, astfel că putem scrie și sub forma scalară

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\left(1 + \mu_0 c^2\frac{\rho_m}{B_z^2}\right)\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \qquad \text{(VII.189)}$$

Luînd soluția sub forma unei unde plane de mică amplitudine

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\left[i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\right] \qquad \text{(VII.190)}$$

și înlocuind în ecuație, găsim relația de dispersie

$$k^2 - \frac{1}{c^2}\left(1 + \mu_0 c^2\frac{\rho_m}{B_z^2}\right)\omega^2 = 0 \qquad \text{(VII.191)}$$

Viteza de fază a undelor Alfvén, v_A va fi

$$v_A = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 + \mu_0 c^2\dfrac{\rho_m}{B_z^2}}} \simeq \frac{B_z}{\sqrt{\mu_0\rho_m}}. \qquad \text{(VII.192)}$$

Viteza de grup $\delta\omega/\delta k$ se găsește a fi egală cu viteza de fază.

Sensul fizic al propagării undelor Alfvén de-a lungul cîmpului magnetic constă în următoarele. În plasmele ideal conductoare ($\sigma = \infty$), liniile cîmpului magnetic sînt „lipite" de plasmă și evoluează împreună. O deformație macroscopică a plasmei în direcția normală la **B** (fig.VII.10) va „tensiona"

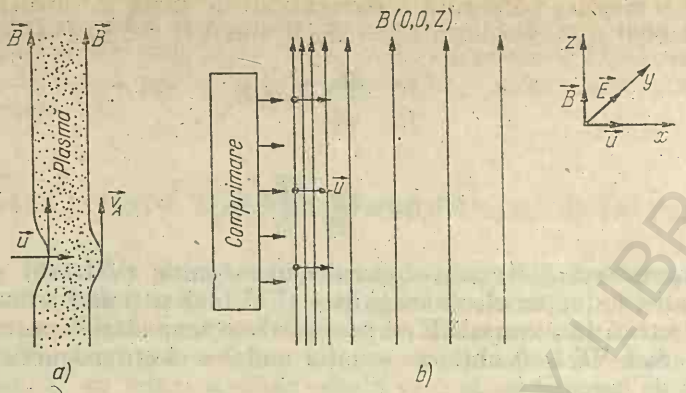


Fig. VII.10. a — unda MHD transversală $v_A \perp u$ (Alfvén).
b — unda MHD longitudinală ($v_s \parallel u$)

liniile de cîmp, ca în cazul unei coarde vibrante și deformația se va deplasa în lungul acestor linii.

În afara undelor Alfvén (unde transversale ce se propagă în lungul liniilor cîmpului magnetic), în plasmă pot exista și unde MHD longitudinale. În figura VII.10 se arată apariția unei astfel de unde. Luăm în acest caz direcția deformației perpendiculară pe cîmpul magnetic ($\mathbf{u} \perp \mathbf{B}$). În ecuația de mișcare a elementului de masă nu vom mai neglija gradientul presiunii ∇p; el este termenul de comprimare în direcția deformației. Vom avea deci

$$\rho_m \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p. \tag{VII.193}$$

Dacă v_s este viteza dde propagare a acestor unde „sonore", adică longitudinale, atunci gradientul presiunii, redus la variația acesteia în direcția de propagare x, va deveni

$$\frac{\partial p}{\partial x} = v_s^2 \frac{\partial \rho_m}{\partial x}. \tag{VII.194}$$

Așadar, luînd $\mathbf{B}(0, 0, B_z)$, $\mathbf{u}(u_x, 0, 0)$ obținem, cum am văzut, $\mathbf{E}(0, E_y, 0)$ și $\mathbf{j}(0, j_y, 0)$, astfel că ecuațiile (VII.182) și (VII.193) scrise scalar, prin proiecțiile vectorilor, vor deveni

$$E_y = u_x B_z \tag{VII.195}$$

$$\rho_m \frac{\partial u_x}{\partial t} = j_y B_z - v_s^2 \frac{\partial \rho_m}{\partial x}. \tag{VII.196}$$

Exprimîndu-se j_y cu ajutorul acestor două ecuații, împreună cu ecuația de continuitate $\nabla(\rho_m \mathbf{u}) = -\partial \rho_m / \partial t$ și introducîndu-l în (VII.186), se obține ecuația undelor MHD longitudinale, sau ecuația *undelor magnetoacustice*.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Se găsește pentru viteza de fază (egală cu viteza de grup) a undelor magnetoacustice expresia

$$v_{ac} = v_A \sqrt{1 + \frac{\gamma\beta}{2}}, \qquad \text{(VII.197)}$$

unde v_A este viteza undelor Alfvén, γ — raportul căldurilor specifice ($v_s = \sqrt{\gamma p/\rho_m}$). iar β — raportul dintre presiunea gazocinetică p și presiunea magnetică, $\beta = 2\mu_0 p/B_z^2$. Într-o plasmă dată, viteza undelor magnetoacustice este, în general, mai mare decît viteza undelor Alfvén, crește cu presiunea plasmei și scade cu creșterea cîmpului magnetic aplicat.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VIII

FUZIUNEA TERMONUCLEARĂ CONTROLATĂ. REACTORUL TERMONUCLEAR

VIII.1. INTRODUCERE

Interesul pentru obținerea și studiul plasmelor fierbinți (termonucleare) la temperaturi ce depășesc milioane de grade este justificat de perspectivele privind obținerea de energie pe calea fuziunii nucleelor ușoare.

Rezervele de combustibili fosili (cărbune, țiței, gaze naturale), evaluate la aproximativ 8 000 miliarde tone „echivalent — cărbune", sînt epuizabile pînă în secolul următor. Ca urmare, se dezvoltă rapid construcția centralelor atomo-electrice bazate pe fenomenul de fisiune a unor nuclee grele, de la sfîrșitul tabloului periodic al elementelor, cum sînt uraniul și toriul. Dar și rezervele de elemente fisionabile sînt limitate (uraniul și toriul, de exemplu, mai pot asigura nevoile pentru aproximativ două secole). În plus, proliferarea centralelor de fisiune va accentua problemele colaterale, greu rezolvabile ale acestei căi de obținere a energiei. O alternativă este folosirea reacțiilor de fuziune ca sursă de energie și anume a reacțiilor termonucleare. Aceste reacții constituie sursa principală de energie a Soarelui și a stelelor. Pe Pămînt ele se obțin numai în bomba cu hidrogen (bomba H). Problema tehnico-științifică a viitorului apropiat este producerea neexplozivă a acestor reacții, adică a *reacțiilor termonucleare dirijate.*

În reacțiile de fuziune, două nuclee ușoare se contopesc formînd un nucleu mai greu. Procesul elementar respectiv este însoțit de degajarea energiei de legătură a nucleului nou format, corespunzătoare defectului de masă între nucleul nou și cele două nuclee care s-au contopit.

Cei mai convenabili combustibili de fuziune sînt izotopii hidrogenului: deuteriul ${}_1^2D$ și tritiul ${}_1^3T$. De asemenea, sînt implicați heliul și litiul. Deuteriul poate fi extras din apa obișnuită, în care el se află în raportul 1/10 000. Se estimează că rezervele naturale de deuteriu ar putea ajunge timp de un miliard de ani (la nivelul de consum energetic al anului 2000). Deuteriul extras

dintr-un litru de apă obișnuită poate asigura prin fuziune nucleară energia obținută prin arderea a aproximativ 7 300 litri de benzină. În general, dacă arderea unui kg de benzină furnizează circa 13 000 kWh, „arderea" unui kg de deuteriu ar putea asigura circa 95 milioane kWh. Astfel de estimări justifică orientările actuale spre cercetările legate de folosirea plasmelor fierbinți ca medii „active" pentru realizarea reacțiilor de sinteză nucleară, dirijate.

VIII.2. BARIERA DE POTENȚIAL

Nucleele libere fiind pozitive, între ele se vor manifesta forțe de respingere electrostatică de tip coulombian, sarcinile putînd fi considerate punctiforme. Dacă, însă, într-o ciocnire binară energia cinetică relativă a lor este destul de mare, ele se pot apropia, împotriva forțelor de respingere electrostatică, pînă la distanțe foarte mici, în zona de acțiune a forțelor nucleare de atracție. În această zonă sînt preponderente forțele de atracție și cele două nuclee se contopesc (reacție de fuziune, de sinteză nucleară))cu eliberarea energiei de legătură. În figura VIII.1 este reprezentată, calitativ, distribuția energiei potențiale în funcție de distanța dintre nuclee. La distanțe mari domină energia de respingere coulombiană (pantă negativă). La o anumită distanță r_0, care poate fi luată aproximativ egală cu raza nucleului și anume $r_0 \simeq 5 \cdot 10^{-13}$ cm, energia de respingere a forțelor coulombiene (de distanță lungă) este egalată de energia de atracție a forțelor nucleare (de distanță scurtă); bariera de potențial atinge o înălțime maximă dată de relația

$$W(r_0) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}. \qquad \text{(VIII.1)}$$

Pe distanțe $r < r_0$ domină energia de atracție (pantă pozitivă) și cele două nuclee rămîn împreună. Pentru a ajunge în această situație ele trebuie

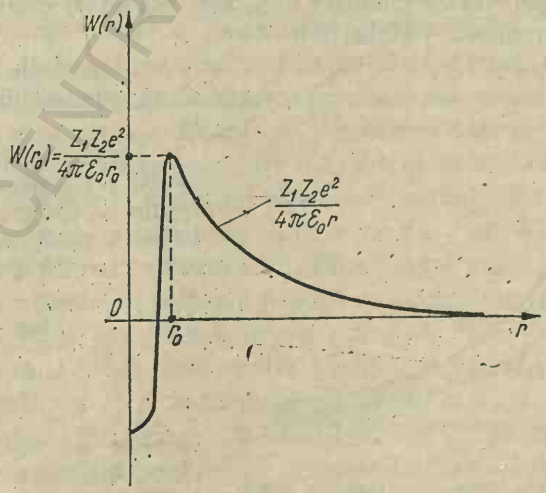


Fig. VIII.1. Variația energiei potențiale W cu distanța r dintre nuclee.

să aibă o energie cinetică relativă cel puțin egală cu cea dată de relația (VIII.1), în cadrul teoriei clasice. Această energie minimă crește cu numărul protonilor din nuclee, adică cu Z_1 și Z_2 (înălțimea barierei crește cu creșterea numărului atomic Z). Deci din punct de vedere energetic sînt convenabile nucleele ușoare (cu Z mic) și, evident, cele mai convenabile sînt nucleele izotopilor hidrogenului, deuteriul și tritiul, fiecare din ele avînd $Z_1 = Z_2 = 1$. Dar chiar și pentru ele, energia minimă necesară este destul de mare: $W(r_0) \simeq 0{,}28$ MeV.

În acceleratoarele de particule această energie cinetică este transferată nucleului-proiectil de la cîmpurile electrice de accelerare. În reactorul termonuclear aceasta va fi dată de energia de agitație termică a nucleelor libere. Luînd mărimea $\frac{3}{2} kT$ ca măsură a energiei de agitație termică a nucleelor, putem estima temperatura necesară a plasmei pentru ca, în ciocnirile binare, nucleele să poată „escalada" bariera de potențial coulombiană: $T = 2eW(r_0)/3k$. Se găsește $T \simeq 10^9$ K.

Prin urmare, un calcul clasic arată că sinteza termonucleară ar începe de la temperaturi de ordinul miliardelor de grade. În realitate, primele reacții încep la temperaturi mai mici și anume, de ordinul 10^6 K, datorită distribuției nucleelor după energiile cinetice ale lor (fig. VIII.2); o anumită fracțiune din totalul ciocnirilor termice, și anume cea corespunzătoare energiilor înalte din „coada caldă" a distribuției maxwelliene, pot provoca reacții de fuziune chiar dacă energia cinetică medie ($3\,kT/2$) este mai mică decît înălțimea barierei de potențial. Așa cum se vede în figură, această fracțiune crește cu creșterea temperaturii.

Mai trebuie luat în considerare și faptul că prin „efect tunel" nucleele (particule „cuantice") pot fuziona și la energii cinetice mai mici decît înălțimea barierei coulombiene. Numărul acestor evenimente crește cu creșterea energiei cinetice, deci a temperaturii, deoarece la energii mai mari, particula se apropie tot mai mult de zona marcată de r_0, unde bariera este din ce în ce mai îngustă și penetrarea cuantică a ei, mai probabilă (bariera este mai penetrabilă în apropierea vîrfului ei).

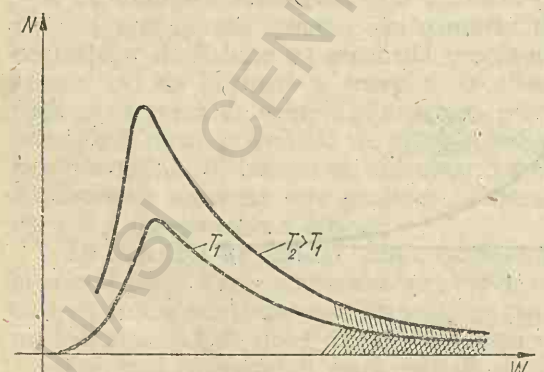


Fig. VIII.2. Influența temperaturii asupra fracțiunii de particule rapide din „coada" distribuției maxwelliene (porțiunile hașurate).

Ca exemplu, să urmărim, pe scurt, efectele încălzirii deuteriului.

La temperatura camerei ($T = 300$ K) deuteriul se află în molecula de apă grea (D_2O). Energia cinetică medie a mișcării de agitație termică a acestor molecule este

$$W = \frac{300}{11\,600} \simeq 0{,}025 \text{ eV}$$

La $T = 5\,000$ K toate moleculele de apă grea sînt disociate. Energia medie a particulelor (deuteriu și oxigen) va fi $W \simeq 0{,}43$ eV.

La $T = 100\,000$ K au loc procese de ionizare (și excitare) termică. Gazul va fi o plasmă total ionizată (ioni și electroni). Energia medie a unei particule (ion sau electron), considerînd plasma la echilibru termodinamic este $W \simeq$ $\simeq 86$ eV. La $T = 10^6$ K ($W \simeq 860$ eV), apar primele reacții de fuziune datorită celor mai rapide nuclee ale distribuției. La $T \simeq 350 \cdot 10^6$ K ($W \simeq 35\,000$ eV), reacțiile de fuziune se autoîntrețin. La $T > 350 \cdot 10^6$ K se obține bilanț energetic „pozitiv": plasma degajă un excedent de energie, deoarece la aceste temperaturi energia rezultată din fuziune este mai mare decît cea consumată pentru întreținerea ei.

La aceste temperaturi, gazul — care la 300 K se găsea la presiunea atmosferică — devine o plasmă aflată la presiuni de ordinul milioanelor de atmosfere. În Soare și în stele aceste presiuni sînt echilibrate de presiunile cîmpurilor gravitaționale. În centrul Soarelui, de exemplu, unde temperatura este circa $1{,}5 \cdot 10^7$ K, presiunea la care este supusă materia solară datorită gravitației corespunde unei densități de ordinul 10^2 g/cm^3. Pe Pămînt nu pot fi realizate recipiente cu pereți care să reziste la asemenea temperaturi și presiuni. Dar, cum s-a mai spus, plasma poate fi izolată de pereți cu ajutorul cîmpurilor magnetice, în așa-numitele „capcane magnetice".

VIII.3. CICLURI DE FUZIUNE NUCLEARĂ

O dată cu stabilirea faptului că sursa principală de energie necesară întreținerii temperaturilor uriașe din interiorul stelelor o constituie reacțiile termonucleare, a crescut interesul pentru reproducerea în laborator a acestor reacții în scopul folosirii energiei de fuziune. În primul rînd s-au dezvoltat mult cercetările privind determinarea probabilității diferitelor reacții de sinteză nucleară folosind acceleratoarele de particule. S-au obținut astfel distribuții ale secțiunii eficace de interacție în funcție de energia relativă a nucleelor reactante, interpretîndu-se apoi aceste curbe și ca funcții de energia cinetică medie (deci de temperatură) a particulelor combustibilului termo-nuclear. Există în prezent un bogat material experimental care poate fi folosit pentru stabilirea condițiilor optime de realizare a reacțiilor mai avantajoase din punct de vedere tehnic și economic. Înainte de discutarea acestor probleme, dăm mai jos două cicluri termonucleare care au marcat momente importante în dezvoltarea cunoștințelor în domeniul plasmelor fierbinți. Este vorba de ciclurile proton-proton și carbon-azot propuse de C. von Weizsäcker (1937) și H. Bethe (1938) pentru explicarea originii energiei uriașe emisă de Soare prin radiație, echivalentă cu o pierdere de masă de 4,3 milioane tone pe secundă.

a) *Ciclul proton-proton* (sau hidrogen-hidrogen) începe cu ciocnirea a doi protoni, în urma căreia unul dintre protoni se transformă în neutron emițîndu-se un pozitron e^+ și un neutrin ν. Neutronul formează cu protonul un nucleu de deuteriu ${}^2_1D_1$, care — fuzionînd cu un alt proton — va alcătui împreună cu acesta nucleul unui izotop al heliului și anume ${}^3_2He_1$ (doi protoni și un neutron). Dacă steaua este săracă în heliu, adică abundența nucleelor de ${}^4_2He_2$ este mică, atunci ${}^3He$ va interacționa cu un alt ${}^3He$ dînd naștere nu-

cleului stabil ^4He (particule α) rămînînd doi protoni liberi, care ciocnindu-se reiau ciclul. Ecuațiile vor fi

$$\begin{aligned} &2(^1_1p_0 + {}^1_1p_0) \rightarrow 2(^2_1D_1 + e^+ + \nu) && (2.1{,}42\ \text{MeV}) \\ &2(^2_1D_1 + {}^1_1p_0) \rightarrow 2(^3_2He_1 + \gamma) && (2.5{,}49\ \text{MeV}) \\ &^3_2He_1 + {}^3_2He_1 \rightarrow {}^4_2He_2 + {}^1_1p_0 + {}^1_1p_0 && (12{,}86\ \text{MeV}) \end{aligned} \qquad \text{(VIII.2)}$$

Dacă steaua are o abundență destul de mare în ^4He, ciclul va urma o altă cale, și anume a treia reacție va fi înlocuită cu una mai probabilă, între ^3He și ^4He,

$$^3_2He_1 + {}^4_2He_2 \rightarrow Be^7 + \gamma \qquad \text{(VIII.3)}$$

care duce pînă la urmă tot la formarea de particule $\alpha(^4He)$. Deoarece a treia reacție din ciclul de mai sus are loc între două nuclee de ^3He sînt necesare cîte două din reacțiile anterioare pentru asigurarea celor două nuclee de ^3He necesare celei de a treia reacție. Acest *ciclu consumă deci hidrogenul stelei:* în primele două reacții intră 6 nuclee de hidrogen (protoni). Din acestea, 2 se transformă în neutroni (prima reacție), 2 se vor afla în nucleul de ^4He, rămînînd liberi 2 protoni. Pe această cale, compoziția *materiei stelare evoluează de la hidrogen spre heliu* și astfel se poate explica stadiul actual al unei stele și, în general, evoluția stelară luînd în considerare și alte cicluri termonucleare. În plus se observă că „arderea" hidrogenului este exoenergetică: în fiecare ciclu se eliberează energia

$$2 \cdot 1{,}42 + 2 \cdot 5{,}49 + 12{,}86 = 26{,}68\ \text{MeV}.$$

Energia ce revine unui neutrin este 0,26 MeV. Deoarece neutrinii părăsesc ușor volumul stelar, energia rămasă în interiorul stelei după fiecare ciclu (pentru fiecare ^4He format) va fi $26{,}68 - 2 \cdot 0{,}26 = 26{,}16$ MeV, care va contribui la încălzirea stelei. Ciclul p—p (ciclul hidrogenului) are loc la temperaturi de ordinul $1{,}0 \cdot 10^7$ K și, deși are o probabilitate foarte mică, el predomină acolo unde abundența hidrogenului este mare.

b) *Ciclul carbon-azot* (ciclul Bethe) are loc la temperaturi mai mari, de peste $2{,}0 \cdot 10^7$ K, în stelele mari și fierbinți. În acest ciclu hidrogenul se transformă de asemenea în heliu la capătul a 6 faze succesive, prima fază fiind o reacție de fuziune a unui nucleu de hidrogen (proton) cu un nucleu de carbon, din care rezultă nucleul unui izotop al azotului. Apoi fazele se succed după cum urmează:

$$\begin{aligned} &(1)\ {}^{12}_6C_6 + {}^1_1p_0 \rightarrow {}^{13}_7N_6 + \gamma && (1{,}95\ \text{MeV}) \\ &(2)\ (p \rightarrow n + e^+ + \nu);\ {}^{13}_7N_6 \rightarrow {}^{13}_6C_7 + e^+ + \nu && (1{,}51\ \text{MeV} + 0{,}72\ \text{MeV}(\nu) \\ &(3)\ {}^{13}_6C_7 + {}^1_1p_0 \rightarrow {}^{14}_7N_7 + \gamma && (7{,}55\ \text{MeV}) \\ &(4)\ {}^{14}_7N_7 + {}^1_1p_0 \rightarrow {}^{15}_8O_7 + \gamma && (7{,}29\ \text{MeV}) \\ &(5)\ (p \rightarrow n + e^+ + \nu)\ {}^{15}_8O_7 \rightarrow {}^{15}_7N_8 + e^+ + \nu && (1{,}76\ \text{MeV} + 1\ \text{MeV}\ (\nu)) \\ &(6)\ {}^{15}_7N_8 + {}^1_1p_0 \rightarrow {}^{12}_6C_6 + {}^4_2He_2. && (4{,}97\ \text{MeV}) \end{aligned} \qquad \text{(VIII.4)}$$

Deci intră în reacții 4 nuclee de hidrogen (protoni) și ies un nucleu de carbon — 12 și o particulă α (nucleu de heliu stabil $^4_2He_2$). De-a lungul ciclului se mai degajă doi pozitroni și doi neutrini. Energia pusă în libertate și reținută în interiorul stelei încălzind-o este de 25,03 MeV. Energia neutrinilor 0,72 + + 1 = 1,72 MeV nucontribuie la încălzirea stelei, deoarece aceștia scapă ușor în exteriorul ei.

Prin urmare, carbonul din stea nu se consumă, el se reface în ultima treaptă a ciclului, putînd iniția un nou ciclu în ciocnirea sa cu un proton. Carbonul se comportă deci ca un „catalizator" al ciclului de reacții. În schimb se consumă hidrogenul stelei (patru nuclee de hidrogen la fiecare ciclu), iar steaua se îmbogățește în heliu stabil ($^4_2He_2$).

Ciclul Bethe este un exemplu în care la transformarea hidrogenului în heliu, cu eliberare de energie folosită la încălzirea stelei, participă nuclee mai grele (în acest caz, carbon care există în stea și azot, care se formează și apoi dispare de-a lungul ciclului).

Pentru reproducerea în laborator a reacțiilor termonucleare (prin încălzirea substanței reactorului) am văzut că din cauza creșterii înălțimii barierei coulombiene cu masele nucleelor care se ciocnesc, cele mai avantajoase sînt nucleele ușoare, deoarece în acest caz sînt necesare temperaturi mai mici. Din păcate, reacțiile între nucleele cele mai ușoare, de hidrogen (protoni) nu pot fi luate în considerare din cauza probabilității lor foarte mici, ceea ce ar impune temperaturi foarte mari, imposibil de realizat în laborator cu mijloacele actuale. În Soare și în alte stele asemănătoare lui, ca temperatură și strălucire, aceste reacții sînt dominante, deoarece în aceste corpuri cerești proporția dominantă este a hidrogenului.

Următorul element ușor cu o abundență apreciabilă pe Pămînt, după hidrogen, este deuteriul. Reacțiile între deuteroni ($^2_1D_1$) sînt mai avantajoase, atît ca probabilitate de reacție, cît și ca energie eliberată. Într-o incintă în care se află, inițial, numai deuteroni (deuteriu încălzit pînă la temperaturi la care nucleele de deuteriu sînt libere de electroni) sînt posibile următoarele reacții:

$$\begin{aligned}
&\text{(a)}\ {}^2_1D_1 + {}^2_1D_1 \rightarrow {}^3_1T_2\ (1{,}01) + {}^1_1p_0\ (3{,}02) && 4{,}03\ \text{MeV} \\
&\text{(b)}\ {}^2_1D_1 + {}^2_1D_1 \rightarrow {}^3_2He_1\ (0{,}82) + {}^1_0n_1\ (2{,}45) && 3{,}27\ \text{MeV} \qquad \text{(VIII.5)} \\
&\text{(c)}\ {}^2_1D_1 + {}^3_1T_2 \rightarrow {}^4_2He_2\ (3{,}5) + {}^1_0n_1\ (14{,}1) && 17{,}6\ \text{MeV} \\
&\text{(d)}\ {}^2_1D_1 + {}^3_2He_1 \rightarrow {}^4_2He_2\ (3{,}6) + {}^1_1p_0\ (14{,}7) && 18{,}3\ \text{MeV}
\end{aligned}$$

În paranteze sînt trecute energiile cinetice ΔE, în electron-volți, ale particulelor ieșite din reacție, iar în dreapta, suma acestor energii. Reacțiile (a) și (b) sînt aproape egal de probabile pe un domeniu destul de mare de energii relative ale partenerilor ciocnirii. Tritiul produs de reacția (a) fuzionează aproape imediat cu un deuteron din incintă producînd un nucleu stabil de heliu (particulă α) și un neutron (reacția c). S-a găsit că această ultimă reacție are o secțiune de interacție mai mare și, cum se vede, eliberează mai multă energie decît oricare din primele două reacții. Fiind o reacție mai avantajoasă se prevede ca producerea tritiului ($^3_1T_2$) să nu fie lăsată numai pe seama reacției

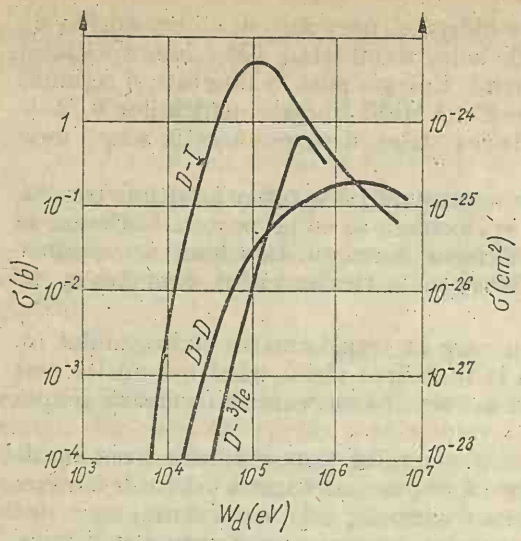


Fig. VIII.3. Secțiunile eficace σ de interacție ale deuteronului (d) cu alte nuclee (D, T, ^{3}He) în funcție de energia deuteronului. W_d · (1 barn = = 10^{-24} cm^2).

(a), ci el să fie produs independent pe o altă cale, de exemplu folosind o reacție de captură a unui neutron de către nucleul de litiu

$$^6_3\mathrm{Li}_3 + {}^1_0n_1 \rightarrow {}^3_2\mathrm{He}_1 + {}^3_1\mathrm{T}_2 \; 4{,}6 \text{ MeV} \qquad \text{(VIII.6)}$$

reacție care mai necesită însă și o sursă de neutroni, ceea ce se poate obține într-un reactor de fisiune.

Reacția (d) în care nucleul de heliu-3 fuzionează cu un deuteron din incintă este de asemenea interesantă datorită energiei mai mari eliberate (18,3 MeV). Însă secțiunea eficace a ei este, cum vom vedea, neglijabilă la energii mai mici de 40—50 keV. Ea mai prezintă totuși un avantaj, pe lîngă energia mare eliberată: ambele particule ieșite din reacție sînt încărcate electric (un nucleu de heliu-4 și un nucleu de hidrogen) motiv pentru care ei pot fi reținuți în mod eficace în capcanele magnetice (neutronii părăsesc ușor capcana). Aceasta face mai eficace reținerea energiei lor (18,3 MeV) în sistemul de reacție și transformarea directă a energiei cinetice a lor în electricitate, dacă este cazul. Dacă, însă, un reactor termonuclear va funcționa la temperaturi mai mari de 10^5 eV (vezi graficul din fig. VIII.3), contribuția reacțiilor D — ^{3}He la bilanțul energetic poate deveni foarte importantă.

Excluzînd însă reacția (d), datorită probabilității sale reduse în condiții obișnuite, putem calcula energia reținută în zona activă. Aceasta va fi energia „purtată" de particulele încărcate, rezultate din primele trei reacții (T, p, ^{3}He, ^{4}He) și anume 1,01 + 3,02 + 0,82 + 3,5 = 8,35 MeV. Deci aproximativ 33% din energia totală de 24,9 eV eliberată în aceste 3 reacții (care cuprinde și energiile neutronilor) va rămîne în spațiul de reacție, repartizată între cele 4 tipuri de particule și care va putea fi folosită pentru întreținerea reacțiilor termonucleare.

VIII.4. SECȚIUNEA EFICACE TOTALĂ σ. RATA DE REACȚIE g.

Am văzut că interacția D-D poate duce — cu egală probabilitate — fie la formarea unui nucleu de Tritiu și un proton, fie la formarea unui nucleu de heliu-3 și un neutron. Tritiul format poate reacționa cu un alt deuteron din amestec formînd o particulă α (nucleu de heliu-4) și un neutron, în timp ce heliul-3 cu un deuteron formează o particulă α și un proton.

În figura VIII.3 sînt date secțiunile eficace totale de interacție, măsurate folosind acceleratorii de particule, pentru D-D (reacțiile a și b, egal probabile),

D-T (reacția c) și D-^{3}He (reacția d). Există și expresii analitice pentru aceste funcții $\sigma(W_D)$, unde W_D este energia cinetică a deuteronului proiectil, însă acestea au un pronunțat caracter semiempiric și sînt valabile pe intervale limitate de energii W_D, de aceea nu le reproducem aici.

După cum se vede, pentru energii mai mici de 10^5 eV, reacțiile D-T sînt cu două ordine de mărime mai probabile decît reacțiile D-D și cu peste trei ordine de mărime mai probabile decît reacțiile D-^{3}He. Faptul că secțiunile au valori apreciabile la energii cu mult mai mici decît cele corespunzătoare vîrfului barierei coulombiene (de ordinul MeV-ilor) a constituit o demonstrație experimentală convingătoare a fenomenului de „transparență" a barierei (efectului tunel). Reacția D-T arată o rezonanță (un maxim al secțiunii de interacție) în vecinătatea energiei de 10^5 eV.

Cunoscînd secțiunea de interacție pentru o energie (viteză) dată, putem exprima ușor intensitatea reacției, adică numărul reacțiilor ce au loc în unitatea de volum și unitatea de timp. Dacă ν_c este frecvența de ciocnire (numărul de ciocniri efectuate de un nucleu proiectil în unitatea de timp) și n_1 concentrația nucleelor proiectil, atunci intensitatea (rata) reacției va fi

$$g = \nu_c n_1. \tag{VIII.7}$$

Dar $\nu_c = v/\lambda_c$, unde v este viteza relativă ($v = \sqrt{2W_D/m_1}$, dacă ținta este în repaus), iar λ_c — drumul mediu liber de ciocnire. Folosind $\lambda_c = 1/n_2\sigma$, unde σ este secțiunea nucleului țintă, iar n_2 concentrația acestor nuclee, vom avea

$$g = n_1 n_2 v\sigma. \tag{VIII.8}$$

Această relație este valabilă în cazul în care viteza v este constantă (aceeași pentru toate particulele proiectil), ceea ce poate fi aproximativ valabil pentru particulele de energie înaltă din acceleratoare. Într-un reactor termonuclear, însă, particulele au viteze foarte diverse; ambii parteneri ai interacției sînt distribuiți după energii, ceea ce se manifestă în dependența secțiunii σ de viteză (energie). Din aceste motive produsul $v\sigma$ trebuie înlocuit cu valoarea $\overline{v\sigma}$, mediată pe un domeniu larg de viteze. Așadar vom scrie

$$g = n_1 n_2 \overline{v\sigma} \tag{VIII.9}$$

g exprimîndu-se în interacții/m^3 · s, dacă σ se ia în m^2, v în m/s iar n_1 și n_2 în particule /m^3. În cazul reacțiilor D-T concentrațiile vor fi n_D și n_T. Dacă reacțiile au loc numai între deuteroni (D-D), de concentrație n, atunci pentru a se evita ca fiecare reacție între nuclee identice să fie luată de două ori, produsul $n_1 n_2$ se va înlocui prin $n^2/2$; așadar

$$(\mathrm{D-T}): \quad g_{\mathrm{DT}} = n_{\mathrm{D}} n_{\mathrm{T}} \overline{v\sigma} \tag{VIII.10}$$

$$(\mathrm{D-D}): \quad g_{\mathrm{DD}} = \frac{n^2}{2} \overline{v\sigma}. \tag{VIII.11}$$

Dacă dn este numărul particulelor ale căror viteze relative față de o particulă dată sînt situate între v și $v + dv$, putem calcula media $\overline{v\sigma}$ folosind expresia

$$\overline{v\sigma} = \frac{\int_0^\infty v\sigma \, dn}{\int_0^\infty dn}. \tag{VIII.12}$$

Presupunînd o distribuție maxwelliană a nucleelor, avem

$$dn = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, dv. \tag{VIII.13}$$

Înlocuind (VIII.13) în (VIII.12) obținem

$$\overline{v\sigma} = \frac{\int_0^\infty v\sigma e^{-\frac{m^2 v}{2kT}}\, v^2\, dv}{\int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, v^2\, dv}. \tag{VIII.14}$$

Integrala de la numitor se calculează ușor, înlocuind

$$\frac{mv^2}{2kT} = x^2 \tag{VIII.15}$$

de unde

$$dv = \sqrt{\frac{2kT}{m}}\, dx \tag{VIII.16}$$

$$v^2 = \frac{2kT}{m} x^2. \tag{VIII.17}$$

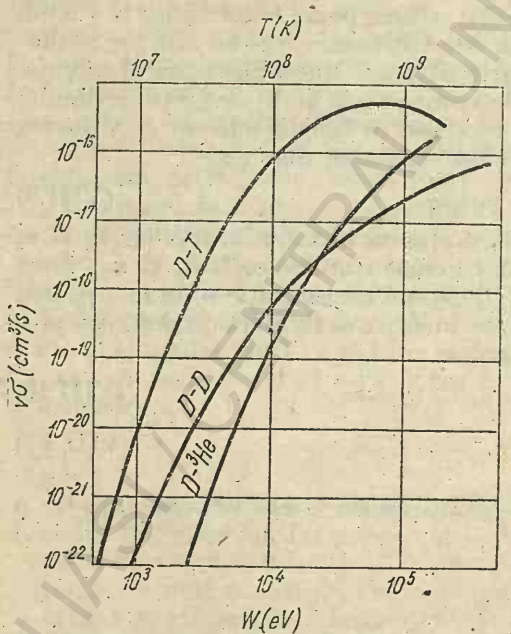


Fig. VIII.4. Valorile mărimii $\overline{v\sigma}$ bazate pe distribuția maxwelliană a nucleelor din incinta reactorului. S-a folosit relația aproximativă 1 eV = 10^4 K.

Făcînd uz de (VIII.15)—(VIII.17) în integrala de la numitorul fracției (VIII.14 și ținînd seama că

$$\int_0^\infty x^2 e^{-x^2}\, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \tag{VIII.18}$$

obținem

$$\int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, v^2\, dv = \frac{\sqrt{\pi}}{4}. \tag{VIII.19}$$

Prin urmare, vom avea

$$\overline{\sigma v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)\int_0^\infty \sigma(v)\, e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\, v^3 dv. \tag{VIII.20}$$

Dacă $\sigma(v)$, determinat experimental, poate fi exprimat printr-o relație analitică, atunci integrala (VIII.20) poate fi calculată analitic. În caz contrar, se recurge la integrări numerice. Menționăm că expresia (VIII.20) pentru $\overline{v\sigma}$ este stabilită în ipoteza distribuției maxwelliene a nucleelor reactante. În figura VIII.4

sînt date funcțiile $\overline{v\sigma}$ calculate cu relația (VIII.20) și folosind datele din fig. VIII.3, pentru cele 3 tipuri de reacții luate în discuție mai sus.

Ca exemplu, să luăm o concentrație de 10^{15} nuclee/cm^3 într-un reactor cu D-D, la temperatura cinetică de $7 \cdot 10^8$ K. Din grafic găsim $\overline{v\sigma} \simeq 10^{-19}$ cm^3/s. Urmează că rata de reacție va fi din aceste condiții $g_{DD} \simeq 5 \cdot 10^{16}$ reacții/m^3·s.

Dacă ΔE este energia eliberată la un act de fuziune care poate fi luată din ecuațiile (VIII.5), atunci rata eliberării energiei de reacție în incinta reactorului (în J/m$^3 \cdot$ s) va fi

$$r_{DT} = n_D n_T \overline{\sigma v} \cdot \Delta E \qquad \text{(VIII.21)}$$

$$r_{DD} = \frac{n^2}{2} \overline{\sigma v}\, \Delta E \qquad \text{(VIII.22)}$$

unde ΔE și $\overline{\sigma v}$ se introduc cu valorile lor pentru evenimentele D-T, sau D-D.

Dacă am lua numai energia reacției D-D, adică 4 MeV, am obține pentru condițiile de mai sus ($T \simeq 7 \cdot 10^8$ K, $n = 10^{15}$ nuclee/cm^3)

$$r_{DD} \approx 5 \cdot 10^{12} \cdot 4 = 2 \cdot 10^{13} \frac{\text{MeV}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}} = 3{,}2 \frac{\text{W}}{\text{cm}^3} \cdot \qquad \text{(VIII.23)}$$

Acest calcul cu totul estimativ arată că un reactor termonuclear, cu datele de mai sus, ar dezvolta o densitate de putere ordinul megavaților, într-o incintă cu volumul de ordinul 1 m^3, ceea ce nu pare imposibil de realizat practic. La aceste temperaturi se dezvoltă în zona de reacție presiuni ce depășesc cîteva (sau cîteva zeci) de atmosfere. Aceste presiuni pot fi anulate cu ajutorul cîmpurilor magnetice, deoarece acestea pot acționa eficace asupra particulelor încărcate din incintă, împiedicînd împrăștierea lor determinată de presiunea „gazo-cinetică".

VIII.5. ROLUL PIERDERILOR DIN ZONA ACTIVĂ A REACTORULUI. IZOLAREA MAGNETICĂ A PLASMEI TERMONUCLEARE

Pentru a găsi condițiile optime de realizare a unei instalații energetice bazată pe reacțiile termonucleare dirijate, trebuie identificate sursele de pierdere de energie și raportul în care se află debitul acestor pierderi cu debitul energiei produse de reacțiile de sinteză. Cînd energia de fuziune devine mai mare decît totalitatea pierderilor nerecuperabile, instalația respectivă va fi un generator de energie folosibilă.

Orice plasmă, nu numai cea de interes termonuclear, este întreținută prin echilibrarea permanentă între aportul de energie în spațiul ocupat de ea și pierderile de energie din acest spațiu. În plasma descărcărilor electrice, de exemplu, energia necesară este „preluată" de particulele încărcate de la generatorul electric prin intermediul cîmpului electric creat de acesta între electrozi. Electronii produc prin ciocniri majoritatea excitărilor și ionizărilor din volumul respectiv, iar ionii pozitivi, procese de emisie secundară electronică din catod. În cazul catozilor incandescenți sînt produși și termoelectroni. Descărcarea

este staționară cînd producția purtătorilor de sarcină (de curent electric) este egală cu pierderile de purtători prin recombinări în volum și la pereți. Randamentul energetic al unui dispozitiv cu plasmă obișnuită („rece", în care temperatura gazului electronic este mult mai mare decît temperatura gazului ionic sau neutru, dacă plasma este parțial ionizată) se calculează în funcție de destinația lui. Astfel, dacă dispozitivul este folosit ca sursă de lumină (lampă cu descărcare electrică), puterea utilă este cea „purtată" de fotonii din vizibil emiși de ea. Diferența dintre puterea electrică „intrată" în tub și această putere este trecută în categoria pierderilor. Dacă dispozitivul este folosit ca sursă de căldură cum este cuptorul cu arc electric (topiri) sau plasmatronul (topiri, suduri etc.), puterea utilă este cea transferată în exterior sub formă de căldură. Tot astfel în cazul tunurilor electronice cu plasmă sau a surselor de ioni cu plasmă, utile sînt fasciculele corpusculare respective.

Plasma termonucleară se deosebește mult de plasmele obișnuite. Menționăm mai întîi un aspect legat de structură: particulele pozitive în plasmele reci sînt ionii pozitivi simpli sau multiplu ionizați, în timp ce în plasma termonucleară, acestea sînt nuclee. În plasmele obișnuite rolul esențial îl au electronii: ei preiau de la cîmpul electric energie cinetică și o transferă atomilor și moleculelor în procese de excitări și ionizări ale acestora, asigurînd astfel concentrația particulelor excitate și a purtătorilor necesari trecerii staționare a curentului electric. În plasmele, termonucleare rolul important îl au ciocnirile între nuclee, fuziunea lor. Energia cinetică a lor (de agitație termică) trebuie să fie, cum am văzut, destul de mare. Electronii, dimpotrivă, contribuie la pierderea energiei din incinta reactorului: energia lor cinetică se poate „consuma" de exemplu în excitări ale unor ioni, dacă mai există sau impurități, existente totdeauna. Prin dezexcitări o parte din această energie este „convertită" în radiație electromagnetică ce poate părăsi zona activă. Dar o mare parte din energia cinetică a electronilor este transformată în „radiație de frînare" și „radiație betatronică" (vezi mai jos), mult mai importante în plasmele termonucleare decît în plasmele obișnuite reci. Din aceste motive, în plasma termonucleară gazul nucleonic poate avea o temperatură mai mare decît temperatura electronică, invers față de cazul plasmelor „reci".

Plasmele de interes termonuclear fiind plasme foarte fierbinți, de la 10^7—10^8 K în sus, trebuie să ținem seama că la aceste temperaturi orice substanță este puternic ionizată, de regulă cu gradul de ionizare egal cu unitatea (ionizare 100%). Nu este greu de estimat rezerva de energie existentă într-o astfel de plasmă, dacă nu s-ar produce nici o pierdere. Lunid o plasmă de hidrogen, alcătuită deci din protoni liberi și electroni liberi de concentrație $n_e = n_p = 10^{15}$ cm^{-3} și temperatura de echilibru $T_e \approx T_p \approx 10^8$ K, vom găsi

$$W = n_e \frac{3}{2} kT + n_p \frac{3}{2} kT = 3 \cdot 10^{15} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^8 \simeq 4{,}2 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}. \qquad \text{(VIII.24)}$$

Deci, dacă toate pierderile de energie ar fi reduse la zero, s-ar putea provoca apariția unor reacții termonucleare intense cu ajutorul unei surse de energie de putere destul de mică și anume, care să asigure permanent o densitate de energie de 4—5 J/cm^3. Dificultatea principală constă, însă, tocmai în evitarea pierderilor de energie, care cresc foarte repede cu creșterea temperaturii. Menționăm mai jos cele mai importante „canale" de scurgere a energiei din zona activă a reactorului.

Putem vorbi, în cazul cel mai general, de două categorii mari de pierderi energetice: *directe* și *indirecte*. Printre pierderile directe menționăm pe cele datorită instabilităților plasmei, pierderile prin conducție termică, prin difuzie, prin radiații și prin transfer de sarcină. Din categoria pierderilor indirecte menționăm pe cele datorite încălzirii ohmice (efect Joule) prin spirele bobinelor magnetice ale instalației și altele exterioare zonei active a reactorului. În continuare ne vom ocupa de pierderile din prima categorie.

a) *Pierderile de căldură*. Acestea se datoresc conductibilității termice a plasmei, adică transportului de căldură (fără transport de masă) de la straturile fierbinți din miezul formației de plasmă spre straturile mai reci de la periferia ei și deci spre peretele cu care plasma este în contact fizic. În absența unor cîmpuri magnetice coeficientul de conductibilitate termică (conductivitatea) σ_T crește cu temperatura aproximativ după legea

$$\sigma_T = \alpha_T T^{5/2} \tag{VIII.25}$$

unde factorul α_T poate fi luat aproximativ constant în intervalul de temperaturi și concentrații uzuale în reactorii termonucleari. Fluxul de căldură $Q = -\sigma_T \, dT/dx$ este o mărime proporțională cu $T^{7/2}$, $Q \sim T^{7/2}$. S-a calculat, de exemplu, că o plasmă confinată sub formă sferică, cu raza 1 cm, concentrația 10^{15} cm^{-3} și temperatura 10^8 K, avînd sursa de energie în centrul ei, pierde într-o secundă prin suprafața ei aproximativ 400 000 J. Deci, numai pentru acoperirea pierderilor prin conductibilitate termică, o sursă punctiformă de energie trebuie să debiteze constant 0,4 MW într-o sferă cu plasmă de rază 1 cm, pentru a o menține la parametri $n = 10^{15}$ nuclee/cm^3 și $T = 10^6$ K.

Reducerea pierderilor prin conductibilitate termică se poate face fie prin reducerea conductivității σ_T cu ordine de mărime (ceea ce, practic, este imposibil), fie prin anularea (sau o reducere drastică) a contactului plasmei cu pereții incintei. Această din urmă cale este cea mai recomandabilă, deoarece particulele încărcate (nucleele și electronii) pot fi izolate de pereți cu ajutorul cîmpurilor magnetice (capcane magnetice). În felul acesta stratul fierbinte al plasmei nu ia contact cu peretele, reducîndu-se astfel transferul de căldură spre perete. Dealtfel, izolarea plasmei de pereți este obligatorie și din cauza faptului că nu dispunem de nici o substanță rezistentă la temperaturi atît de mari, din care să se confecționeze pereții.

În cazul folosirii cîmpului magnetic, transportul termic al particulelor în direcția paralelă cu liniile de forță magnetică nu este afectată, conductivitatea plasmei în această direcție fiind cea dată de (VIII.25). În direcția perpendiculară pe liniile de cîmp magnetic, un calcul relativ simplu dă pentru conductivitate expresia

$$\sigma_\perp = \frac{\sigma_T}{1 + \omega^2\tau^2} \simeq \frac{\sigma_T}{\omega^2\tau^2}, \tag{VIII.26}$$

unde prin $\sigma_\perp$ am notat componenta conductivității termice în direcția normală pe liniile de cîmp, ω și τ fiind frecvența giratiei Larmor și, respectiv, timpul între două ciocniri succesive. Aproximația din expresia (VIII.26) rezultă din faptul că pentru majoritatea cazurilor de interes termonuclear $\omega^2\tau^2 \gg 1$. Prin urmare, conductivitatea termică în direcția transversală este mai mică decît cea din direcția paralelă cu cîmpul. Apoi, deoarece $\omega = qB/m$, rezultă

că $\sigma_\perp \sim 1/B^2$, deci conductivitatea scade în direcția transversală cu pătratul inducției magnetice. Pierderile prin transport termic pot fi deci reduse simțitor, folosind cîmpuri magnetice de intensitate cît mai mare. Mai trebuie adăugat faptul că valoarea conductivității transversale descrește și datorită unei creșteri a timpului τ cu creșterea temperaturii.

În cazul camerelor de ardere cilindrice, cu cîmpul magnetic paralel cu axa cilindrului, scăpările termice pe la capete, vor fi foarte mari, însă în cazul camerelor toroidale sau echivalente, neexistînd „capete", pierderile prin conducție termică pot fi aduse pînă la fracțiuni neglijabile.

b) *Pierderile prin radiații.* 1. *Radiația de frînare.* Cum s-a mai spus, la temperaturi de ordinul 10^7 K (1 keV) și mai mari, atomii ușori sînt complet dezgoliți de electronii lor orbitali, astfel că substanța respectivă constă dintr-un gaz alcătuit din nuclee pozitive și electroni, formînd ceea ce numim o plasmă termonucleară, adică o plasmă din care lipsesc particulele neutre sau cele incomplet ionizate. Acesta este cazul ideal. În cazuri reale, astfel de particule pot exista, mai ales în anumite stadii de formare a plasmei, sub formă de impurități furnizate de pereții incintei. Mai jos vom considera cazul ideal. Îndeosebi se discută izotopii hidrogenului, care devin liberi de singurul electron orbital la temperaturi de ordinul $5 \cdot 10^{-2}$ keV. O astfel de plasmă este alcătuită din nuclee de hidrogen și un număr egal de electroni. Nu vor exista excitări (tranziții „legat-legat" ale electronilor), ci vor fi foarte probabile interacțiile electronilor cu nucleele. Cum se știe, deflexia electronilor în cîmpurile coulombiene ale nucleelor libere este urmată de *radiația de frînare* emisă de electronul respectiv (bremsstrahlung). Electronul fiind liber înainte și după interacția coulombiană respectivă, fenomenul este deseori numit „tranziție liber-liber" a electronului. Radiația de frînare are un spectru continuu datorită distribuției electronilor liberi din plasmă (fig. VIII.5).

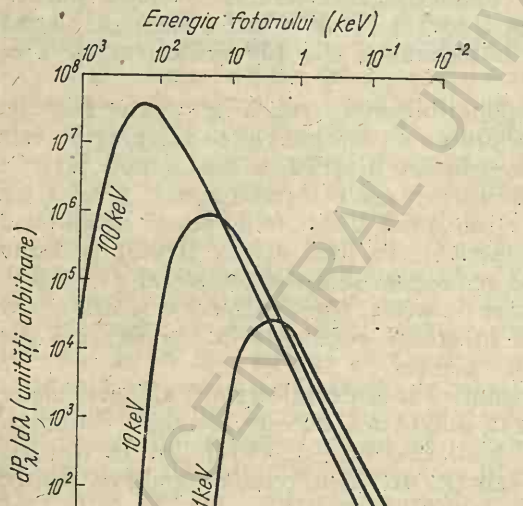


Fig. VIII.5. Densitatea spectrală. $dP_\lambda/d\lambda$ a radiației de frînare în funcție de lungimea de undă pentru trei temperaturi cinetice ale gazului electronic, 1, 10 și 100 keV.

Teoria cuantică a electronilor nerelativiști elaborată de către Sommerfeld dă următoarea dependență între energia totală emisă de unitatea de volum în unitatea de timp prin radiație de frînare și temperatura electronilor T_e

$$P_{frîn} = \text{const. } n_e n_i Z^2 \sqrt{T_e} \qquad \text{(VIII.27)}$$

unde n_e este concentrația electronilor considerați ca un gaz maxwellian. Pentru plasma de

hidrogen, $n_e = n_i = n$. În cazul electronilor relativiști (la temperaturi T_e peste 10^9 K), $P_{frîn}$ crește mai repede cu T_e decît arată relația (VIII.27). În plus, la viteze relativiste apare și o radiație de frînare intensă datorită ciocnirilor electron-electron, ceea ce face ca creșterea lui $P_{frîn}$ cu T_e să fie și mai rapidă. De exemplu, la $T_e \simeq 10^9$ K, $n = 10^{15}$ cm^{-3}, puterea radiației de frînare emisă de 1 m^3 de plasmă de hidrogen este de $\sim 7 \cdot 10^3$ kW/m^3. Radiația de frînare este provocată de oricare din particule grele existente în plasmă. Chiar și numai urme neînsemnate de astfel de particule pot duce la creșteri apreciabile ale radiației de frînare. De exemplu, urme de ioni de cupru (proveniți ca impurități din pereți) cu o concentrație reprezentînd doar 0,1% din concentrația hidrogenului, pot mări de două ori pierderea prin radiație de frînare.

În general, lungimile de undă ale radiației de frînare, la temperaturile cinetice de interes ale electronilor, sînt de ordinul ångstromului sau fracțiunilor de Å. De exemplu, pentru un gaz electronic cu temperatura cinetică de 10 keV, lungimea de undă medie a radiației de frînare poate fi luată circa 3 Å. La astfel de lungimi de undă, plasmele termonucleare de laborator sînt foarte transparente. Pentru a realiza sisteme avînd dimensiuni mai mari decît drumul mediu liber de absorbție a radiațiilor de frînare, s-ar ajunge la gabarite imposibile, de ordinul 10^6 m și mai mari. Nu există nici un mijloc de a reține această radiație în zona activă. Există, însă, un avantaj oferit de însăși natura fenomenelor. Mai întîi, observăm că atît energia eliberată prin fuziune, cît și cea pierdută prin radiație depind la fel de concentrația plasmei (vezi relațiile (VIII.21), (VIII.22) și (VIII.27)). Prin urmare, raportul lor depinde numai de temperatură. Notînd cu P_{fuz} și $P_{frîn}$ puterile din unitatea de volum create prin fuziune și pierdute prin radiația de frînare, se vede mai întîi din (VIII.27) că P_{fuz} crește cu $T^{1/2}$. Studiind apoi evoluția puterii P_{fuz} cu temperatura se poate constata (vezi, de exemplu, graficele pentru $\overline{v\sigma}(T)$) că aceasta crește mult mai repede. Folosind distribuția maxwelliană, de exemplu se poate găsi că $P_{fuz} \sim T^{5/2}$ în regiunea de temperaturi de interes termonuclear. Această împrejurare face ca prin creșterea temperaturii combustibilului termonuclear, raportul $P_{fuz}/P_{frîn}$, care la început este mai mic decît unitatea, să poată deveni supraunitar la temperaturi cinetice destul de mari și, deci, în principiu să poată fi construit un reactor termonuclear care să producă mai multă energie decît s-ar pierde prin radiație de frînare.

2. *Radiația termică.* Plasma termonucleară fiind un corp incandescent, ea emite desigur și radiație termică. Presupunînd, prin absurd, că am realizat o incintă în care masa deuteriului este suficient de mare încît toată radiația de frînare (ale cărei λ sînt foarte mici, de ordinul 10^{-1}—10 Å) a fost absorbită, pierderea de energie va fi dată, în principal, de radiația de corp negru incandescent, la temperatura respectivă. Chiar la temperaturi la care apar doar puține reacții de sinteză D-D, acestea vor elibera o energie care va contribui la încălzirea plasmei, ceea ce va duce la creșterea secțiunii de reacție, precum și a mărimii $\overline{v\sigma}$ (vezi fig. VIII.3 și fig. VIII.4). În consecință, va crește rata de reacție și deci energia eliberată, ceea ce va duce la o nouă creștere a temperaturii ș.a.m.d. Ne putem imagina că se va ajunge la o stare staționară, în care rata energiei produsă prin fuziune este egală cu rata energiei eliberată de sistem prin radiație de corp negru. Sistemul ar deveni o sursă de radiație termică, întreținută prin alimentare cu deuteriu, pe măsură ce el se consumă în reacții. O astfel de plasmă ar trebui să aibă, la $T \sim 10^8$ K, o concentrație $n \sim 10^{21}$

nuclee/cm^3, ceea ce conduce la gabarite de ordinul 10^6 m, imposibil de realizat, ca și în cazul de mai sus. În plus, radiația emisă în acest caz (de ordinul 10^{21} W/cm^2), la temperatura de ordinul 10^8 K, ar da naștere unei presiuni de radiație de ordinul 10^{11} atmosfere. Astfel de presiuni pot fi contrabalansate numai în stele de către forțele gravitaționale create de masele enorme ale acestora. Pe Pămînt nu se întrevede pînă în prezent nici o posibilitate de realizare a unui reactor de fuziune termonucleară dirijată care să echilibreze presiunile de radiație în condițiile de mai sus. Plasmele termonucleare de interes practic sînt însă de concentrații foarte mici (din domeniul 10^{15} particule/cm^3). Un astfel de sistem este practic transparent pentru radiația de frînare, cum am văzut. El este, în general, un foarte slab absorbant de radiație și, de aceea, radiația cu care particulele sale sînt în echilibru este mult mai mică decît radiația de corp negru. Cu alte cuvinte, „temperatura de radiație" (de echilibru) este mult mai mică decît temperatura cinetică, legată de distribuția particulelor după energiile cinetice ale lor, și atunci și radiația de echilibru (de corp negru) este foarte mică. Strict vorbind, în plasmele de interes termonuclear din instalațiile realizate pe Pămînt nu există un adevărat echilibru termodinamic. Astfel de abateri de la echilibrul termodinamic se întîlnesc frecvent în nebuloasele gazoase și în atmosferele din jurul stelelor. Particulele din aceste zone au o distribuție maxwelliană, încît substanței gazoase respective i se poate atribui o „temperatură" (cinetică). Cîmpul de radiație, însă, este mult mai slab decît cel care ar corespunde echilibrului termodinamic într-un corp negru la acea temperatură.

În concluzie, pierderea de energie prin radiație termică este mult mai mică decît pierderea prin radiație de frînare pentru plasmele de interes practic și, de aceea, ea nu constituie un factor important în bilanțul energetic al instalațiilor termonucleare.

3. *Radiația betatronică.* Din cele de mai sus reiese că zona activă a reactorului termonuclear trebuie să fie îngrădită de cîmpuri magnetice intense, care să confineze și să izoleze cît mai eficace plasma fierbinte. Particulele încărcate, în primul rînd electronii, vor produce în aceste cîmpuri o *radiație betatronică* (sau *magnetică*) legată de rotația Larmor în jurul liniilor de cîmp. Electronul se mișcă după o traiectorie elicoidală (fig. VIII.6) cu accelerația centripetă a_n, normală pe viteza $v_\perp$,

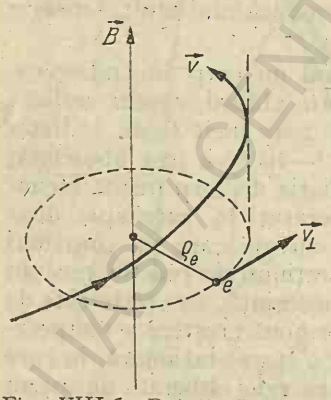


Fig. VIII.6. Rotația Larmor a electronului e în cîmpul magnetic, de inducție $\mathbf{B}$. Raza Larmor este ϱ_e.

$$a_n = \frac{v_\perp^2}{\varrho_e} = \frac{ev_\perp}{m_e} B. \qquad \text{(VIII.28)}$$

Conform legilor electrodinamicii clasice, electronul în mișcare accelerată va radia energie electromagnetică. Puterea radiată crește cu energia cinetică, W_e, a electronului, cu pătratul componentei normale pe cîmp a vitezei ($v_\perp^2$) și cu pătratul inducției cîmpului magnetic (B^2), în cazul vitezelor nerelativiste ($W_e \ll m_0c^2$, unde m_0 este masa de repaus a electronului).

Spectrul radiației betatronice este format din linia principală dată de frecvența Larmor

$$\nu_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\frac{e}{m_e} B, \qquad \text{(VIII.29)}$$

și armonicele acesteia.

În teoria clasică a radiației betatronice se arată că energia radiației betatronice globale (fundamentala plus toate armonicele) depășește de multe ori energia pusă în libertate prin fuziune. De exemplu, la $T \simeq 5 \cdot 10^8$ K, puterea radiației magnetice globale este de aproximativ 20 ori mai mare decît puterea degajată prin fuziune. Prin urmare, dacă radiația betatronică ar părăsi zona activă, ar fi imposibilă realizarea unui reactor termonuclear cu bilanț energetic pozitiv. Din fericire, plasmele dense absorb puternic frecvența fundamentală (ν_0) și primele armonici ($2\nu_0$, $3\nu_0$ etc.) care reprezintă o mare parte din energia radiației globale. Pierderile se datoresc doar armonicelor superioare, care pot părăsi plasma, iar aceste pierderi depind de grosimea stratului de plasmă. Dar o mare parte din radiația betatronică „scăpată" din plasmă se reflectă pe pereții incintei, întorcîndu-se în plasmă. Aceasta se datorește faptului că domeniul spectral al acestei radiații care poate ieși din plasmă este în infraroșul îndepărtat cu $\lambda = 0{,}1-0{,}01$ cm, pentru care pereții metalici ai camerei prezintă un coeficient de reflexie aproximativ egal cu unitatea.

În concluzie, nici radiația betatronică nu contribuie hotărîtor la pierderile de energie din zona de reacție.

c) *Pierderi prin fluxuri de particule.* În plasmă nu pot fi anihilate procesele care duc la formarea de particule neutre (recombinări, transfer de sarcină etc.). Aceste particule nu se supun acțiunii capcanelor și prin urmare părăsesc plasma, contribuind astfel la răcirea ei. Pentru o evaluare globală a rolului lor în penetrarea pereților magnetici ce înconjoară plasma, vom folosi durata medie de viață τ a unei particule încărcate din plasmă (ioni, electroni). Presupunînd deci că toate particulele de un anumit tip dispar în timpul τ, atunci în unitatea de timp va dispare din unitatea de volum numărul N dat de

$$N = \frac{2n}{\tau} \qquad \text{(VIII.30)}$$

unde n este concentrația particulelor încărcate, de același semn (electroni sau ioni, de concentrații egale). Acestea vor transporta energia

$$W_p = N\frac{3}{2}kT = \frac{3nkT}{\tau}. \qquad \text{(VIII.31)}$$

Urmează că pierderile energetice prin fluxuri de particule pot fi micșorate prin creșterea timpului τ cît particula rămîne în plasmă ca particulă încărcată rapidă. Această cerință s-a dovedit a fi destul de greu de ținut sub control în practică și ea continuă să polarizeze eforturi teoretice și experimentale considerabile, căci un timp mai lung de viață cere cum vom vedea cîmpuri magnetice B mai mici.

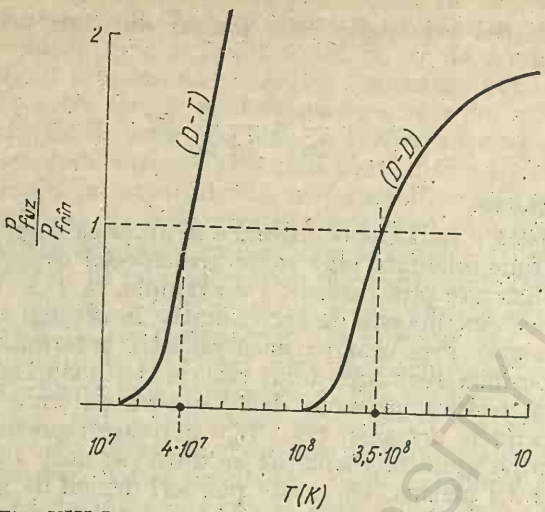


Fig. VIII.7. Dependența de temperatură a raportului între puterea degajată de reacțiile de fuziune (P_{fuz}) și puterea pierdută prin radiația de frînare a electronilor ($P_{frîn}$), calculat pentru $T_e = T_i$, în cazurile deuteriului (D — D) și amestecului deuteriului cu tritiul (D—T).

VIII.6. RANDAMENTUL REACTORULUI TERMONUCLEAR. CRITERIUL LUI LAWSON

Am văzut că cele mai importante surse de pierderi energetice sînt radiația de frînare și fluxurile de particule neutre; prin frînarea lor în cîmpurile coulombiene, electronii rapizi pierd energie care este transferată în exterior ca radiație de frînare; prin recombinări și transfer de sarcină se formează particule neutre rapide care „transportă" energia în exterior, sub formă de energie cinetică. Ca urmare, plasma se răcește.

Nu există nici un fel de „capcană" care să rețină în plasmă radiația de frînare. Totuși, cum am arătat mai sus, plecînd de la faptul că puterea eliberată prin fuziune P_{fuz} și puterea transformată în radiație de frînare, $P_{frîn}$ depind la fel de concentrația nucleelor libere, raportul $P_{fuz}/P_{frîn}$ depinzînd numai de temperatură, crește cu T pînă la valori supraunitare. Astfel, notînd cu n concentrația nucleelor cu care se ciocnesc electronii, de exemplu, deuteronii ($n_D \equiv n$), putem scrie relațiile (VIII.22) și (VIII.27) sub forma $P_{fuz} = f_1(T)n^2\,\Delta E$, $P_{frîn} = f_2(T)n^2$, unde am considerat $n_e = n_i = n$. Raportul lor va depinde numai de temperatură

$$\frac{P_{fuz}}{P_{frîn}} = f(T) \qquad \text{(VIII.32)}$$

În figura VIII.7 este dat acest raport calculat în ipoteza $T_n \simeq T_i$ pentru două cazuri: deuteriu pur (D-D) și amestec de deuteriu cu tritiu (D-T). Teoria arată că acest raport crește cu temperatura, astfel că la temperaturi mai mari

de $4 \cdot 10^7$ K pentru (D-T) și $3{,}5 \cdot 10^8$ K pentru (D-D) puterea eliberată prin fuziune devine mai mare decît cea pierdută prin radiație ($P_{fuz}/P_{frîn} > 1$). Un reactor de fuziune termonucleară poate deci, în principiu, funcționa ca generator de energie numai la temperaturi mai mari decît o temperatură critică T_c. Reactorul cu amestec D-T este mai avantajos din acest punct de vedere, deoarece temperatura sa critică este cu un ordin de mărime mai scăzută decît pentru reactorul cu deuteriu pur.

Pentru caracterizarea bilanțului energic global al reactorului termonuclear se introduce noțiunea de „randament energetic" sau „randamentul reactorului termonuclear" definit ca raportul între puterea degajată prin fuziune și puterea pierdută din camera de ardere

$$R = \frac{\text{Puterea produsă prin fuziune}}{\text{Puterea pierdută}} \tag{VIII.33}$$

Numitorul conține puterile pierdute prin radiație (de frînare) și prin fluxuri corpusculare. Vom ține, însă, seama că nu toată energia care părăsește plasma în unitatea de timp $P_{frîn} + 3nkT/\tau$ trebuie trecută în categoria pierderilor ireversibile; o fracțiune din ea poate fi transformată în energie electrică prin metode obișnuite, $P_{el} = \eta(P_{frîn} + 3nkT/\tau)$, astfel că la numitor vom avea

$$\Delta P = P_{frîn} + \frac{3nkT}{\tau} - \eta\left(P_{frîn} + \frac{3nkT}{\tau}\right).$$

Așadar, randamentul va avea expresia

$$R = \frac{P_{fuz}}{\left(P_{frîn} + \dfrac{3knT}{\tau}\right)(1-\eta)}. \tag{VIII.34}$$

Puterea degajată prin fuziune va fi

$$P_{fuz} = \alpha n^2 \overline{v\sigma} \Delta E \tag{VIII.35}$$

unde $\alpha = 1/2$ pentru combustibilul nuclear format din deuteriu (VIII.2/2 și $\alpha = 1/4$ cînd se folosește un amestec (D-T) în proporții egale $n_D = n_T = n\,2$ (relația VIII.21). Folosind notațiile $\overline{v\sigma} = f_1(T)$, $P_{frîn} = n^2 f_2(T)$ și avînd în vedere că în stadiul actual de dezvoltare a termotehnicii randamentului η de transformare a energiei termice în energie electrică nu depășește valoarea $\eta = 1/3$, vom putea scrie

$$R = \frac{\alpha f_1(T)\,\Delta E}{\dfrac{2}{3} f_2(T) + \dfrac{2kT}{n\tau}}$$

sau

$$R = \frac{\alpha f_1(T)\Delta E/2kT}{\dfrac{f_2(T)}{3kT} + \dfrac{1}{n\tau}}. \tag{VIII.36}$$

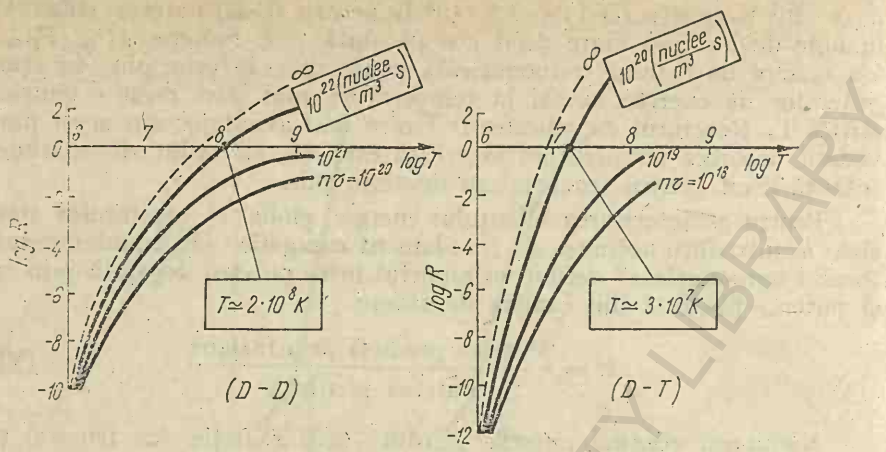


Fig. VIII.8. Randamentul reactorului termonuclear $R\,(T,\ n\tau)$, în scară dublu logaritmică, pentru deuteriu (D—D) și amestec deuteriu-trtitiu (D—T).

Pentru o instalație termonucleară funcționînd în impulsuri, τ este intervalul de timp în care temperatura combustibilului este mai mare decît o temperatură critică, adică timpul în care plasma își conservă proprietățile termonucleare; el este de fapt timpul de confinare a plasmei termonucleare.

Cum se vede din (VIII.36), randamentul R este o funcție de temperatura T și de parametrul $n\tau$. Reprezentarea grafică a funcției $R = R(T, n\tau)$ este o familie de curbe $R(T)$ pentru diferite valori ale parametrului $n\tau$, cum se arată în fig. VIII.8. El devine supraunitar dacă sînt realizate condițiile:

— pentru (D—D), $T > 2 \cdot 10^8$ K

$$n\tau > 10^{22}\left(\frac{\text{nuclee}}{\text{m}^3}\cdot \text{s}\right); \qquad \text{(VIII.37)}$$

— pentru (D—T), $T > 3 \cdot 10^7$

$$n\tau > 10^{20}\left(\frac{\text{nuclee}}{\text{m}^3}\cdot \text{s}\right). \qquad \text{(VIII.38)}$$

Grupul de condiții (VIII.37)—(VIII.38) constituie *criteriul lui Lawson* (1957). Dacă aceste condiții sînt îndeplinite, instalația nucleară va funcționa ca generator de energie. Criteriul lui Lawson instituie deci două praguri minime: unul pentru temperatura T, altul pentru produsul $n\tau$. Valorile numerice din (VIII.37)—(VIII.38) sînt calculate pentru cazul distribuției maxwelliene a particulelor.

Din condiția $R > 1$ impusă expresiei (VIII.36), criteriul lui Lawson se mai pune uneori sub forma

$$n\tau > \frac{6kT}{3\alpha f_1(T)\,\Delta E - 2f_2(T)} \qquad \text{(VIII.39)}$$

sau, folosind cazul ideal, cînd există un cîmp magnetic B_0 a cărui presiune magnetică anulează presiunea gazo-cinetică a plasmei,

$$B_0 = 2\sqrt{\mu_0 nkT}, \qquad \text{(VIII.40)}$$

putem înlocui în (VIII.39) concentrația n cu expresia ei din (VIII.40). În acest caz criteriul Lawson ia forma

$$B_0^2\tau > \frac{24\,(kT)^2}{3\alpha f_1(T)\Delta E - 2f_2(T)}. \qquad \text{(VIII.41)}$$

Conform expresiei (VIII.41) cu cît particula rămîne mai puțin timp τ în plasmă ca particulă încărcată rapidă, cu atît cîmpul magnetic de compresiune B_0 trebuie să fie mai mare.

Criteriul lui Lawson arată că reactorul bazat pe fuziunea amestecului de deuteriu și tritiu este mai avantajos decît cel care lucrează cu deuteriu pur. Primul cere temperaturi de amorsare, concentrații și cîmpuri magnetice mai mici decît al doilea.

În instalațiile cu plasme fierbinți, pulsate, se obțin relativ ușor valori pentru τ de ordinul 10 μs, adică $\tau \simeq 10^{-5}$ s. Pentru ca aceste plasme de foarte scurtă durată să poată fi folosite ca miez fierbinte al unui reactor termonuclear cu bilanț energetic favorabil, ele trebuie comprimate cu cîmpuri magnetice de ordinul $B_0 \simeq 2200$ T, dacă plasma ar fi de deuteriu. Valorile acestor cîmpuri și presiunile corespunzătoare sînt cu totul nerealiste pentru tehnologiile de pe Pămînt.

Pentru a se putea utiliza valori rezonabile, de ordinul $B_0 \simeq 2$ T, trebuie găsite metode care să permită menținerea particulelor încărcate rapide în zona activă intervale de timp τ cu mult mai mari și anume, de ordinul 1—10 s.

Folosind amestec (D-T) în instalațiile cu oglinzi magnetice, criteriul Lawson cere $n \simeq 10^{19}\ \frac{\text{nuclee}}{\text{m}^3}$, $\tau \simeq 10$ s, în timp ce în instalațiile de tip Stellarator și Tokamak se cer $n \simeq 10^{22}$ nuclee/m^3 și $\tau \simeq 1$ s. Instalațiile de tip pinch rapid, cum este sistemul Scylla de la Los Alamos, cer $n \simeq 10^{22}$ nuclee/m^3 și $\tau \simeq$ $\simeq 0{,}01$ s.

În tabelul VIII.1 sînt date cîteva rezultate experimentale în (D-T) pentru comparație cu cerințele de mai sus.

În afară de aceste trei direcții cu focalizare magnetică (oglinzi magnetice, pinch-uri liniare și sistemele toroidale), sînt în stadiu avansat de dezvoltare încă două direcții: sisteme cu confinare (focalizare) inerțială (fie cu fascicule de electroni, fie cu fascicule laser) și sisteme mixte care folosesc fuziunea și fisiunea (reactori „hibrizi").

Tabelul. VIII.1.

Cîteva rezultate experimentale privind satisfacerea criteriului Lawson în instalații cu confinare magnetică, în amestec de deuteriu și tritiu.

Tipul de instalație termonucleară	$n(m^{-3})$	$\tau(s)$	$n\tau$	Temperatura ionică (K)
Oglinzi magnetice de tipul BASEBAL (II) 1972)	$2 \cdot 10^{15}$	1	$2 \cdot 10^{15}$	$2 \cdot 10^{7}$
Oglinzi magnetice de tipul 2XII (1976)	$5 \cdot 10^{19}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{16}$	$(6-8) \cdot 10^{7}$
Pinci rapid SCYLLA	$3 \cdot 10^{22}$	10^{-5}	$3 \cdot 10^{17}$	$(2-3) \cdot 10^{7}$
TOKAMAK T-4 (U.R.S.S.	$5 \cdot 10^{19}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{18}$	$(0,6-1) \cdot 10^{7}$
TOKAMAK TFR (Franța 1976)	10^{20}	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{18}$	$2 \cdot 10^{7}$
TOKAMAK ALCALOR (S.U.A.)	$7 \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{19}$	$0,8 \cdot 10^{7}$
TOKAMAK T-10 (U.R.S.S. 1975)	$8 \cdot 10^{19}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$4,8 \cdot 10^{18}$	$0,8 \cdot 10^{7}$
TOKAMAK PLT (S.U.A. 1975)	$3,5 \cdot 10^{19}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$1,4 \cdot 10^{18}$	$0,9 \cdot 10^{7}$

APLICAȚII *

I.1. Ca urmare a fluctuațiilor, în volumul unei plasme de concentrație $n = 10^{24}$ m^{-3} s-a format un surplus de sarcină electrică $\Delta n/n = 2\%$ într-o zonă sferică de rază $r \simeq 1,5$ mm. Presupunînd plasma ca fiind formată din electroni și ioni simpli ($q = +e$), să se calculeze intensitatea E a cîmpului electric restaurator al neutralității.

Presupunînd că toți electronii din sfera de rază r s-au deplasat spre suprafața ei, vom folosi pentru E expresia

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad \text{unde} \quad Q = \frac{4}{3}\pi r^3 e \Delta n .$$

Vom obține

$$E = \frac{e}{3\varepsilon_0} r\Delta n.$$

Înlocuind $\Delta n = \frac{2}{100} n = \frac{2}{100} \cdot 10^{24}$ și $r = 1,5 \cdot 10^{-3}$ m, găsim $E \simeq 1,8 \cdot 10^{11}$V/m

I.2. Potențialul coulombian din jurul unui ion pozitiv, aflat într-o plasmă cu concentrația electronică medie n_0 provoacă o creștere a concentrației electronilor în vecinătatea acelui ion cu $\delta n/n_0 = 1\%$, unde $\delta n = n_0 - n_e$, n_e fiind concentrația electronică în zona perturbată.

* Cifrele romane indică numărul capitolului la care se referă aplicațiile respective.

Să se calculeze valoarea energiei perturbatoare eV, dacă temperatura electronică medie în plasma neperturbată este $T_e = 10^4$ K. Să se calculeze concentrația electronilor n_e din stratul de perturbare, dacă $n_0 = 10^{20}$ electroni/m^3.

Folosim distribuția Boltzmann în stratul de perturbare,

$$n_e = n_0 e^{-\frac{eV}{kT_e}} \simeq \left(n_0 - \frac{eV}{kT_e}\right)$$

sau

$$n_0 - n_e = n_0 \frac{eV}{kT_e},$$

deci

$$\frac{\delta n}{n_0} = \frac{eV}{kT_e}.$$

Din ultima relație găsim

$$eV \simeq 1{,}38 \cdot 10^{-21} \text{ J} \simeq 8{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ eV}.$$

Potențialul perturbator introdus de ionul dat este $V \simeq 8{,}6 \cdot 10^{-3}$ V.

Concentrația n_e din vecinătatea ionului va fi

$$n_e = n_0 + \delta n, \text{ unde } \delta n = \frac{1}{100} n_0,$$

deci

$$n_e = 1{,}01 \cdot 10^{20} \frac{\text{electroni}}{\text{m}^3}.$$

I.3. Să se calculeze lungimea Debye și numărul de purtători de sarcină din sfera Debye pentru plasma unei descărcări în arc, cu concentrația $n_1 = 10^{20}$ m^{-3} și pentru plasma interstelară, cu concentrația $n_2 = 10^6$ m^{-3}, presupunînd că temperatura electronilor este $T_e = 2 \cdot 10^4$ K în ambele cazuri.

Cele două mărimi, λ_D și N_D pentru ambele cazuri se calculează cu relațiile:

$$\lambda_D = 69 \sqrt{\frac{T_e}{n}}, \qquad N_D = \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 n,$$

Rezultatele vor fi:

a) Pentru plasma arcului electric

$$\lambda_D \simeq 10^{-6} \text{ m}, \; N_D \simeq 400$$

b) Pentru plasma interstelară

$$\lambda_D \simeq 10 \text{ m}, \; N_D \simeq 4 \cdot 10^9.$$

Concluzie: dacă în cazul arcului nu putem vorbi de plasmă pe domenii de dimensiuni mai mici decît cele de ordinul micronului, în cazul (b) proprietățile de plasmă dispar pe întinderi sub valoarea zecilor de metri.

I.4. Ca urmare a unor măsurători experimentale, în scopul diagnosticării unei plasme, s-au aflat atît temperatura electronilor $T_e = 2 \cdot 10^4$ K, cît și concentrația lor $n_e = 9 \cdot 10^{20}$ electroni/m^3. Să calculăm pentru această plasmă lungimea Debye λ_D, pulsația oscilațiilor Langmuir ω_p, frecvența acestor oscilații ν_p, lungimea de undă a mișcării ondulatorii provocată de aceste oscilații, λ_p și timpul de separare locală a sarcinilor τ_p.

BUCUREȘTI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Calculăm aceste mărimi cu formulele stabilite în capitolul I:

$$1^\circ.\ \lambda_D = 69\sqrt{\frac{T_e}{n_e}} \simeq 3{,}24 \cdot 10^{-7}\ \text{m};$$

$$2^\circ.\ \omega_p = 56{,}46\sqrt{n_e} \simeq 1{,}7\ \text{rad/s};$$

$$3^\circ.\ \nu_p = 9\sqrt{n_e} \simeq 270\ \text{GHz};$$

$$4^\circ.\ \lambda_p = \frac{c}{\nu_p} \simeq 0{,}1\ \text{cm};$$

$$5^\circ.\ \tau_p = \frac{1}{\nu_p} \simeq 4 \cdot 10^{-12}\ \text{s}.$$

I.5. Într-un tub de descărcare, gazul ionizat ocupă un volum cu dimensiunile liniare de ordinul $l \simeq 1$ cm. Temperatura electronilor din descărcare este de ordinul $T_e = 10^4$ K. Care trebuie să fie concentrația electronică minimă pentru ca acest gaz să posede proprietățile unei plasme?

Dimensiunea liniară a volumului trebuie să fie mult mai mare decît lungimea Debye, $l \gg \lambda_D$. În cazul cel mai nefavorabil, $l = \lambda_D$. Din această ultimă egalitate calculăm concentrația minimă n_{min} a electronilor

$$l = 69\sqrt{\frac{T_e}{n_{min}}}$$

de unde

$$n_{min} = 4{,}7 \cdot 10^5\ \text{electroni/cm}^3.$$

I.6. Să se calculeze cu cît variază potențialul coulombian al unui ion pozitiv de sarcină e atunci cînd „trece" dintr-un gaz neutru în plasma unui arc electric cu temperatura electronică $T_e = 10^4$ K și concentrația $n_e = 10^{20}\ \text{m}^{-3}$.

În gazul neutru ionul acționează prin potențialul coulombian

$$V_1(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

iar în plasmă, prin potențialul ecranat,

$$V_2(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}}.$$

Variația potențialului $\Delta V = V_2 - V_1$ va fi

$$\Delta V = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(e^{-r/\lambda D} - 1\right),$$

care, ținînd seama de faptul că în plasmă $r \gg \lambda_D$, devine

$$\Delta V \simeq -\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \lambda_D}.$$

Pentru plasma dată, se calculează $\lambda_D = (\varepsilon_0 k T_e / e^2 n_e)^{1/2} \simeq 7 \cdot 10^{-7}$ m și obținem $\Delta V \simeq -2$ mV. Potențialul coulombian este mai mic cu 2 mV cînd ionul se află în plasmă, față de cazul în care el se află într-un gaz neutru. Atît gazul neutru, cît și plasma s-au considerat a fi în stare suficient de rarefiată, încît constanta dielectrică să poată fi aproximată cu ε_0.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

unui ion de specia k având sarcina $z_k e$ este

$$\Delta W = -\frac{z_k^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 \lambda_D}.$$

Dacă ne propunem să exprimăm densitatea de energie coulombiană ε_c pentru o plasmă alcătuită din particule k, de concentrație n_k, vom suma după k, ținînd seama că la sumare fiecare pereche este luată de două ori

$$\varepsilon_c = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 \lambda_D} \sum_k z_k^2 n_k.$$

Ca exemplu să luăm o plasmă de hidrogen ($z_1 = 1$, $z_2 = -1$) având $n_1 = n_2 = 10^{20}$ m^{-3} și $\lambda_D = 10^{-6}$ m. Vom găsi în acest caz $\varepsilon_c = -23$ mJ/m^3.

II.1 Într-un experiment termonuclear, plasma este supusă acțiunii unui cîmp magnetic exterior $B_0 = 5$ Wb/m^2. Dacă temperatura plasmei este $T = 4 \cdot 10^8$ K iar concentrația purtătorilor de un anumit semn, $n = 10^{20}$ m^{-3}, să se determine fracțiunea din B_0 care pătrunde în plasmă, precum și coeficientul diamagnetic β al plasmei din instalația respectivă. Vom porni de la relația de echilibru a presiunilor

$$p = \frac{B_0^2 - B^2}{2\mu_0}$$

unde

$$p = 2nkT.$$

Explicitînd raportul B/B_0 vom găsi

$$\frac{B}{B_0} = \sqrt{1 - \frac{4\mu_0 nkT}{B_0^2}}$$

și, cu datele problemei,

$$\frac{B}{B_0} \simeq 67\%.$$

Apoi din $\beta = 1 - \frac{B^2}{B_0^2}$, $\quad \beta \simeq 55\%$.

IV.1. Presupunem o incintă vidată în care evoluează, fără ciocniri, un proton într-un cîmp magnetic constant în timp și omogen $B = 0{,}5$ T (fig. A.1). Particula intră în zona cîmpului cu energia cinetică $E = 0{,}4$ MeV sub unghiul $\alpha = 83^0$ față de B. Să analizăm mișcarea protonului calculînd următoarele mărimi: raza de girație ρ, pasul elicoidal h, lungimea arcului elicoidal l străbătut după o rotație completă și numărul de pași ν parcurși în unitatea de timp. Să comparăm valorile acestor mărimi cu cele obținute în cazul în care particula incidentă este electronul, de viteză egală cu a protonului. Vom porni de la următoarele relații de bază

$$\frac{mv_\perp^2}{2} = qv_\perp B$$

$$2\pi\rho = v_\perp T$$

$$h = v_{\parallel} T$$

$$l = vT$$

unde v este viteza de-a lungul traiectoriei, iar T perioada rotației. Vitezele perpendiculară $v_\perp$ și paralelă $v_{\parallel}$ față de B

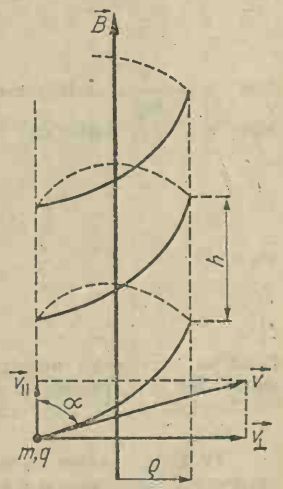


Fig. A.1. Particula cu sarcina q și masa m în cîmp magnetic constant și omogen.

au expresiile $v_\perp = v \sin \alpha$, $v_\parallel = v \cos \alpha$. folosind aceste relații, găsim ușor expresiile căutate

$$\rho = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

$$h = \frac{2\pi mv \cos \alpha}{qB}$$

$$l = \frac{2\pi mv}{qB}$$

$$\nu = \frac{qB}{2\pi m}.$$

Calculînd viteza $v = \sqrt{2qeV/m_p}$, unde $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C și $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, sînt respectiv sarcina și masa protonului, iar $V = 0{,}4 \cdot 10^6$ V, se găsește $v \simeq 6{,}9 \cdot 10^6$ m/s. Luînd sin $83^0 \simeq 0{,}994$ și cos $83^0 \simeq 0{,}104$, găsim $\rho \simeq 14{,}3$ cm, $h = 9{,}4$ cm, $l = 90{,}4$ cm, $\nu = 7{,}9$ MHz. Se poate observa că ν reprezintă și frecvența de rotație a particulei în planul perpendicular pe **B**. Pentru cazul electronului avînd aceeași viteză, $v_e = 6{,}9 \cdot 10^6$ m/s, se obțin ρ_e, h_e și l_e în raportul m_e/m_p față de ρ, h și l de mai sus, adică de 1836 ori mai mici, iar ν de 1836 ori mai mare. Dacă electronul incident are nu aceeași viteză v, ci aceeași energie $E = 0{,}4$ MeV ca a protonului, valorile respective sînt în raportul $\sqrt{m_e/m_p}$.

IV.2. În incinta de mai sus se află un gaz la temperatura $T = 300$ K. Secțiunea eficace de interacție a protonului incident cu atomii gazului este $Q = 1{,}7 \cdot 10^{-19}$ cm^2. Păstrînd condițiile de la aplicația IV.1, să estimăm presiunea p a gazului astfel ca protonul să execute două rotații complete între două ciocniri succesive. Dacă $\mathcal{N}$ este numărul pașilor elicoidei pe un drum mediu liber λ, putem scrie

$$\mathcal{N}l = \lambda$$

unde l este lungimea parcursă pe elicoidă în timpul unei rotații complete ($l = vT$).

Folosind expresia lui l stabilită mai sus, vom găsi

$$\mathcal{N} = \frac{qB}{2\pi mv\lambda}.$$

Dar $\lambda = \frac{1}{NQ}$, unde N este concentrația particulelor țintă, deci a gazului, pentru care putem scrie $p = nkT$, astfel că

$$\mathcal{N} = \frac{qBkT}{2\pi mpQ}$$

pe unde

$$p = \frac{qBkT}{2\pi m\mathcal{N}Q}.$$

Condiția experienței noastre este $\mathcal{N} = 2$. Înlocuind $T = 300$ K, $Q = 10^{-23}$ m^2 și celelalte valori din IV.1, precum și $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K și ținînd seama de transformarea 1 N/m^2 = $= (760/1{,}013 \cdot 10^5)$ Torr, obținem $p \simeq 1$ Torr.

IV.3. Să considerăm un jet monocinetic de particule ionizate, cu viteza v, alcătuit din două specii: particule cu masa m_1 și sarcina q_1 și particule cu masa m_2 și sarcina q_2. Jetul pătrunde într-o zonă în care se află un cîmp magnetic constant și omogen, de inducție **B**, direcția incidență fiind perpendiculară pe cîmp. Luînd cazul „fără ciocniri, adică acela în care drumul liber mediu de ciocnire este mult mai mare decît lungimea unei orbite (sau raze) Larmor,

$\lambda_c \gg \rho$, pentru a cunoaște comportarea acestui flux în cîmpul magnetic, va trebui să cunoaștem cel puțin următoarele mărimi, pentru fiecare tip de particulă:

— raza de girație Larmor ρ;
— accelerația radială a_r;
— pulsația w_b, perioada T_b, frecvența de rotație ν_b;
— momentul de rotație M_b;
— energia cinetică W_b a particulei pe orbita ei;
— intensitatea curentului electric orbital i_b creat de sarcina q;
— momentul magnetic μ_b al unei orbite Larmor (al „inelului diamagnetic");
— fluxul magnetic Φ_b printr-o „spiră" Larmor.

Folosim mărimile fără indicii 1 sau 2, urmînd ca indexarea să se facă atunci cînd este necesară.

Ca și mai sus, raza de girație ρ va fi dată imediat de egalarea forțelor centrifugă mv^2/ρ și centripetă qvB

$$\rho = \frac{mv}{qB}. \tag{1}$$

Ținînd seama că $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ și luînd cazul nerelativist (m nu variază cu v), legea a doua a dinamicii

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

conduce imediat la expresia scalară a accelerației radiale:

$$a_r = \frac{qvB}{m}. \tag{2}$$

Mișcarea fiind uniformă pe orbita Larmor, viteza liniară va fi $v = \omega_b \rho$. Urmează imediat

$$\omega_b = \frac{qB}{m}$$

$$T_b = \frac{2\pi m}{qB} \tag{3}$$

$$\nu_b = \frac{qB}{2\pi m}.$$

Momentul de rotație va fi $M_b = mv\rho$ (avînd în vedere ortogonalitatea celor trei vectori $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\rho}$, $\mathbf{M}_b$), de unde

$$M_b = \frac{m^2 v^2}{qB}. \tag{4}$$

Energia cinetică W_b se obține imediat:

$$W_b = \frac{q^2}{2m} (\rho B)^2. \tag{5}$$

Observații 1°. Din legea conservării momentului cinetic (deoarece ρ este constant), obținem

$$\frac{m^2 v^2}{qB} \equiv \frac{W_b}{B} \cdot \frac{2m}{q} = \text{const.}$$

adică

$$\frac{W_b}{B} = \text{const.}$$

Cu alte cuvinte, dacă inducația cîmpului magnetic trece prin valorile constante și omogene B_1, B_2, etc., energia cinetică a particulei pe orbita Larmor variază direct proporțional cu inducția magnetică:

$$\frac{W_{b1}}{B_1} = \frac{W_{b2}}{B_2} = \ldots = \text{const}.$$

Intensitatea curentului electric i_b echivalent mișcării sarcinii q pe orbită este $i_b = \nu_b q$ adică

$$i_b = \frac{q^2}{2\pi m} B. \tag{6}$$

Momentul magnetic μ_b al orbitei Larmor va fi, conform definiției $\mu_b = \pi\rho^2 i_b$, adică

$$\mu_b = \frac{W_b}{B}. \tag{7}$$

Deoarece W_b crește liniar cu B, momentul magnetic μ_b rămîne același cînd se trece de la o valoare constantă și omogenă a lui B la o altă valoare de asemenea constantă și omogenă.

Fluxul magnctic $\Phi_b = \pi\rho^2 B$ va fi

$$\Phi_b = \frac{2\pi m}{q^2} \cdot \frac{W_b}{B} = \frac{2\pi m}{q^2} \mu_b. \tag{8}$$

2°. În cazul în care viteza inițială nu este perpendiculară pe inducția B, relațiile de mai sus sînt valabile pentru proiecția mișcării pe planul normal la B, adică pentru mișcarea cu viteza $v_\perp = v \sin\alpha$, unde α este unghiul dintre vectorii v și B.

IV.4. Dacă fluxul incident face unghiul α cu B, particulele celor două specii vor descrie elicoide cu pași diferiți h_1 și h_2. Dacă λ_1 și λ_2 sînt drumurile libere medii de ciocnire ale celor două tipuri de particule, iar $\mathcal{N}_i$ și l_i "$(i = 1,2)$ numărul de pași între două ciocniri succesive și lungimea segmentului de elicoidă parcursă într-o perioadă T_i, vom avea

$$\mathcal{N}_1 l_1 = \lambda_1,$$

$$\mathcal{N}_2 l_2 = \lambda_2.$$

Folosind expresia de la IV. 2 pentru numărul de pași între două ciocniri succesive, putem calcula acest număr pentru fiecare specie de particule incidente. Dacă N este concentrația particulelor țintă de interes, iar Q_1 și Q_2 secțiunile de interacție ale fiecărui tip de particulă incidentă cu cele ale gazului țintă, vom avea $\lambda_1 = 1/NQ_1$, $\lambda_2 = 1/NQ_2$ și raportul numărului de pași între două ciocniri succesive va fi

$$\frac{\mathcal{N}_2}{\mathcal{N}_1} = \frac{l_1}{l_2} \frac{Q_1}{Q_2}$$

sau, folosind l de la IV. 1,

$$\frac{\mathcal{N}_2}{\mathcal{N}_1} = \frac{q_2}{q_1} \frac{m_1}{m_2} \frac{Q_1}{Q_2}.$$

Să calculăm raportul $n_2(t)/n_1(t)$ al numărului pașilor elicoidali efectuați în același timp t de cele două feluri de particule. Ambele particule avînd aceeași viteză v și același unghi de intrare α, componentele paralele ale vitezei vor fi aceleași, $v_{||} = v \cos\alpha$. Dacă H_1 și H_2 sînt deplasările în direcția cîmpului în timpul t, atunci

$$H_1 = H_2 = v_{||}\, t.$$

Prin urmare, în direcția cîmpului vom avea $n_1 h_1 = n_2 h_2$ sau

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{h_1}{h_2}.$$

Folosind pentru pași expresiile

$$h_1 = \frac{2\pi m_1 v_{\parallel}}{q_1 B}$$

$$h_2 = \frac{2\pi m_2 v_{\parallel}}{q_2 B}$$

obținem

$$\frac{n_2(t)}{n_1(t)} = \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{m_1}{m_2}.$$

În cazul în care fluxul incident este alcătuit din protoni și electroni ($q_1 = q_2 = e$, $m_2/m_1 \simeq 1836{,}57$), atunci în orice interval de timp, t, înainte de ciocnire, vom avea

$$n_e(t) \simeq 1836 n_p(t).$$

IV.5. Cîmpul magnetic neomogen al unei capcane cu oglinzi magnetice are inducția în zona de reflexie de 16 ori mai mare decît în zona de injecție a plasmei. Să estimăm unghiul de injecție α_0 al fasciculului de plasmă și posibilele scăpări datorită împrăștierii unghiulare a fasciculului incident. Știm că particulele încărcate electric ce pătrund în sistem sub unghiul α_0 față de direcția lui $\mathbf{B}_0$ în zona de intrare, se vor întoarce din drum în punctul în care intensitatea cîmpului magnetic atinge valoarea

$$B_{max} = \frac{B_0}{\sin^2 \alpha_0}.$$

Conform teoriei, toate particulele incidente sub unghiuri α care satisfac condiția

$$\sin \alpha \geqslant \sqrt{\frac{B_0}{B_{max}}}$$

vor fi reflectate și vor rămîne în spațiul capcanei magnetice. Unghiul α_0 se calculează imediat:

$$\sin \alpha_0 = \sqrt{\frac{B_0}{B_{max}}} = \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$$\alpha_0 \simeq 10°30'$$

Prin urmare, particulele incidente sub unghiuri $\alpha \geqslant 14°30'$ vor rămîne în capcană, pe cînd cele care pătrund sub unghiuri $\alpha < 14°30'$ vor scăpa, trecînd în categoria pierderilor din capcana magnetică dată.

IV.6. În spațiul unui condensator plan este injectat un fascicul de plasmă cu viteza v_0 sub unghiul α_0 față de cîmpul electric static, de intensitate $\mathbf{E}$ al condensatorului. Notînd cu M, q, m, e masa și sarcina ionului, respectiv a electronului, să analizăm traiectoria fiecărui tip de particulă în zona de cîmp.

Ecuațiile de mișcare ale fiecărui tip de particule vor fi

$$M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{E}$$

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e\mathbf{E}.$$

BCU IAȘI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

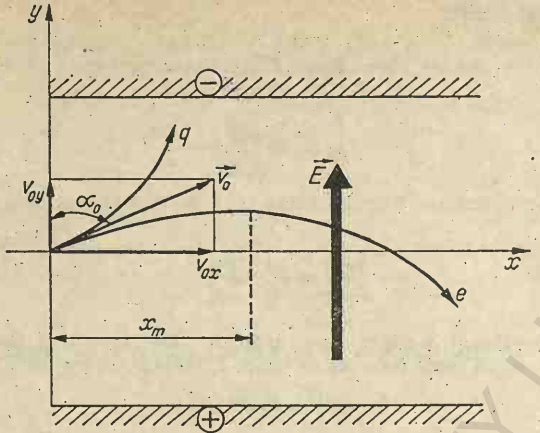


Fig. A.2. Fascicul de electroni (e) și ioni (q) în cîmp electric static E.

a) *Traiectoria ionului pozitiv.* Alegînd sistemul de coordonate ca în fig. A.2 (axa y paralelă cu E) obținem următoarele ecuații scalare

$$M \frac{dv_y}{dt} = qE$$

$$M \frac{dv_x}{dt} = 0$$

care ne vor da, după integrare, ecuațiile scalare ale vitezelor

$$v_y = \frac{qE}{M} t + v_{0y}$$

$$v_x = v_{0x} = \text{const.}$$

și ale coordonatelor

$$y = \frac{qE}{2M} t^2 + v_{0y} t$$

$$x = v_{0x} t.$$

Eliminînd timpul, obținem ecuația traiectoriei $y = f(x)$ a ionului pozitiv

$$y = \frac{qE}{2Mv_0^2 \sin^2 \alpha_0} x^2 + x \operatorname{ctg} \alpha_0.$$

Ionul pozitiv va evolua în acest caz ($0 < \alpha_0 < \pi/2$) după o parabolă fără punct de maxim în spațiul condensatorului. În cazul limită, ionul se îndreaptă spre o direcție normală la placa negativă.

b) *Traiectoria electronului.* Ecuația traiectoriei electronului va fi

$$y = -\frac{eE}{2mv_0^2 \sin^2 \alpha_0} x^2 + x \operatorname{ctg} \alpha_0.$$

Ea va fi tot o parabolă, dar care poate avea un punct de maxim la distanța

$$x_m = \frac{W_0}{2E} \sin 2\alpha$$

unde $W_0 = mv_0^2/2$ este energia cinetică inițială a electronului. Dacă lungimea condensatorului în direcția x este mai mică decît x_m, evident maximul traiectoriei nu mai apare.

În cazul în care v_0 se află în cadranul IV, ionul pozitiv este cel care poate trece printr-un extremum (un minimum) al traiectoriei.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

IV.7. Pentru analiza traiectoriei $y = f(x)$ a unei particule din plasma în cîmpuri electrice, periodice în timp, cu faze inițiale diferite, să considerăm următorul exemplu. O particulă cu masa m și sarcina electrică q pătrunde în spațiul unui condensator plan, cu viteza v_0 paralelă cu plăcile condensatorului. Între plăci este aplicat un cîmp electric omogen, dar variabil în timp după o lege armonică, avînd pulsația ω. Admițînd că în momentul intrării particulei în zona de cîmp ($t = 0$) faza cîmpului este φ_0 să studiem traiectoria particulei pentru diferite faze inițiale φ_0.

Luăm axa y după direcția cîmpului electric E, care are forma

$$E(t) = E_0 \sin(\omega t - \varphi_0). \tag{1}$$

Ecuația de mișcare în direcția abscisei (adică $x = x(t)$) va fi, conform enunțului,

$$x = v_0 t. \tag{2}$$

Ecuația de mișcare după ordonată $y = y(t)$ va rezulta din integrarea ecuației diferențiale

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{qE_0}{m} \sin(\omega t - \varphi_0). \tag{3}$$

Luînd condiția inițială $v_y = dy/dt = 0$ pentru $t = 0$, o primă integrare ne va da ecuația vitezei,

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{qE_0}{m\omega} \cos(\omega t - \varphi_0) + \frac{qE_0 \cos\varphi_0}{m\omega}. \tag{4}$$

Integrînd (4) cu condiția inițială $y = 0$ pentru $t = 0$, obținem ecuația de mișcare,

$$y = -\frac{qE_0}{m\omega^2} \sin(\omega t - \varphi_0) + \frac{qE_0 \cos\varphi_0}{m\omega} t - \frac{qE_0 \sin\varphi_0}{m\omega^2}. \tag{5}$$

Eliminînd timpul între (5) și (1) obținem ecuația traiectoriei ($y = f(x)$)

$$y = \frac{qE_0 \cos\varphi_0}{m\omega v_0} x - \frac{qE_0 \sin\varphi_0}{m\omega^2} - \frac{qE_0}{m\omega^2} \sin\left(\frac{\omega}{v_0} x - \varphi_0\right). \tag{6}$$

Traiectoria este deci o sinusoidă cu amplitudinea $qE_0/m\omega^2$, desfășurată de-a lungul unei drepte care trece prin origine și care este înclinată față de Ox cu unghiul ψ dat de expresia

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{qE_0 \cos\varphi_0}{m\omega v_0}. \tag{7}$$

a) Fazele inițiale φ_0 sînt cuprinse în cadranul I ($\cos\varphi_0 > 0$, $\sin\varphi_0 > 0$). Acesta este cazul în care este scrisă ecuația (6). Abscisele punctelor în care sinusoida intersectează dreapta vor fi date de condiția

$$\sin\left(\frac{\omega}{v_0} x - \varphi_0\right) = 0. \tag{8}$$

Acestea vor fi

$$x_0 = \frac{v_0}{\omega} \varphi_0$$

$$x_1 = \frac{v_0}{\omega} (\varphi_0 + \pi)$$

$$x_2 = \frac{v_0}{\omega} (\varphi_0 + 2\pi)$$

$$\vdots$$

$$x_k = \frac{v_0}{\omega} (\varphi_0 + k\pi).$$

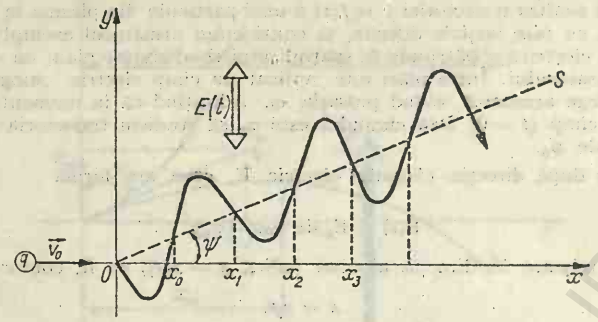


Fig. A.3. Particula cu sarcina q în spațiul fără ciocniri al unui cîmp electric alternativ. Viteza de intrare este $\mathbf{v}_0 \perp \mathbf{E}$.

Situația este ilustrată calitativ în fig. A.3. Unghiul ψ al direcției OS este diferit de zero, afară de cazul $\varphi_0 = \pi/2$. În general OS va fi paralelă cu Ox cînd intrarea particulei coincide cu momentul atingerii valorii maxime a cîmpului.

b) În continuare semnele algebrice ale termenilor ecuației (6) se vor modifica în funcție de valoarea fazei φ_0, astfel: φ_0 în cadranul II ($\cos\varphi_0 < 0$, $\sin\varphi_0 > 0$); φ_0 în cadranul III ($\cos\varphi_0 < 0$, $\sin\varphi_0 < 0$); φ_0 în cadranul IV ($\cos\varphi_0 > 0$, $\sin\varphi_0 < 0$).

c) Cazuri particulare:

– pentru $\varphi_0 = 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$):

$$y = \frac{qE_0}{m\omega v_0} x - \frac{qE_0}{m\omega^2} \sin\left(\frac{\omega}{v_0} x - \varphi_0\right);$$

– pentru $\varphi_0 = (2k+1)\pi$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$):

$$y = -\frac{qE_0}{m\omega v_0} x - \frac{qE_0}{m\omega^2} \sin\left(\frac{\omega}{v_0} x - \varphi_0\right);$$

– pentru $\varphi_0 = (2k + 1/2)\pi$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$):

$$y = -\frac{qE_0}{m\omega^2} - \frac{qE_0}{m\omega^2} \sin\left(\frac{\omega}{v_0} x - \varphi_0\right);$$

– pentru $\varphi_0 = \left[\left(2k+1\right) + \frac{1}{2}\right]\pi$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$):

$$y = \frac{qE_0}{m\omega^2} - \sin\left(\frac{\omega}{v_0} x - \varphi_0\right)$$

Aceste cîteva exemple arată marea diversitate de traiectorii posibile ale componentelor unui fascicul de plasmă injectat într-o zonă în care acționează un cîmp electric variabil, situația discutată aici fiind una mai simplă: aceea „fără ciocniri ale particulelor plasmei cu cele existente în zona de cîmp".

Dacă în cîmp pătrund, simultan, cu aceeași viteză $\mathbf{v}_0 \perp \mathbf{E}$ un ion pozitiv și un electron, iar pentru simplificare luăm $\varphi_0 = 0$ (intrarea particulelor coincide cu trecerea prin zero a cîmpului electric), ecuațiile celor două tipuri de particule vor fi

$$y_e = -\frac{eE_0}{m\omega v_0} x + \frac{eE_0}{m\omega^2} \sin\left(\frac{\omega}{v_0} x\right)$$

$$y_i = \frac{qE_0}{M\omega v_0} x - \frac{qE_0}{M\omega^2} \sin\left(\frac{\omega}{v_0} x\right),$$

traiectoriile fiind date, calitativ în fig. A.4. Atît raportul amplitudinilor, cît și raportul pantelor direcțiilor OS_e și OS_i sînt în acest caz raportul maselor M/m.

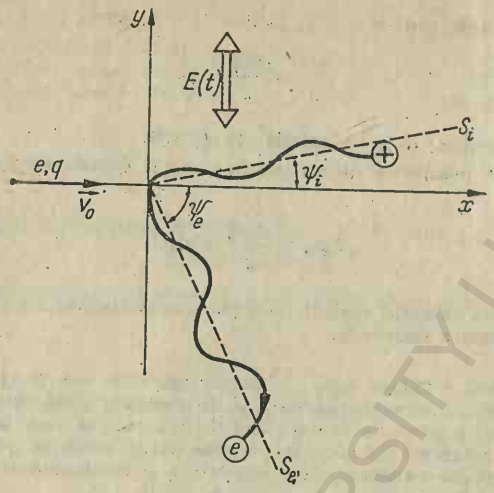


Fig. A.4. Mișcarea electronului e și a ionului pozitiv q în cîmpul electric alternativ, în cazul $\varphi_0 = 0$.

IV.8. Un fascicul format din particule identice de sarcină q și masă m pătrunde într-o zonă de potențial electric variabil $U(x, y, z, t)$ și cîmp magnetic cu inducația B. Presupunem fasciculul monocinetic, particulele avînd la intrare viteza v_0. Dacă la intrare potențialul este $U = 0$, să stabilim expresia energiei cinetice a particulelor din unitatea de volum, concentrația lor medie în fascicul fiind n.

Deoarece cîmpul magnetic B nu modifică energia particulelor, putem scrie, direct, pe baza legii de conservare a energiei

$$E_{cin} = n\frac{mv_0^2}{2} - nqU, \tag{1}$$

astfel că particulele negative ($q < 0$) vor fi accelerate ($E_{cin} > nmv_0^2/2$), iar cele pozitive ($q > 0$) vor fi încetinite.

Putem justifica riguros relația (1) pornind de la expresia forței Lorentz, în care vom ține seama că E derivă din potențialul dat U

$$m\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}t} = q(\mathrm{E} + \mathrm{v} \times \mathrm{B}) \tag{2}$$

Înmulțind scalar cu v ambele părți ale egalității (2), obținem

$$m\mathrm{v} \cdot \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}t} = q\mathrm{v} \cdot \mathrm{E}, \tag{3}$$

sau

$$m\mathrm{v} \cdot \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}t} = -q(\mathrm{v} \cdot \nabla U), \tag{4}$$

$$m\mathrm{v} \cdot \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}t} = -q\left(\frac{\partial U}{\partial n} \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \ldots\right), \tag{5}$$

$$m\mathrm{v} \cdot \frac{dv}{\mathrm{d}t} = -q\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}. \tag{6}$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Integrînd (6) cu condițiile inițiale $v = v_0$ pentru $U = 0$, avem

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - qU. \tag{7}$$

Pentru n particule identice, obținem relația (1), Q.E.D.

Dacă introducem densitatea de sarcină $\rho_{el} = nq$ și densitatea masică $\rho_m = nm$, relația (1) devine

$$E_{cin} = \frac{\rho_m v_0^2}{2} - \rho_{el} U. \tag{8}$$

Toate acestea sînt valabile, evident, dacă particulele fasciculului nu suferă ciocniri neelastice în zona de acțiune a cîmpurilor.

IV.9. Se consideră mișcarea unui jet de plasmă între doi pereți izolatori plan-paralel de dimensiuni infinite, cu distanța $2d$ între ei, în prezența unui cîmp magnetic $\mathbf{B}_0$, normal pe acești pereți. Direcția jetului este după axa Ox așa cum se vede în figura A.5. Să se determine distribuția vitezelor în secțiunea acestui canal, adică în planul (yx) aproximînd plasma ca un fluid conductor vîscos, de vîscozitate η și conductivitate electrică σ, iar curgerea ei — staționară și laminară.

Curgerea fiind staționară, termenul de accelerație $\rho_m du/dt$ din ecuația de mișcare a elementului de masă va fi nul și vom avea

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla P + \eta \nabla^2 u = 0 \tag{1}$$

unde P este presiunea totală a plasmei în mișcare. Dar curgrrea plasmei cu viteza $\mathbf{u}$ în cîmpul $\mathbf{B}_0$ va da un curent electric de densitate $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{u} \times \mathbf{B}_0$, care înlocuit în (1) va da

$$\sigma(\mathbf{u} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0 - \nabla P + \eta \nabla^2 u = 0. \tag{2}$$

Dezvoltînd dublul produs vectorial, $(\mathbf{u} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0 = -\mathbf{u} \cdot B_0^2 - \mathbf{B}_0(\mathbf{B}_0 \cdot u)$, ecuația de mișcare va deveni

$$\sigma[\mathbf{B}_0(\mathbf{u} \cdot \mathbf{B}_0) - \mathbf{u}B_0^2] - \nabla P + \eta \nabla^2 u = 0. \tag{3}$$

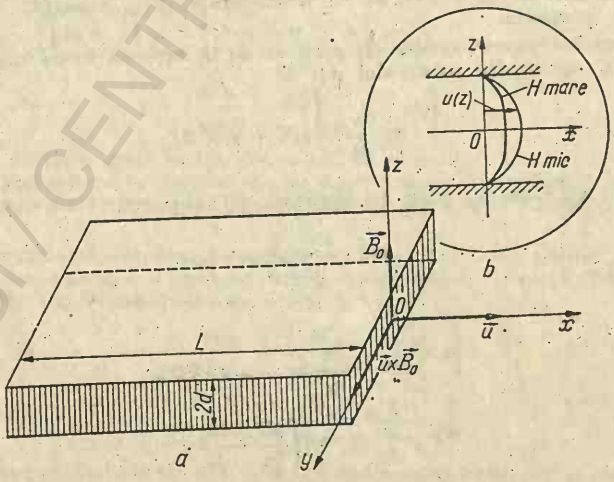


Fig. A.5. Jetul de plasmă în direcția x, între două plăci plan-paralele.

În sistemul de coordonate ales în fig. A5 ($\mathbf{B}_0$ după Oy), produsul scalar $\mathbf{u} \cdot \mathbf{B}_0$ va fi nul iar coordonatele vectorilor viteză și cîmpul magnetic vor fi $\mathbf{u}(u, 0, 0)$; $\mathbf{B}_0(0, 0, B_0)$. Curgerea avînd loc după Ox, gradientul presiunii va fi diferit de zero numai în această direcție, adică $\nabla P(\partial P/\partial x, 0, 0)$. Pe de altă parte, întinderea plasmei pe direcția y fiind infinită (în orice caz, mult mai mare decît $2d$), putem considera numai variații după z, ale vitezei, adică $\nabla^2 u = \partial^2 u/\partial z^2$. Cu aceste precizări, ecuația vectorială (3) va putea fi scrisă sub următoarea formă scalară

$$\eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \sigma B_0^2 u - \frac{\partial P}{\partial x} = 0. \tag{4}$$

Soluția acestei ecuații diferențiale de ordinul doi, cu coeficienți constanți, va fi de forma

$$u = c_1 e^{\alpha z} + c_2 e^{-\alpha z} + c_3. \tag{5}$$

Coeficientul α se exprimă imediat din ecuația caracteristică $\eta\alpha^2 - \sigma B_0^2 = 0$,

$$\alpha = B_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}. \tag{6}$$

Folosind condiția la limită $u = 0$ pentru $z = \pm d$, datorită vîscozității, se exprimă coeficienții c_1, c_2, c_3:

$$c_3 = -\frac{1}{\sigma B_0^2} \frac{\partial P}{\partial x} \tag{7}$$

$$c_1 = c_2 = -\frac{c_3}{2 \operatorname{ch} \alpha d} \tag{8}$$

unde am folosit definiția cosinusului hiperbolic

$$\operatorname{ch} \alpha d = \frac{e^{\alpha d} + e^{-\alpha d}}{2}. \tag{9}$$

Înlocuind constantele c_1, c_2, c_3 în expresia vitezei $u(z)$ din (5) obținem

$$u(z) = -\frac{1}{\sigma B_0^2} \frac{\partial P}{\partial x} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha z}{\operatorname{ch} \alpha d}\right). \tag{10}$$

Admițînd o variație liniară a presiunii plasmei de-a lungul axei x putem scrie

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \text{const.} = -\frac{\Delta P}{L} \tag{11}$$

unde L este lungimea finită a canalului în direcția x, iar ΔP diferența macroscopică între presiunea la ieșirea din canalul MHD și la intrarea în canal. Expresia distribuției vitezei după z, în acest caz va fi de forma

$$u(z) = \frac{\Delta P}{\sigma B_0^2 L} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha z}{\operatorname{ch} \alpha d}\right). \tag{12}$$

În hidrodinamica obișnuită (a fluidului neconductor), aceasta este problema lui Poiseuille însă deoarece primul care a tratat-o pentru cazul fluidului conductor a fost Hartmann (1937), ea a căpătat denumirea de problema lui Hartmann. Numărul adimensional αd poartă numele de *numărul lui Hartmann* H

$$\mathrm{H} = \alpha d = B_0 d \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}. \tag{13}$$

Cu acest număr, expresia vitezei devine:

$$u(z) = \frac{\Delta P}{\sigma B_0^2 L} \left[1 - \frac{\operatorname{ch}\left(M \frac{z}{d}\right)}{\operatorname{ch} M}\right]. \tag{14}$$

Ea arată că variația după z a vitezei de curgere în direcția x depinde de valoarea numărului lui Hartmann (vezi fig. A.5, b). La valori mari ale lui H, toate particulele dintr-o secțiune yz au aproape aceeași viteză, cu excepția vecinătății pereților ($z \simeq d$), unde există un puternic gradient de viteză. Cum se vede din (13), această situație apare la d sau/și B_0 mari, precum și în cazul plasmelor mai puternic ionizate (σ mai mare). De asemenea, aceasta se petrece mai ales în plasmele gazoase (η mai mic) față de cele lichide (metale topite, de exemplu)

Observație. Dacă spațiul de curgere este limitat lateral de pereți izolatori (sau izolați) paraleli cu direcția jetului, va trebui luat în considerație cîmpul electric E de polarizare a pereților, astfel că densitatea de curent se va scrie sub forma

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}_0).$$

Datorită lui E, curentul electric în direcția y se închide în fluid, ceea ce va da condiția la limită

$$\int_{-d}^{d} j_y(z)\, z = 0$$

și distribuția vitezelor $u(z)$ se va modifica față de cazul problemei plane infinite.

IV.10 Să se arate că condiția $\omega_b \gg \nu_c$ ca o plasmă să fie diamagnetică (ω_b — frecvența Larmor, ν_c — frecvența de ciocnire) este echivalentă cu condiția ca raza de girație r_b (raza orbitei Larmor) să fie mică în comparație cu lungimea drumului liber mediu de ciocnire l_c.

Deoarece $\omega_b = v_\perp / r_b$, $\nu_c = v_\perp / l_c$, putem scrie imediat

$$\frac{v_\perp}{r_b} \gg \frac{v_\perp}{l_c},$$

de unde

$$r_b \ll l_c.$$

VI.1. Între doi electrozi circulari plan-paraleli avînd fiecare raza $r = 3$ cm și fiind așezați la distanța $d = 0{,}5$ cm între ei, se realizează o descărcare întunecoasă, întreținută de un agent de ionizare exterior care produce $n_0 = 10^3$ ionizări simple pe secundă, în fiecare cm^3. Să se evalueze intensitatea i_s a curentului de saturație a caracteristicii volt-amperică a descărcării.

Ionizările fiind simple, ionii pozitivi au sarcina $q = +e$ și concentrația egală cu a electronilor. La saturație, toți purtătorii creați prin ionizare în spațiul dintre electrozi, în unitatea de timp, sînt capturați de electrozi, în aceeași unitate de timp, ei neavînd posibilitatea de a se recombina datorită cîmpului intens aplicat. Prin urmare intensitatea curentului de saturație va fi

$$i_s = e n_e s d + e n_i s d$$

unde, în cazul nostru, $n_e = n_i = n_0 \dfrac{particule}{m^3 \cdot s}$.

Așadar,

$$i_s = 2 e n_0 s d.$$

Introducînd $n_0 = 10^9$ m$^{-3} \cdot$ s^{-1} și celelalte mărimi, în SI, găsim $i_s \simeq 4{,}5 \cdot 10^{-15}$ A.

VI.2. Între doi electrozi plan-paralel se realizează o descărcare Townsend în neon, la tensiunea $V = 100$ V. Condițiile experienței sînt următoarele. Cîmpul „redus" $E/p_0 = 100$ V/cm $\cdot$ Torr, $\alpha/p_0 = 0{,}5$ cm$^{-1} \cdot$ Torr^{-1}. Experiența are loc la temperatura $t = 19$°C, la care presiunea este $p_t = 2{,}14$ Torr. Să se determine:

a) distanța d între electrozi, la care se realizează experiența;

b) care este numărul de ionizări efectuate de un electron pe 1 cm de drum în spațiul dintre electrozi;

c) dacă din catod sînt scoși $n_0 = 10^2$ electroni primari/secundă, care este numărul de electroni colectați de anod.

Calculăm mai întîi presiunea redusă la 0°C

$$p_0 = \frac{p_t}{1 + \frac{t}{273}}$$

care, în condițiile experienței ($t = 19°C$, $p_t = 2{,}14$ Torr), este $p_0 = 2$ Torr.

a) Scriem expresia $E/p_0 = 1000$ sub forma

$$\frac{V}{p_0 d} = 100 \text{ (V/cm} \cdot \text{Torr)}$$

de unde scoatem $d = 5$ cm.

b) Din $\alpha/p_0 = 0{,}5 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{Torr}^{-1}$, găsim

$$\alpha = 0{,}5 p_0 = 1 \frac{\text{ionizare}}{\text{cm}}.$$

c) $n_d = n_0 e^{\alpha d}$,

$$\ln n_d = \ln n_0 + \alpha d.$$

Ultima relație ne va da $n_d \simeq 1{,}5 \cdot 10^4 \frac{\text{electroni}}{\text{s}}$.

VI.3. Într-o coloană pozitivă, de lungime l, avînd gradientul longitudinal E, numai fracțiunea β din numărul total de electroni, N_e, produce ionizarea atomilor neutri de gaz cu potențialul de ionizare V_i. Dacă mobilitățile elecrronilor și ionilor sînt K_e, K_i, să se stabilească expresia fracțiunii α din puterea electrică absorbită din circuitul exterior pentru întreținerea acestei coloane.

Din această formulare rezultă că puterea absorbită de coloană este αiEl, iar puterea cedată pentru ionizări este $\beta N_e e V_i$. Luînd cazul ideal cînd plasma se întreține numai prin aceste două procese globale, vom scrie

$$\alpha iEl = \beta N_e e V_i. \tag{1}$$

Folosind expresia vitezei de antrenare $v = (K_e + K_i)E$ în cea a intensității curentului electric $i = envs$, avem

$$i = en(K_e + K_i)ES. \tag{2}$$

Ținînd seama și de egaiitatea $N_e = nSl$, relația (1) ne va da

$$\alpha = \frac{\beta V_i}{(K_e + K_i)E^2}.$$

VI.4. Din volumul unei plasme, un ion pozitiv cu sarcina e se apropie de o suprafață metalică, aflată în contact cu plasma. Să se estimeze de la ce distanță r_m de suprafață începe emisia potențială știind că probabilitatea trecerii electronului din zona de conducție a metalului în spațiul liber, prin efect tunel, devine importantă la intensități ale cîmpului electric $E = 10^7$ V/cm.

Introducem în $E = 2\frac{e}{\varepsilon r_m^2}$ valoarea $E = 10^9$ V/m și găsim $r_m \simeq 17$ Å.

VI.5. O coloană pozitivă uniformă, de lungime $l = 10$ cm este întreținută la un curent $i = 10$ mA într-un gaz care are potențialul de ionizare mediu $V_i = 15$ V. Determinîndu-se gradientul longitudinal $E = 1$ V/cm și numărul $N = 10^{17}$ ionizări/secundă în

această coloană, să se stabilească ce fracțiune α din puterea electrică transferată coloanei este folosită pentru producerea acestor ionizări.

Din bilanțul energetic

$$\alpha i E l = N e V_i$$

se găsește $\alpha \simeq 2{,}4\%$.

VI.6, Dacă distanța dintre electrozii plan paraleli ai unui tub de descărcare este d, iar presiunea gazului este p, să se arate că produsul pd este proporțional cu numărul total N al particulelor din spațiul dintre electrozi.

În volumul paralelipipedic Sd, unde S este aria fiecărui electrod, numărul total al particulelor gazului, de concentrație n, este

$$N = nSd.$$

Folosind expresia presiunii gazului la temperatura T, $p = nkT$, obținem

$$pd = \frac{kT}{S} N,$$

factorul de proporționalitate kT/S fiind constant la o temperatură dată. Se mai poate spune că $p_1 d_1 / p_2 d_2 = N_1 / N_2$ la o temperatură dată.

VIII.1. Într-un reactor termonuclear cu amestec deuteriu-tritiu cîmpul magnetic confinator are inducția B_0. Să se stabilească forma criteriului lui Lawson în funcție de B_0 în ipoteza că B_0 echilibrează exact presiunea gazo-cinetică a plasmei.

Criteriul lui Lawson pentru sistemul D—T este:

$$T > 3 \cdot 10^7 \text{ K} \qquad \text{(a)}$$

$$n\tau > 10^{20} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1} \qquad \text{(b)}$$

unde τ este timpul mediu de viață al unei particule electrizate din plasmă. În ipoteza dată, vom scrie

$$\frac{B_0^2}{2\mu_0} = 2nkT.$$

Introducînd în (b) concentrația n din această ultimă egalitate și efectuînd calculele, găsim forma căutată pentru criteriul lui Lawson:

$$B_0^2 \tau > 7 \cdot 10^{-9} \text{ T}.$$

Dacă temperatura plasmei din reactor este $T = 5 \cdot 10^7$ K pe o durată $\tau \simeq 10^{-2}$ s, valoarea de prag B_0 a inducției cîmpului magnetic aplicat din exterior plasmei va fi $B_0 \simeq 6$ Wb/m^2.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

DEDUCEREA RELAȚIILOR (V.65)—(V.67)

Considerăm două particule m_1 și m_2 cu vitezele v_1 și v_2 constante și paralele între ele (fig. V.8) ce se deplasează de la stînga spre dreapta. Legile de conservare ale energiei și impulsului înainte (A) și după (B) interacție, în sistemul de coordonate al laboratorului vor fi

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \Delta W \tag{1}$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{v}_1' + m_2 \mathbf{v}_2'. \tag{2}$$

Am luat cazul nerelativist, astfel că în defectul de energie ΔW nu intră variația maselor, ci numai energia preluată neelastic la interacție (excitări, ionizări, disocieri etc.).

Notînd cu $\mathbf{v}_r = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ viteza relativă a celor două particule (viteza lor în sistemul centrului de masă) și cu μ masa redusă, definită prin relația

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \tag{3}$$

energia cinetică a mișcării relative (în sistemul centrului de masă) va fi

$$W_{rel} = \mu \frac{v_r^2}{2}. \tag{4}$$

Întrucît energia cinetică a centrului de masă C este

$$W_c = \frac{(m_1 + m_2) U^2}{2} \tag{5}$$

unde U este viteza centrului de masă scrisă în sistemul laboratorului, putem spune că înainte de interacție energia totală de mișcare a celor două particule este alcătuită din suma energiei cinetice relative și a energiei cinetice a centrului de masă

$$W_{tot} = \frac{\mu v_r^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2) U^2}{2}. \tag{6}$$

În acest caz, ecuația de conservare a energiei (1) va putea fi scrisă sub forma

$$\frac{\mu v_r^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2) U^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \Delta W. \tag{7}$$

Împărțind ecuația conservării impulsului (2) cu $m_1 + m_2$ și ținînd seama că

$$\mathbf{U} = \frac{m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2}{m_1 + m_2} \tag{8}$$

este, prin definiție, viteza centrului de masă, vom obține

$$\mathbf{U} = \frac{m_1\mathbf{v}_1' + m_2\mathbf{v}_2'}{m_1 + m_2} \tag{9}$$

relație evidentă, care arată că viteza centrului de masă rămîne neschimbată după interacțiune.

Ținînd seama de definiția masei reduse μ, relația (9) devine

$$\mathbf{U} = \mu\left(\frac{\mathbf{v}_1'}{m_2} + \frac{\mathbf{v}_2'}{m_1}\right). \tag{10}$$

Proiectînd această ultimă ecuație pe direcția inițială de mișcare (comună celor două particule) și pe direcția perpendiculară pe ea, vom obține

$$U = \mu\left(\frac{v_1'}{m_2}\cos\theta + \frac{v_2'}{m_1}\cos\eta\right)$$

$$0 = \mu\left(\frac{v_1'}{m_2}\sin\theta - \frac{v_2'}{m_1}\sin\eta\right).$$

Ultima relație se va scrie

$$0 = m_1 v_1' \sin\theta - m_2 v_2' \sin\eta.$$

Dispunem deci de un sistem de trei ecuații

$$\mu v_r^2 + (m_1 + m_2)\,U^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 + 2\Delta W \tag{11}$$

$$U = \mu\left(\frac{v_1'}{m_2}\cos\theta + \frac{v_2'}{m_1}\cos\eta\right) \tag{12}$$

$$0 = m_1 v_1' \sin\theta - m_2 v_2' \sin\eta. \tag{13}$$

Să considerăm ca fiind date (cunoscute sau măsurate) vitezele v_1 și v_2 înainte de interacție și deviația θ a particulei m_1 după interacția ei cu m_2. Ne propunem să stabilim expresii pentru trei necunoscute, v_1', v_2' și η în funcție de v_1, v_2, θ și ΔW.

Mai întîi scoatem din ultima ecuație (13) $\sin\eta$ și îl introducem în (12)

$$U = \mu\left[\frac{v_1'}{m_2}\cos\theta + \frac{v_2'}{m_1}\sqrt{1 - \left(\frac{m_1 v_1'}{m_2 v_2'}\right)^2\sin^2\theta}\right]$$

urmează imediat

$$\left(\frac{U}{\mu} - \frac{v_1'}{m_2}\cos\theta\right)^2 = \frac{v_2'^2}{m_1^2} - \frac{v_1'^2}{m_2^2}\sin^2\theta$$

de unde

$$v_2'^2 = m_1^2\left(\frac{U^2}{\mu^2} - 2\frac{U}{\mu}\frac{v_1'}{m_2}\cos\theta + \frac{v_1'^2}{m_2^2}\right). \tag{14}$$

BCU IAȘI / CENTRUL VECHI / BIBLIOTECA

Înlocuim această expresie în prima ecuație (11), pentru a obține o ecuație numai în v_1'

$$\mu v_r^2 + (m_1 + m_2)\, U^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 m_1^2 \left(\frac{U^2}{\mu^2} - 2\frac{U}{\mu}\frac{v_1'}{m_2}\cos\theta + \frac{v_1'^2}{m_2^2}\right) + 2\Delta W.$$

Ținînd seama de relația $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ și grupînd termenii în v_1', obținem

$$\left(m_1 + \frac{m_1^2}{m_2}\right) v_1'^2 - 2\left(\frac{U}{\mu}\, m_1^2 \cos\theta\right) v_1' - \left[\mu v_r^2 + \left(\frac{m_1 m_2}{\mu} - \frac{m_2 m_1^2}{\mu^2}\right) U^2 - 2\Delta W\right] = 0. \tag{15}$$

Deoarece

$$m_1 + \frac{m_1^2}{m_2} = m_1^2\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = \frac{m_1^2}{\mu}$$

și

$$\frac{m_1 m_2}{\mu} - \frac{m_2 m_1^2}{\mu^2} = -\frac{m_1^2}{\mu}$$

ecuația (15) va deveni

$$\frac{m_1^2}{\mu} v_1'^2 - 2\left(U\frac{m_1^2}{\mu}\cos\theta\right) v_1' - \left(\mu v_r^2 - \frac{m_1^2}{\mu} U^2 - 2\Delta W\right) = 0$$

sau, dînd factor pe m_1^2/μ,

$$v_1'^2 - 2(U\cos\theta)\, v_1' - \left(\frac{\mu^2}{m_1^2} v_r^2 - U^2 - 2\frac{\mu}{m_1^2}\Delta W\right) = 0 \tag{16}$$

Soluția acestei ecuații va fi

$$v_1' = U\left[\cos\theta \pm \sqrt{\cos^2\theta - 1 + \frac{\mu^2}{m_1^2 U^2}\left(v_r^2 - 2\frac{\Delta W}{\mu}\right)}\right] \tag{17}$$

sau, în final,

$$v_1' = U\left[\cos\theta \pm \sqrt{\frac{\mu^2}{m_1^2 U^2}\left(v_r^2 - 2\frac{\Delta W}{\mu}\right) - \sin^2\theta}\right]. \tag{18}$$

Dacă facem notația

$$K = \frac{2\mu}{m_1^2 U^2}\left(\frac{\mu v_r^2}{2} - \Delta W\right) \tag{19}$$

expresia vitezei v_1' a particulei m_1 după interacție va avea forma

$$v_1' = U\left[\cos\theta \pm \sqrt{K\sin^2\theta}\right]. \tag{20}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru stabilirea expresiei vitezei v_2', vom înlocui pe v_1' din (20) în (14)

$$v_2'^2 = m_1^2\left[\frac{U^2}{\mu^2} - 2\,\frac{U^2\cos\theta}{\mu m_2}\,(\cos\theta \pm \sqrt{K - \sin^2\theta}) + \right.$$

$$\left. + \frac{U^2}{m_2^2}\,(\cos\theta \pm \sqrt{K - \sin^2\theta})^2\right]. \tag{21}$$

După o serie de transformări elementare, vom obține expresia

$$v_2' = U\left(1 + 2\frac{m_1}{m_2}\sin^2\theta \pm 2\frac{m_1}{m_2}\cos\theta\sqrt{K - \sin^2\theta} + \frac{m_1^2}{m_2^2}K\right)^{1/2}. \tag{22}$$

Unghiul de deviație η se poate calcula pornind de la ecuațiile (13), (12) pe care le scriem sub forma

$$m_2 v_2' \sin\eta = m_1 v_1' \sin\theta$$

$$\frac{v_2'}{m_1}\cos\eta = \frac{U}{\mu} - \frac{v_1'}{m_2}\cos\theta.$$

Făcînd raportul lor, vom avea

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{v_1'\sin\theta}{\frac{Um_2}{\mu} - v_1'\cos\theta}. \tag{23}$$

Introducem în (23) expresia pentru v_1' și vom obține

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{\sin\theta\,(\cos\theta \pm \sqrt{K - \sin^2\theta})}{\frac{m_2}{\mu} - \cos\theta\,(\cos\theta \pm \sqrt{K - \sin^2\theta})} \tag{24}$$

sau

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{M\sin\theta}{\frac{m_2}{\mu} - M\cos\theta} \tag{25}$$

unde $M = \cos\theta \pm \sqrt{K - \sin^2\theta}$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

DEMONSTRAȚIA RELAȚIEI (V.129)

Avînd în vedere că

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{-\frac{a}{x}}\right)=\frac{a}{x^2}\,e^{-\frac{a}{x}} \tag{1}$$

și deci că

$$e^{-\frac{a}{x}}=\frac{x^2}{a}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{-\frac{a}{x}}\right) \tag{2}$$

putem scrie $\left(a=\frac{E_i}{k}\right)$:

$$e^{-\frac{E_i}{kT}}=\frac{T^2}{(E_i/k)}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\left(e^{-\frac{E_i}{kT}}\right)=\frac{kT^2}{E_i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}\left(e^{-\frac{E_i}{kT}}\right). \tag{3}$$

În acest caz, vom avea

$$\Sigma g_i E_i e^{-E_i/kT}=kT^2\sum_i g_i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}e^{-\frac{E_i}{kT}}=kT^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_i g_i e^{-\frac{E_i}{kT}}\right)=kT^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}(Z). \tag{4}$$

Așadar

$$\langle E\rangle=\frac{1}{Z}\Sigma g_i E_i e^{-E_i/kT}=\frac{1}{Z}\,kT^2\frac{\partial Z}{\partial T}, \tag{5}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

FORMULA RICHARDSON-DUSHMAN PENTRU EMISIA TERMOELECTRONICĂ DIN METALE

Energia potențială a unui electron în metal (în cristal), este mai mică decît energia sa potențială în vid. De aceea, pentru scoaterea unui electron din metal este necesar să se transfere electronului o anumită energie. În cele ce urmează vom examina emisia electronilor pe seama creșterii energiei de agitație termică a electronilor „liberi" din metal, deci pe seama încălzirii metalului. Electronii emiși nu se îndepărtează prea mult, deoarece fiecare din ei lasă în metal o sarcină pozitivă echivalentă care îi atrage. În vecinătatea suprafeței se formează o sarcină spațială negativă, alcătuită din electron liberi ce se mișcă haotic. Datorită agitației termice se instaurează un regim staționar: numărul electronilor emiși este egal cu numărul electronilor reintrați în metal. Aplicînd un cîmp electric accelerator pentru electroni, ia naștere un curent determinat de electronii extrași de cîmp din „atmosfera" electronică din vecinătatea metalului. Peste o anumită valoare critică a acestui cîmp, vor fi culeși toți electronii emiși, intensitatea curentului atingînd o valoare de saturație. În cele ce urmează vom calcula densitatea curentului de saturație, adică numărul termoelectronilor care trec, în unitatea de timp, prin unitatea de suprafață, din interior spre exteriorul metalului.

Considerăm o suprafață metalică infinită, perpendiculară pe axa Ox. Vom calcula densitatea curentului termoelectronic $j(j_x, 0, 0)$, pornind de relația de definiție $j = env$. Din punct de vedere clasic, vor părăsi suprafața metalului numai electronii care satisfac condiția $v_x \geqslant (2\chi/m)^{1/2}$ cum se poate vedea în fig. V.27. Luînd în considerație însă natura ondulatorie a electronului și faptul că lungimea de undă în metal $\lambda = h/mv$ diferă de lungimea de undă în exteriorul lui, $\lambda' = h/mv'$, trebuie să introducem un coeficient de reflexie $r(v_x)$ chiar în cazul în care condiția clasică de mai sus este satisfăcută. Evident, metalul va fi părăsit de fracțiunea $(1 - r)$ din numărul total de electroni capabili să iasă din metal. Dacă $P(E)$ este probabilitatea ca un electron să posede energia E, această probabilitate, în cazul electronilor „colectivizați" din metal este dată de statistica fermionilor și anume de distribuția Fermi-Dirac

$$P(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}} \tag{1}$$

unde $E = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$, iar E_F este nivelul Fermi (fig. V.27). Avînd în vedere că pe unitatea de volum, în fiecare celulă h^3 din spațiul impulsurilor se pot acumula cel mult doi electroni (de spin opus) (principiul lui Pauli), densitatea de stări este $(2m/h)^3\, dv_x\, dv_y\, dv_z$ (E. Bădărău, I. Popescu, *Gaze ionizate, procese fundamentale*, Ed. Tehnică, 1963). Înmulțind numărul

stărilor cu probabilitatea $P(v_x, v_y, v_z)$ de ocupare a lor, obținem numărul electronilor din unitatea de volum cu viteza cuprinsă în domeniul $dv_x\, dv_y\, dv_z$

$$dn = 2\left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{dv_x\, dv_y\, dv_z}{1 + \exp\left[\frac{m}{2kT}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - \frac{E_F}{kT}\right]}. \tag{2}$$

Pentru integrare trecem în coordonate cilindrice (v, φ, v_x) unde $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ și $\varphi = \text{arctg}\,(v_z/v_y)$. Elementul diferențial $dv_x\, dv_y\, dv_z$ va trece în $v\, d\varphi\, dv\, dv_x$. Expresia densității de curent va deveni

$$j_x = (1 - r)\frac{4\pi em^3}{h^3}\int_0^\infty \int_{v_x = \sqrt{\frac{2\chi}{m}}}^\infty v v_x \frac{dv\, dv_x}{1 + \exp\left[\frac{m}{2kT}(v^2 + v_x^2) - \frac{E_F}{kT}\right]}. \tag{3}$$

Făcnd uz de identitatea $1 + e^a = e^{-a}/(1 + e^{-a})$, unde a se înlocuiește prin paranteza dreaptă din (3) și integrînd după v_x, se obține

$$j_x = (1 - r)\frac{4\pi em^3}{h^3}\frac{kT}{m}\int_0^\infty v \ln\left[1 + \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} - \frac{\chi}{kT} + \frac{E_F}{kT}\right)\right] dv. \tag{4}$$

În general este satisfăcută condiția

$$\exp\left[-\frac{mv^2}{2kT} - \frac{\chi - E_F}{kT}\right] \ll 1;$$

de aceea, putem scrie

$$\ln\left[1 + \exp\left(\frac{mv^2}{2kT} - \frac{\varphi}{kT}\right)\right] \simeq \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} - \frac{\varphi}{kT}\right) \tag{5}$$

unde $\varphi = \chi - E_F$ este lucrul de extracție a electronului din metal.

În aceste condiții, densitatea de curent (4) devine

$$j_x \simeq (1 - r)\frac{4\pi em^3}{h^3}\frac{kT}{m}\int_0^\infty v \exp\left[-\frac{mv^2}{2kT} - \frac{\varphi}{kT}\right] dv \tag{6}$$

și, în final,

$$j_x = (1 - r)\frac{4\pi emk^2}{h^3} T^2 \cdot e^{-\frac{\varphi}{kT}} \tag{7}$$

Notînd

$$A = \frac{4\pi emk^2}{h^3} \simeq 1{,}2 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}^2 \cdot \text{grd}^2} \tag{8}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

vom avea

$$j_x = (1 - r) A T^2 e^{-\frac{\varphi}{kT}}. \tag{9}$$

Aceasta este formula Richardson-Dushman pentru densitatea curentului de emisie termoelectronică (în A/m²) a unui metal încălzit la temperatura T, avînd lucrul de ieşire φ. Desigur, în măsura în care energia Fermi E_F depinde de temperatură, lucrul de extracţie depinde de temperatură. Această dependenţă este slabă la temperaturile folosite în mod obişnuit.

Observînd că graficul $\ln(j/T^2) = f(1/T)$ este o dreaptă, formula (9) poate fi folosită pentru determinarea lucrului de extracţie φ. Astfel, măsurînd experimental intensitatea curentului de saturaţie i_s la diferite temperaturi şi reprezentînd grafic $i_s(T)$, din panta $(-\varphi/k)$ a dreptei obţinute, se calculează φ.

Menţionăm în încheiere că emisia termoelectronică este puternic influenţată de structura şi prelucrarea suprafeţei metalului respectiv.

Biblioteca de fizică
PROVENIENŢA | Preţul

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITARĂ

BIBLIOGRAFIE

. URSU, I., *Energia atomică*, Editura Științifică, București, 1973.
. BĂDĂRĂU, E., POPESCU, I. I., *Gaze ionizate*, Editura Tehnică, București, vol. I (1973), vol. II (1975)
. BĂDĂRĂU, E., *Fizica descărcărilor în gaze*, Editura Academiei, București, 1957.
. ENGEL, A. von, *Ionized Gazes*, Oxford University Press, 1965.
. ȚIȚEICA, R., POPESCU, I. I., *Fizica generală*, vol. III, Editura Tehnică, București, 1975
. IONESCU, TH. V., *Electricitatea*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1964.
. ARȚIMOVICI, L. A., *Reacții termonucleare dirijate*, Editura Tehnică, București, 1964 (traducere din limba rusă).
. FRANCIS, G., *The Glow Discharge at Low Pressure*, Handbuch der Physik, vol. 22, Springer, Berlin, 1956, pag. 53.
. DELCROIX, J. L., *Physique des plasmas*, Dunod, Paris, vol. I (1963), vol. II (1966).
. MOTT, N. F., MASSEY, H. S., *The Theory of Atomic Collisions*, Oxford, Clarendon Pres, 1965.
. POPESCU, I. I., IOVA, I., TOADER, E., *Fizica plasmei și aplicații*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1981.
. HUDDLESTONE, R., LEONARD, S. L., (editors), *Plasma Diagnostic Techniques*, Academic Press, New York-London, 1965.
. CIPLEA, L. I., *Procese termonucleare*, Editura Tehnică, București, 1975.
. KAPȚOV, N. A., *Fenomene electrice în gaze și vid*, Editura Tehnică, București, 1955 (traducere din limba rusă).
. BRĂTESCU, G., *Fizica plasmei*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1970.
. SĂLĂGEAN, T., ș.a., *Plasma termică pentru tăierea, sudarea și acoperirea metalelor.* Editura Academiei R.S.R., București, 1969.
. DRAGOȘ, L., *Magnetodinamica fluidelor*, Editura Academiei R.S.R., București, 1969.
. BĂDĂRĂU, E., POPESCU, I. I., IOVA, I., *Mecanismul părților catodice la descărcarea luminiscentă anormală în heliu*, Studii și Cercetări de Fizică, Nr. 3, 1060, p. 597.
. CIOBOTARU, D., *On the Hollow Cathode Effect*, Journal of Electronics and Control, 17, 5, 1964, p. 521.
. UMAN, M. A., *Introduction to Plasma Physics*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.
. HAYDON, S. C. (editor), *An Introduction to Discharge and Plasma Physics*, The University of New England, Armidale, 1964.

85g ... 1200
485 x
x = 1000 · 485 / 85 =

Redactor: NATALIA FIUCIUC
Tehnoredactor: MARIA TRĂSNEA
Coperta: Arh. M. ZIELINSKI

Bun de tipar: 18.02.1987 Coli de tipar: 21,25
C.Z. 533.9

Tiparul executat sub comanda
nr. 1338 la
Întreprinderea Poligrafică
„13 Decembrie 1918",
str. Grigore Alexandrescu nr. 89-97
București,
Republica Socialistă România

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY